

Научная статья  
УДК 581.543

## ВОПРОСЫ ОПТИМАЛЬНОГО УЧЕТА НЕЛИНЕЙНОСТИ ВЗАИМОСВЯЗИ ИНДЕКСОВ NDVI И LAI ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ФЕНОЛОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ РАЗВИТИЯ РАСТИТЕЛЬНОСТИ

Мерадж Эльдар оглы Омаров, Севда Салман гызы Алиева  
Национальное Аэрокосмическое Агентство, г. Баку,

**Аннотация.** Общеизвестные индексы NDVI и LAI являются важными элементами науки о развитии растений и окончательный выбор одного из этих индексов практически невозможен. Следовательно, актуальным оказывается разработка методик позволяющих однозначный переход от одного из этих индексов в другой. Известные формулы такого перехода позволяют лишь частично решить этот вопрос. Не одна из известных к настоящему времени таких формул, не содержит информацию о погрешности нелинейности характеристики  $L = f(NDVI)$ . Являются ли эти формулы оптимальными в смысле достижения минимума среднеинтегральной модельной погрешности возникающей из-за нелинейного отношения между LAI и NDVI при общепринятом представлении о линейности LAI в отношении степени развития растительности, не ясно. С учетом вышесказанного в настоящей статье формулируется и решается задача о получении оптимальной взаимосвязи LAI и NDVI, при которой достигается минимум интегральной меры разницы между этими индексами. Проанализирована проблема оптимального учета нелинейности индекса NDVI по сравнению со значениями индекса LAI. Для интегральной оценки и минимизации такого различия в указанных индексах в интегральном смысле введено на рассмотрение функция корректирования нелинейности NDVI и с применением метода безусловной вариационной оптимизации найдено условие при которой указанная разность достигает минимума. Согласно решению оптимизационной задачи при постоянстве интеграла функции взаимосвязи  $NDVI = NDVI(LAI)$  коррекция функции  $NDVI(LAI)$  в виде возведения этой функции в степень  $k$  ( $k < 1$ ) может привести к минимизации интеграла разницы  $[LAI - NDVI(LAI)]^k$  в интервале  $LAI = (0 \div LAI_{max})$ .

**Ключевые слова:** вегетационные индексы, нелинейность, растительность, фенология, оптимизация, оптический световой поток, дистанционное зондирование, эффект насыщения

**Для цитирования:** Омаров М.Э., Алиева С.С. Вопросы оптимального учета нелинейности взаимосвязи индексов NDVI и LAI при проведении фенологических измерений развития растительности // Вестник Брянской ГСХА. 2024. № 5 (105). С. 71-74.

Original article

## QUESTIONS OF OPTIMAL ACCOUNTING OF NONLINEARITY OF THE RELATIONSHIP BETWEEN NDVI AND LAI INDICES WHEN CONDUCTING PHENOLOGICAL MEASUREMENTS OF VEGETATION DEVELOPMENT

Meradzh E. Omarov, Sevda S. Alieva

National Aerospace Agency, Baku, Republic of Azerbaijan

**Abstract.** The well-known NDVI and LAI indices are important elements of plant development science and the final choice of one of these indices is practically impossible. Therefore, the development of methods that allow an unambiguous transition from one of these indices to another is relevant. The well-known formulas of such a transition allow only partially solving this issue. Not one of the currently known such formulas does not contain information about the error of the nonlinearity of the characteristic  $L=f(NDVI)$ . It is not clear whether these formulas are optimal in the sense of achieving a minimum of the average integral model error arising from the nonlinear relationship between LAI and NDVI with the generally accepted idea of LAI linearity with respect to the degree of vegetation development. Taking into account the above, this article formulates and solves the problem of obtaining the optimal relationship between LAI and NDVI, in which a minimum integral measure of the difference between these indices is achieved. The problem of optimal accounting for the nonlinearity of the NDVI index in comparison with the values of the LAI index is analyzed. For an integral assessment and minimization of such a difference in the specified indices in the integral sense, the NDVI nonlinearity correction function was introduced and, using the method of unconditional variational optimization, a condition was found under which the specified difference reaches a minimum. According to the solution of the optimization problem, with the integral of the relationship function  $NDVI=NDVI(LAI)$  constant, correction of the  $NDVI(LAI)$  function in the form of raising this function to the power of  $k$  ( $k<1$ ) can lead to minimizing the integral of the difference  $[LAI- [NDVI(LAI)] ^k]$  in the interval  $LAI=(0\div [LAI] _max )$ .

**Key words:** vegetation indices, nonlinearity, vegetation, phenology, optimization, optical luminous flux, remote sensing, saturation effect.

