

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЯНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.А. Воронин, Е.А. Ракул

Теория автоматического управления

*Методические указания и задания
курсовой работы*

*для бакалавров очной и заочной формы обучения
направлений подготовки*

13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

*15.03.04 Автоматизация технологических процессов и
производств*

Брянская область 2018 г.

УДК 681.5.01 (076)
ББК 32.965
В 75

Воронин, А. А. Теория автоматического управления: методические указания и задания курсовой работы для бакалавров очной и заочной формы обучения направлений подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств / А. А. Воронин, Е. А. Ракул. – Брянск: Изд-во Брянский ГАУ, 2018. – 64 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для бакалавров очной и заочной форм обучения направлений подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств.

Рецензент: Безик В.А., к.т.н., доцент, заведующий кафедрой электроэнергетики и автоматики.

Рекомендовано к изданию учебно-методической комиссией института энергетики и природопользования Брянского ГАУ, протокол №1 от 18.09.2018 года.

© Брянский ГАУ, 2018

© А.А. Воронин, 2018

© Е.А. Ракул, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Введение	4
Цель работы	4
Содержание курсовой работы	4
1. Технологические объекты и процессы, подлежащие автоматизации	5
1.1. Выбор варианта. Литература	5
1.2. Разработка функциональной схемы автоматизации технологической установки	7
1.3. Задания на разработку функциональной схемы	17
2. Анализ САУ на устойчивость	27
2.1. Выбор структурной схемы анализируемой САУ	27
2.2. Общая методика анализ устойчивости САУ	29
3. Использование критериев устойчивости	30
3.1 Критерий Гурвица	31
стотные критерии устойчивости	34
3.2.1 Критерий Михайлова	37
3.2.2 Критерий Найквиста	40
3.2.3 Логарифмический критерий Найквиста. Запас устойчивости по фазе и амплитуде	42
4. Пример разработки функциональной схемы САУ и идентификации функциональных элементов	49
5. Пример выполнения анализа устойчивости САУ	52
Литература	63

Введение

Настоящие методические указания содержат задания для выполнения курсовой работы, требования к её содержанию и оформлению. Приводятся необходимые для выполнения работы сведения по разработке функциональных схем и анализу устойчивости автоматических систем и примеры выполнения первой и второй частей задания.

Цель работы

Целью курсовой работы является:

- закрепление знаний по дисциплине, полученных на аудиторных занятиях;
- приобретение навыков самостоятельного применения полученных знаний при решении инженерных задач автоматизации типовых объектов в сельском хозяйстве.

Содержание работы

1. Разработка функциональной схемы автоматизации по функционально-технологической или принципиальной схеме заданного объекта и описание принципа работы.
2. Анализ устойчивости автоматизированной системы управления (АСУ), заданной структурной схемой по критериям Гурвица, Михайлова и Найквиста и определение запаса устойчивости по модулю и фазе.

Оформление работы

1. Курсовая работа должна содержать пояснительную записку объемом 20-25 страниц и графическую часть, выполненные на листах формата А4.

2. Пояснительная записка должна иметь титульный лист, содержание, введение, расчётную часть из 2-х разделов, заключение, список использованной литературы, схемы и графики.

3. Вариант задания определяется по номеру зачетной книжки студента.

1 Технологические объекты и процессы, подлежащие автоматизации

1.1 Выбор варианта

Номер варианта для первой части курсовой работы выбирается из таблицы 1 в соответствии с последней цифрой шифра зачетной книжки студента. Описание и схема объекта или процесса следует искать в рекомендуемой литературе.

Таблица 1 – Автоматизируемый технологический объект или процесс

Вариант	Технологические объекты	Литература
1	Насосная установка	[1,3]
2	Вентиляционная установка	[1,3]
3	Отопительная установка	[1]
4	Установка первичной обработки молока	[1]
5	Водяной обогрев теплицы	[1]
6	Естественная вентиляция в теплице	[1]
7	Нагрев воды для полива в теплице	[1]
8	Нагрев жидкости в теплообменнике	[1]
9	Сушка сыпучих материалов	[2]
10	Смешение жидкостей	[2]

Литература

1. Бородин И.Ф., Судник Ю.А. Автоматизация технологических процессов. – М.: Колос, 2003. – 344 с.
2. Автоматика и автоматизация производственных процессов. И.И. Мартыненко и др.- М.: Агропромиздат, 1985.- 335 с.
3. Мартыненко И.И. Проектирование, монтаж и эксплуатация систем автоматики. – М.: Колос, 1981. – 304 с.
4. Теория автоматического управления. Под ред. Ю.М. Соломенцева. – М.: ВШ, 2000. – 520 с.