**For citation:** Omarov M.E., Aliyeva S.S. Questions of optimal accounting of nonlinearity of the relationship between ndvi and lai indices when conducting phenological measurements of vegetation development// Vestnik of the Bryansk State Agricultural Academy. 2024. №5 (105). 71-74.

**Введение.** Хорошо известно, что исследование фенологического развития растительности осуществляется с использованием в основном индекса листовой площади [1-3]. Выбор LAI в качестве основного индекса для проведения фенологических исследований объясняется нелинейностью функции зависимости NDVI от LAI, что известно в качестве «эффекта насыщения» NDVI при больших значениях LAI [4-6].

Вместе с тем, методологии измерения состояния растений с использованием как индекса LAI, так и индекса NDVI хорошо отработаны и судя по масштабу использования этих индексов, окончательный отказ от какого-либо из этих индексов не предвидится.

Вкратце отметим методику измерения индекса LAI и известные соотношения между LAI и NDVI для различных групп растительности. Как отмечается в работе [7], метод оптических радиационных измерений LAI был впервые предложен Монси и Саки в 1953-м году. Этот метод основывался на уравнении Бера-Ламберта. Согласно этому методу крона растительности рассматривается как однородная мутная среда, в которой оптический световой поток поглощается пропорционально оптической толщине. Такой подход к измерению LAI позволило получить следующее выражение для вычисления этого индекса

$$LAI = -\frac{1}{d \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)} \tag{1}$$

где  $I_0$ -оптический поток, попадающий на крону растительности;  $I$ -оптический поток, зарегистрированный измерителем на уровне земли в качестве потока, прошедшего через крону растительности;  $d$ -коэффициент экстинкции, или ослабления.

В общем случае  $d$  определяется по формуле [7]

$$d = \frac{G(\theta, \alpha)}{\cos \theta} \tag{2}$$

где  $G$  - функция распределения угла листьев,  $\theta$  и  $\alpha$  -углы азимута листьев.

Вместе с тем, как отмечается в работе [8], для оценки LAI дистанционными методами используются два подхода:

1. Статистический подход, где используется корреляция между LAI и другими вегетационными индексами [9,10]
2. Физический подход, где используются биофизические модели, в которых учитывается отражение оптической радиации от кроны растительности [11,12].

Каждое из этих подходов имеет свои плюсы и минусы. Статистический подход позволяет достичь конкретных формул, однако полученные здесь результаты оказываются очень чувствительными различным показателям конкретной местности и условиям. Физический подход позволяет учесть биофизические особенности растительности, однако в то же время страдает от несовершенства используемых методов дистанционного зондирования [13,14]. В различной литературе приводятся достаточно устоявшиеся формулы регрессионной взаимосвязи между NDVI и LAI (табл. 1) [15-17].

Таблица 1

Тип растительности	Уравнение	[Л]
Сельское хозяйство	$LAI = -2.5 \ln(1.2 - 2NDVI)$	[15]
Пастбище	$LAI = 0.21 \exp\left(\frac{NDVI}{0.264}\right)$	[15]
Смешанный лес	$LAI = \left(0.52 \left(\frac{NDVI + 1}{1 - NDVI}\right)\right)^{1.715}$	[16]
Хвойный лес	$LAI = 0.65 \exp\left(\frac{NDVI}{0.34}\right)$	[17]

Вместе с тем, как было отмечено выше, индексы NDVI и LAI являются незаменимыми атрибутами науки о развитии растений и полный отказ от одного из этих индексов практически невозможен. В таких условиях становится актуальной разработка методик позволяющих однозначный переход от одного из этих индексов в другой. Казалось бы, формулы, приведенные в таблице 1 позволяют частично решить этот вопрос. Однако, на самом деле это, не так. Не одна из формул, приведенных в таблице 1 не содержит информацию о погрешности нелинейности характеристики  $L = f(NDVI)$ . Являются ли эти формулы оптимальными в смысле достижения минимума среднеинтегральной модельной погрешности возникающей из-за нелинейного отношения между LAI и NDVI при общепринятом представлении о линейности LAI в отношении степени развития растительности, не ясно. С учетом вышесказанного в настоящей статье формулируется и решается задача о получении оптимальной взаимосвязи LAI и NDVI, при которой достигается минимум интегральной меры разницы между этими индексами.

**Материалы и методы.** Для оценки разности NDVI от LAI введем на рассмотрение функцию связи между NDVI и LAI, т.е.

$$NDVI = NDVI(LAI) \quad (3)$$

Разницу между LAI и NDVI(LAI) будем исследовать с учетом необходимости корректировки эффекта насыщения NDVI при больших значениях LAI.

Отметим, что эффект «насыщения NDVI» при больших значениях LAI хорошо изучен [18] и здесь подробно не рассматривается. Для учета эффекта насыщения будем рассматривать скорректированную версию функции  $NDVI(LAI)$  в виде

$$NDVI(LAI)_{кор} = kNDVI(LAI) \quad (4)$$

где  $k$  - коэффициент коррекции.

Интегральную величину отклонения  $NDVI(LAI)$  от линейной функции  $kLAI$  определим по выражению

$$\Delta_{ин} = \int_0^{LAI_m} [LAI - kNDVI(LAI)] dLAI \quad (5)$$

Следует определить такой вид функции  $NDVI(LAI)$  при которой  $\Delta_{ин}$  достиг бы минимальной величины. Для решения оптимизационной задачи (5) необходимо задать некоторое ограничительное условие, применительно к известной функции  $NDVI(LAI)$ .

Указанное ограничительное условие определим в виде

$$\int_0^{LAI_m} NDVI(LAI) dLAI = C; C = const \quad (6)$$

С учетом выражений (5) и (6) составим задачу безусловной вариационной оптимизации, целевой функционал  $F_0$  которой формируется в следующем виде

$$F_0 = \int_0^{LAI_m} [LAI - kNDVI(LAI)]^2 dLAI + \lambda \left[ \int_0^{LAI_m} NDVI(LAI) dLAI - C \right] \quad (7)$$

где  $\lambda$  - множитель Лагранжа.

Решение оптимизационной задачи (7) с учетом [19] ищем по условию

$$\frac{d\{[LAI - kNDVI(LAI)]^2 + \lambda NDVI(LAI)\}}{dNDVI(LAI)} = 0 \quad (8)$$

Из условия (8) получим:

$$2[LAI - kNDVI(LAI)](-k) + \lambda = 0 \quad (9)$$

Из выражения (9) получаем

$$NDVI(LAI) = \frac{LAI - \lambda/2k}{k} \quad (10)$$

Для определения значения  $\lambda$  воспользуемся выражениями (6) и (10). Имеем

$$\int_0^{LAI_{max}} \frac{LAI - \lambda/2k}{k} dLAI = C \quad (11)$$

Из выражения (11) получаем

$$\lambda = \frac{2k^2}{LAI_{max}} \left( \frac{LAI_{max}^2}{2k} - C \right) \quad (12)$$

С учетом выражений (12) и (10) находим

$$NDVI(LAI) = \frac{LAI}{k} - \frac{1}{LAI_{max}} \left( \frac{LAI_{max}^2}{2k} - C \right) \quad (13)$$

Из выражения (13) находим следующую формулу для вычисления  $k$ .

$$k = \frac{2LAI - 1}{2NDVI(LAI) - C/LAI_{max}}$$

Например, при  $LAI=10$ ;  $NDVI(LAI)=0,5$ ;  $C=2$ ;  $LAI_{max}=15$  получим  $k \approx 22$ .

**Обсуждение.** Таким образом, отмечено особая важность индексов LAI и NDVI не только для фенологической науки о растительности, но и для науки дистанционного зондирования растительных полей. Рассматривается нерешенная проблема оптимального учета нелинейности индекса NDVI по сравнению со значениями индекса LAI. Для интегральной оценки и минимизации такого различия в указанных индексах в интегральном смысле введено на рассмотрение функция корректирования нелинейности NDVI и с применением метода безусловной вариационной оптимизации найдено условие при которой указанная разность достигает минимума.

**Заключение и выводы.** Сформулирована и решена задача оптимальной коррекции взаимосвязи вегетационных индексов NDVI и LAI с учетом эффекта насыщения NDVI.

1. Согласно решению оптимизационной задачи при постоянстве интеграла функции взаимосвязи  $NDVI = NDVI(LAI)$  коррекция функции  $NDVI(LAI)$  в виде умножения этой функции в коэффициент  $k$  и возведение разницы  $(LAI - NDVI(LAI))$  в квадрат может привести к минимизации интеграла разницы  $[LAI - kNDVI(LAI)]^2$  в интервале  $LAI = (0 \div LAI_{max})$ .