1.2 Разработка функциональной схемы автоматизации технологической установки

Функциональная схема изображается с помощью условных изображений элементов технологического оборудования, органов управления и автоматизации с указанием связей между отдельными функциональными блоками и элементами автоматики.

Щиты и пульта управления изображают прямоугольниками, в зоне которых условно показывают установленные в них средства автоматизации, а от них линии связи направляют к элементам технологической установки. На изображённых линиях связи при необходимости указывают поясняющую информацию.

Приборы и средства автоматизации, которые расположены вне щитов и не связаны непосредственно с элементами технологического оборудования и трубопроводами, условно показывают в прямоугольнике «Приборы местные».

При составлении сложных функциональных схем автоматизации линии связи следует обрывать и нумеровать. Для нижнего ряда номера следует помещать в возрастающем порядке, для верхнего ряда номера могут располагаться произвольно.

Допускается на свободном поле схемы давать краткую техническую характеристику автоматизированного объекта, поясняющие таблицы, диаграммы и т.д.

Для облегчения понимания сущности автоматизированного объекта, на схемах рекомендуется указывать предельные рабочие (max

и min) значения измеряемых или регулируемых параметров при установившихся режимах работы технологической установки.

Подвод линий связи к изображению прибора допускается показывать в любой точке (сверху, снизу, сбоку) окружности. При необходимости указания направления передачи сигнала на линиях связи допускается использовать стрелки.

Условные буквенные и графические обозначения приборов и средств автоматизации по стандарту, наиболее часто встречающиеся на функциональных схемах автоматизации, приведены в таблицах 2 и 3.

Пример формирования буквенного обозначения прибора автоматизации показан на рис. 1.

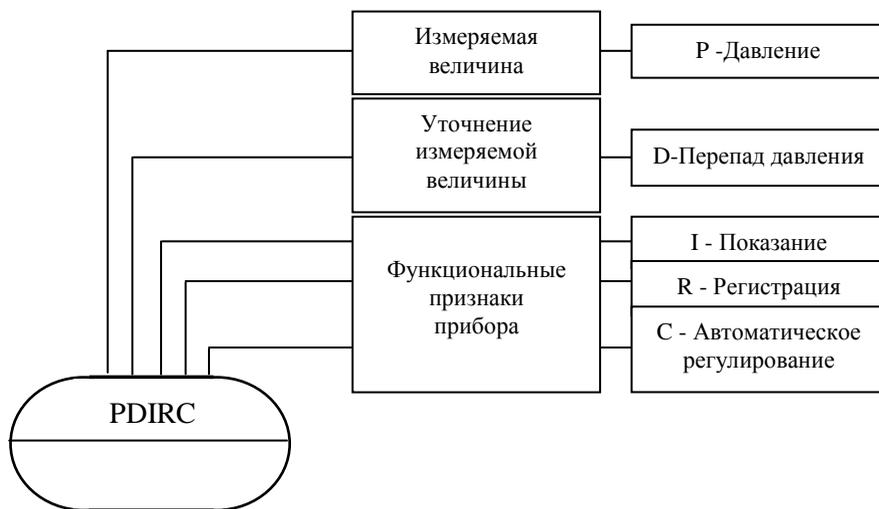
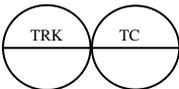


Рис. 1. Принцип построения условного буквенного обозначения на функциональных схемах автоматизации