## Список источников

1. The response of vegetation to regional climate change on the Tibetan plateau based on remote sensing products and the dynamic global vegetation model / M. Deng, X. Meng, Y. Lu, Z. Li et al. // *Remote sens.* 2022. Vol. 14. Pp. 3337.
2. Helman D. Land surface phenology: what do we really see from space? // *Sci. Total Environ.* 2018. Pp. 665-673.
3. Climatic anomaly and its impact on vegetation phenology carbon sequestration and water-use efficiency at a humid temperate forest / C. Zheng, X. Tang, Q. Gu et al. // *J. Hydrol.* 2018. Vol. 565. Pp. 150-159.
4. Gao R. Features extraction from the LAI2200C plant canopy analyzer. <https://doi.org/10.4211/hs.6d0c4a14289742d0951ba5ab9eca7dc0>.
5. Gao R., Zeng R. Detecting agricultural drainage ditch system in low relief land: a heterogeneous filtering approach // *AGU Fall Meet Abstr.* 2019.
6. Gao R., Nassar A., Aboutalebi M. Grapevine leaf area index estimation with machine learning and unmanned aerial vehicle information // *AGU Fall Meet Abstr.* 2020.
7. Breda N.J. Ground-based measurements of leaf area index: a review of methods, instruments and current controversies // *Journal of experimental botany.* 2003. Vol. 54, No. 392. Pp. 2403-2417.
8. Evaluating the potential of GeoEye data in retrieving LAI at watershed scale / M. Aquilino, A. Novelli, E. Tarantino et al. // *Remote Sens. of Agriculture.* 2014.
9. Chen J.M., Cihlar J. Retrieving leaf area index of boreal conifer forests using landsat TM images // *Remote sensing of environment.* 1996. Pp. 153-162.
10. Myneni R., Nemani R.R., Running S.W. Estimation of global leaf area index and absorbed par using radiative transfer models // *IEEE transactions and geoscience and remote sensing.* 1997. Vol. 35.
11. Price J.C. Estimating leaf area index from satellite data // *Geoscience and remote sensing. IEEE Transactions on* 1993. Pp. 727-734.
12. Investigation of a model inversion technique to estimate canopy biophysical variables from spectral and directional reflectance data / M. Weiss, F. Baret, R. Myneni, A. Pragnere // *Agronomie.* 2000. Vol. 20. Pp. 3-22.
13. Extraction of vegetation biophysical parameters by inversion of the PROSPECT+SAIL models on sugar beet canopy reflectance data. Application to TM and AVIRIS sensors / S. Jacquemoud, F. Baret, B. Andrieu et al. // *Remote Sens. of environment.* 1995. Pp. 163-172.
14. Algorithm for global leaf area index retrieval using satellite imagery / F. Deng, M. Chen, S. Plummer, J. Pisek // *Geoscience and remote sensing. IEEE Transactions.* 2006. Pp. 2219-2229.
15. PROSPECT+SAIL models: A review of use for vegetation characterization / S. Jacquemoud, W. Verhoef, F. Baret, C. Bacour et al. // *Remote sensing of environment.* 2009.
16. Nemani R.R., Running S.W. Testing a theoretical climate-soil-leaf area hydrologic equilibrium of forests using satellite data and ecosystem simulation // *Agricultural and forest meteorology.* 1989. Pp. 245-260.
17. Peterson D.L., Spanner M.A., Running S.W. Relationship of thematic mapper simulator data to leaf area index of temperate coniferous forests // *Remote sens. of environment.* 1987. Pp. 323-341.
18. The use of the normalized difference vegetation index (NDVI) to assess land degradation at multiple scales: a review of the current status, future trends, and practical considerations / G.T. Yengoh, D. Dent, L. Olson, E. Anna // *Lund University center for sustainability studies and the scientific and technical advisory panel of the global environment facility.*
19. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1974. 432 с.

**Информация об авторах:**

**М.Э. Омаров** – докторант, Национальное Аэрокосмическое Агентство.

**С.С. Алиева** – кандидат технических наук, Национальное Аэрокосмическое Агентство.

**Information about the authors:**

**M.E. Omarov** – Doctoral student, National Aerospace Agency.

**S.S. Alieva** – Candidate of Technical Sciences, National Aerospace Agency.

Все авторы несут ответственность за свою работу и представленные данные. Все авторы внесли равный вклад в эту научную работу. Авторы в равной степени участвовали в написании рукописи и несут равную ответственность за плагиат. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

All authors are responsible for their work and the data provided. All authors have made an equal contribution to this scientific work. The authors were equally involved in writing the manuscript and are equally responsible for plagiarism. The authors declare that there is no conflict of interest.

**Статья поступила в редакцию 31.05.2024; одобрена после рецензирования 25.07.2024, принята к публикации 30.07.2024.**

**The article was submitted 31.05.2024; approved after reviewing 25.07.2024; accepted for publication 30.07.2024.**

© Омаров М.Э., Алиева С.С.