Таблица 2 - Буквенные условные обозначения по ГОСТ 21.404-85

Обозначение	Измеряемая величина		Функция, выполняемая прибором		
	назначение первой буквы		отображение информации	формирование выходного сигнала	дополнительное назначение
	основное	дополнительное			
A			Сигнализация		
B					
C				Регулирование, управление	
D	Плотность	Разность, перепад			
E	Любая электрическая величина				
F	Расход	Доля, дробь, соотношение			
G	Размер, положение, перемещение				
H	Ручное воздействие				Верхний предел измеряемой величины
I			Показания		
J		Автоматическое переключение, обегание			
K	Время, временная программа				
L	Уровень				Нижний предел измеряемой величины
M	Влажность				
N, O	Резервные буквы				
P	Давление, вакуум				
Q	Состав, качество	Интегрирование			
R	Радиоактивность		Регистрация		
S	Скорость			Включение, отключение	
T	Температура				
U	Разнородная				
V	Вязкость				
W	Масса				

Таблица 3 - Построения условных обозначений по ГОСТ21.404-85

№ n/n	Наименование	Обозначение
1	2	3
1	Первичный измерительный преобразователь температуры, установленный по месту (термометр сопротивления, термобаллон манометрического термометра, датчик пирометра)	
2	Прибор для измерения температуры, показывающий, установленный по месту (термометр ртутный, термометр манометрический)	
3	Прибор для измерения температуры показывающий, установленный на щите (милливольтметр, логометр, потенциометр, мост автоматический.)	
4	Прибор для измерения температуры, бесшкальный, с дистанционной передачей показаний, установленный по месту (термометр, манометрический бесшкальный, с пневмо- или электропередачей)	
5	Прибор для измерения температуры одноточечный, регистрирующий, установленный на щите (милливольтметр самопишущий, логометр, потенциометр, мост автоматический)	
6	Прибор для измерения температуры с автоматическим обеганием устройством регистрирующий, установленный на щите (потенциометр многоточечный, самопишущий, мост автоматический)	
7	Прибор для измерения температуры регистрирующий, установленный на щите (термометр манометрический, милливольтметр, логометр, потенциометр, мост автоматический)	
8	Регулятор температуры бесшкальный, установленный по месту (дилатометрический регулятор температуры).	
9	Комплект для измерения температуры регистрирующий, регулирующий, снабженный станцией управления, установленный на щите (вторичный прибор и блок системы).	

Продолжение таблицы 3

1	2	3
10	Прибор для измерения температуры бесшкальный с контактным устройством, установленный по месту (например, реле температурное)	
11	Байпасная панель дистанционного управления, установленная на щите.	
12	Переключатель электрических цепей измерения (управления), переключатель для газовых или воздушных линий, установленный на щите	
13	Прибор для измерения температуры бесшкальный с дистанционной передачей показаний, установленный по месту (термометр, манометрический бесшкальный с пневмо- или электропередачей)	
14	Прибор для измерения перепада давления показывающий, установленный по месту (дифманометр показывающий)	
15	Прибор для измерения давления (разряжения) бесшкальный с дистанционной передачей показаний, установленный по месту (манометр, дифманометр бесшкальный с пневмо- или электропередачей)	
16	Прибор для измерения давления (разряжения) регистрирующий, установленный на щите (самопишущий манометр, вторичный прибор для регистрации давления)	
17	Прибор для измерения давления с контактным устройством, установленный по месту (реле давления)	
18	Прибор для измерения давления (разряжения) показывающий с контактным устройством, установленный по месту (электроконтактный манометр, вакуумметр).	

Последующие буквы характеризуют функциональный признак прибора в последовательности *IRCSA* (показание-регистрация-регулирование или управление-включение-отключение, или переключение-сигнализация). Допускается указывать только те функциональные признаки, которые используются в данной схеме автоматики (например, прибор давления, показывающий и самопишущий можно обозначить только как самопишущий – *PR* вместо *PJR*).

Кроме условных обозначений, указанных в таблице 2, применяют дополнительные буквы *E, T, K, Y*. Буквой *E* обозначают первичный преобразователь (чувствительный элемент), букву *T* применяют для обозначения промежуточного преобразователя, дистанционной передачи сигнала, букву *K* – для обозначения приборов, имеющих станцию управления, а букву *Y* – для преобразователей сигналов и вычислительных устройств.

Принят следующий порядок построения условных буквенных обозначений. На первом месте ставят букву, означающую измеряемую величину (*T* – температура, *P* – давление, *K* – время, *M* - влажность), на втором – дополнительные буквы *E, T, K, Y*. Например, сочетание букв *TE* означает первичный измерительный преобразователь температуры, *PK* - измерительный преобразователь давления с дистанционной передачей сигнала и т.п. Род энергии сигнала обозначают буквами *E*–электрический сигнал, *P*–пневматический, *G*-гидравлический, а вид сигнала *A* –аналоговый сигнал, *D*–дискретный.

Примеры условных обозначений приборов на функциональных схемах автоматики приведены на рис. 2.

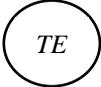
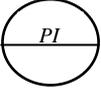
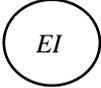
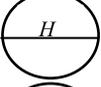
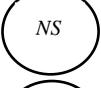
	<p>первичный измерительный преобразователь температуры, установленный по месту;</p>
	<p>показывающий прибор для измерения давления, установленный на щите;</p>
	<p>интегрирующий прибор для измерения расхода, установленный по месту;</p>
	<p>прибор с контактным устройством для измерения уровня, установленный по месту;</p>
	<p>бесшкальный прибор для измерения уровня регулирующий с контактным устройством, установленный по месту;</p>
	<p>прибор для измерения электрической мощности показывающий, установленный по месту;</p>
	<p>электрический преобразователь температуры показывающий, установленный по месту;</p>
	<p>преобразователь аналогового сигнала измеренной температуры в дискретный;</p>
	<p>измеритель расхода - вычислительное устройство, извлекающее квадратный корень;</p>
	<p>аппарат для ручного дистанционного управления, установленный на щите;</p>
	<p>пусковой аппарат для управления электродвигателем, установленный по месту;</p>
	<p>аппарат для ручного дистанционного управления с сигнализацией на щите.</p>

Рис. 2. Примеры условных буквенных обозначений на функциональных схемах автоматизации

Обычно для сельскохозяйственных объектов не имеет смысла точно стабилизировать расход в каждый данный момент времени. Достаточно лишь обеспечить поддержание среднего расхода с заданной точностью за конечный интервал времени. Например, если система автоматического управления расходом воды с заданной точностью поддерживает средний её расход в течение времени 10-20 минут, то это вполне приемлемо для практики.

Из этих же соображений, если это допустимо по технологическим ограничениям, при регулировании расхода обычно не важна амплитуда его максимальных отклонений. Необходимо лишь, чтобы такие отклонения были кратковременными, без накопления статической ошибки. В то же время систематические отклонения, даже небольшие, нежелательны, так как они сильно повлияют на средний расход. Поэтому применение регуляторов с пропорциональным законом управления (П – регуляторов), для которых характерно накопление статической ошибки управления, нецелесообразно.

На функциональной схеме регулирования расхода, изображённой на рис. 3, видно, что в качестве регулятора, управляющего клапаном, применён пропорционально – интегрально - дифференциальный регулятор (ПИД–регулятор), не имеющий статической ошибки управления.

На рис. 4 приведены примеры построения наиболее распространённых функциональных схем автоматики, характерных для сельскохозяйственного производства.

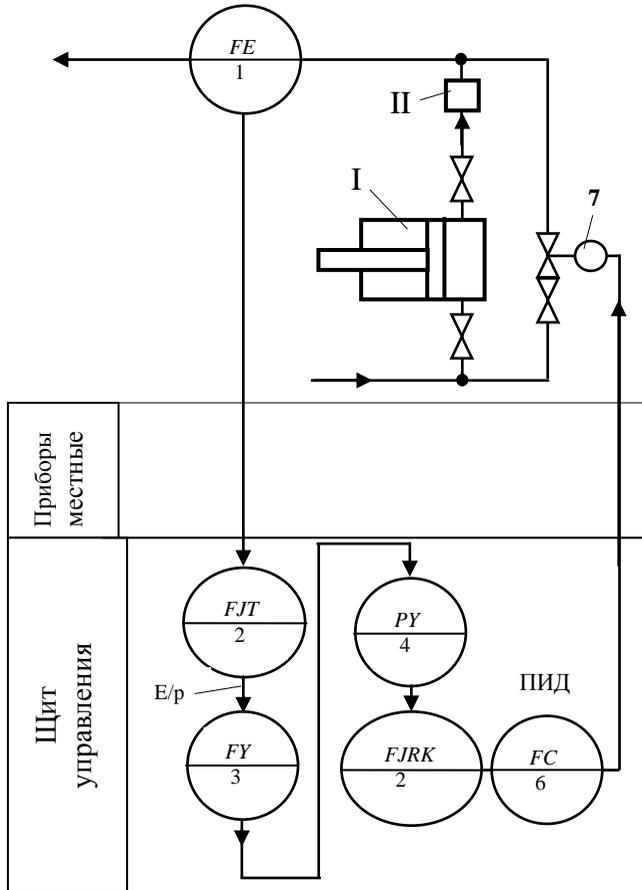


Рис. 3. Автоматическая система регулирования расхода жидкости с плунжерным насосом.

I- плунжерный насос; II- демпфер сглаживания толчков плунжерного насоса; 1- индуктивный датчик расходомера; 2- вторичный прибор расходомера; 3- преобразователь электрического сигнала в пневматический; 4- прибор обратного предвещения; 5- вторичный прибор контроля расхода (автоматическое переключение по временной программе); 6- ПИД- регулятор; 7- диафрагменный клапан

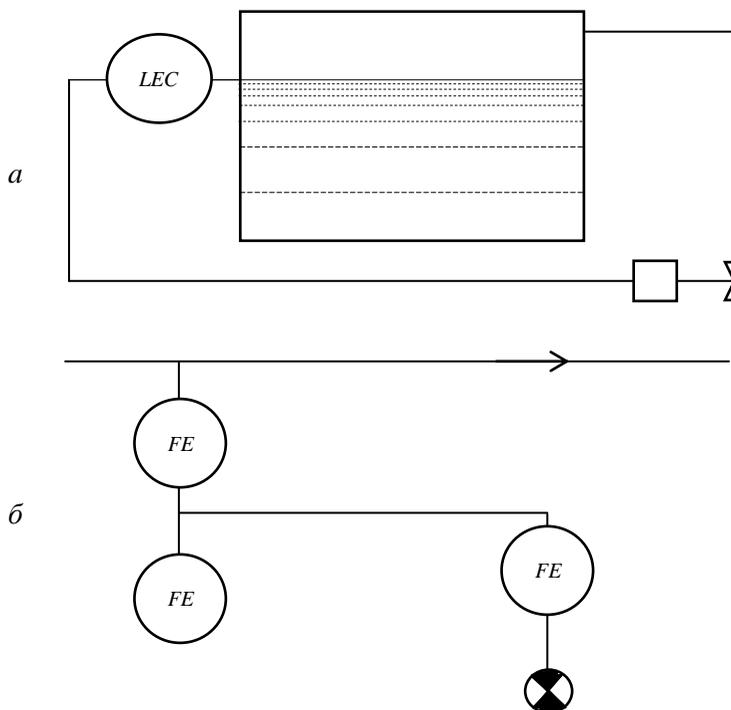


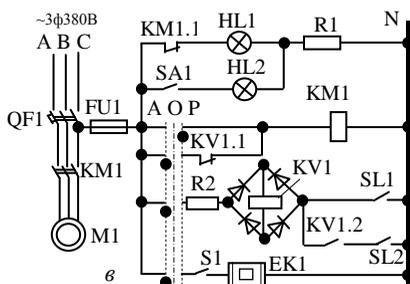
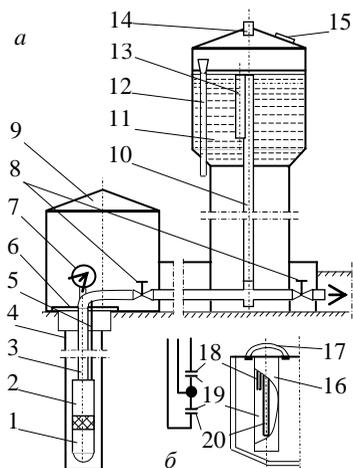
Рис. 4. Примеры построения функциональных схем автоматизики:

а – схема автоматического регулирования уровня воды в водонапорном баке; б – схема измерения расхода с преобразователем, установленном на трубопроводе, с показывающим, интегрирующим и сигнализирующим приборами на щите.

Контуры технологического оборудования на функциональных схемах автоматизации рекомендуется выполнять линиями толщиной 0,6...1,5мм; трубопроводных коммуникаций - 0,6...1,5 мм; приборов и средств автоматизации - 0,5...0,6 мм; прямоугольников, изображающих щиты и пульты - 0,6...1,5 мм; линии связи - 0,2...0,3 мм.

1.3. Задания на разработку функциональной схемы Вариант 1

Башенная водонапорная установка



1-электродвигатель, 2-насос, 3-труба, 4-скважина, 5-электрический кабель, 6-плита, 7-манометр, 8-задвижка, 9-щитовая, 10-трубопровод, 11-бак, 12-труба водосливная, 13-датчик уровня, 14-клапан, 15-люк, 16-корпус датчика, 17-скоба, 18, 19, 20-трубчатые датчики уровня верхний (SL2), общий и нижний (SL1) соответственно.

a – схема установки, *б* – схема датчика уровня, *в* - схема управления

Схема в автоматическом (А) режиме управляет работой и защитой электродвигателя насоса.

Если в башне нет воды, то контакты датчиков верхнего *SL1* и нижнего *SL2* уровней разомкнуты, контакт *KV1.1* обесточенного реле *KV1* в цепи катушки пускателя *KM1* замкнут, включается насос и зелёная сигнальная лампа *HL1*- «ВКЛ». По мере накопления вода замыкает контакты *SL2*, затем *SL1* и реле *KV1* включается через воду. Контакт *KV1.1* размыкается, разрывает цепь пускателя *KM1* и отключается насос. Загорается красная сигнальная лампа *HL2*- «ВЫКЛ». Реле *KV1* остаётся включенным до тех пор, пока контакты *SL2*, *SL1* и *KV1.2* замкнуты. Оно отключится только тогда, когда разомкнутся по

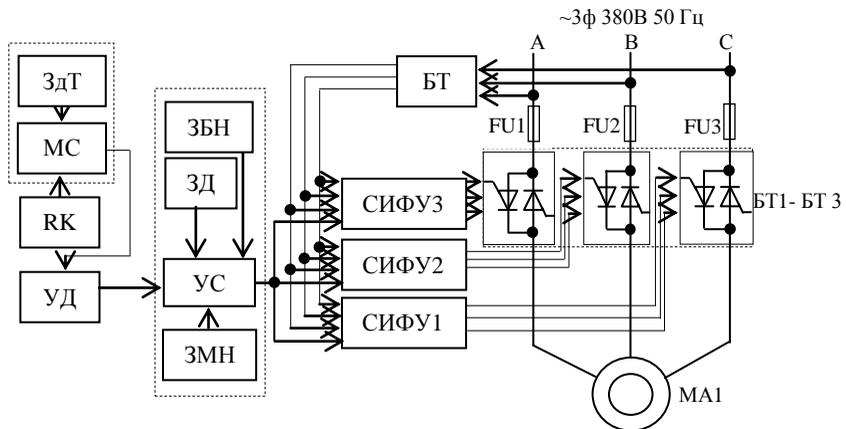
мере расхода воды и верхний, и нижний контакты. При этом насос снова включается. Загорается лампа *HL1* - «ВКЛ».

Двигатель защищён от КЗ выключателем *QF1* и от перегрузки тепловым реле пускателя *KM1*.

Датчик уровня обогревается в холодное время от обмерзания и обледенения нагревателем *EK1*.

Вариант 2

Вентиляционная установка со станцией управления МК-ВАУЗ

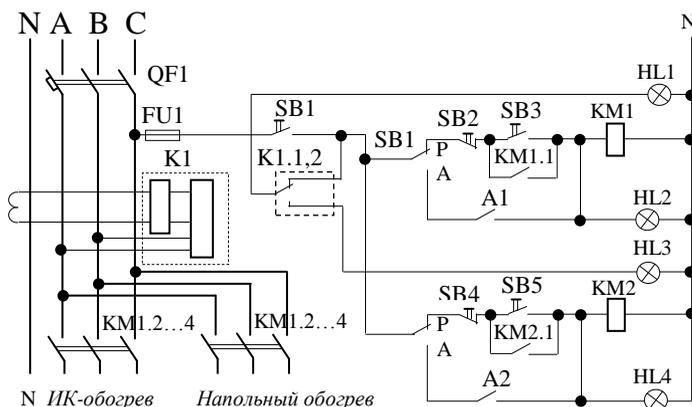


В автоматическом режиме работы сигнал датчика *RK*, измеряющего температуру в помещении, поступает на мост сравнения *МС*, в одном из плеч которого включен резистор – задатчик температуры *ЗдТ*. Далее сигнал через усилитель-демодулятор *УД* подаётся в узел сравнения *УС*, в котором имеются задатчики базового напряжения *ЗБН*, дифференциала *ЗД*, которым задают допустимое снижение температуры, и задатчик *ЗМН*, устанавливающий минимальное напряжение питания двигателя *МА1*. Затем сигнал поступает на системы им-

пульсно-фазового управления СИФУ1- СИФУ3, которые, изменяя углы отпирания тиристоров блоков БТ1- БТ3, плавно изменяют величину напряжения на обмотках статора МА1.

Вариант 3

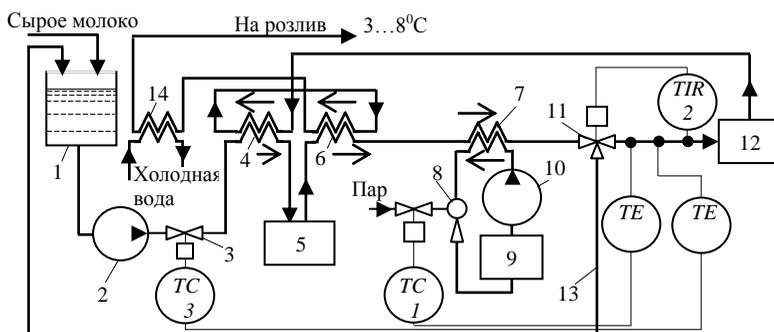
Автоматизированная установка для обогрева молодняка животных и птиц



Режим работы установки задаётся тумблерами SA1 и SA2. В автоматическом режиме включение и выключение пускателей KM1 и KM2 производится позиционными терморегуляторами A1 и A2. Температуру на поверхности обогреваемой панели мощностью 250 Вт напольного обогрева контролирует терморегулятор A1, а тепловой поток ИК-облучателя мощностью 120 Вт - терморегулятор A2. Оба регулятора работают независимо друг от друга. Токовое реле K1 отключает установку контактами K1.1,2 при снижении сопротивления изоляции ниже допустимого значения.

Вариант 4

Схема автоматизации процесса пастеризации молока [1]

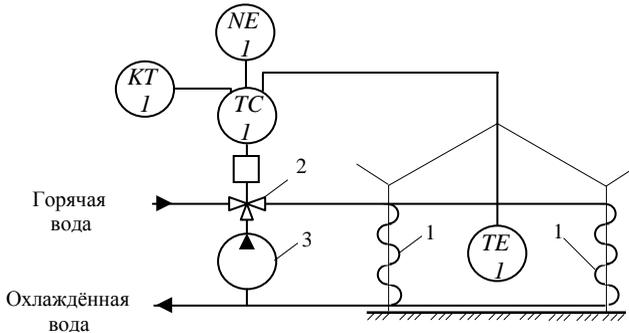


Пастеризатор молока представляет собой многосекционный пластинчатый теплообменник, подогреваемый горячей водой из контура - бойлер 9, инжектор 8 и насос 10. В процессе пастеризации молоко проходит последовательно первую секцию 4 регенерации, молокоочиститель 5, вторую секцию 6 регенерации, секцию 7 пастеризации, выдерживатель 12, затем снова секции 4 и 6 и, наконец, секцию 14 охлаждения. Греющим агентом является пар, нагревающий в бойлере воду, которая используется далее в секции пастеризации.

Режим пастеризации поддерживается ПИ-регулятором $TC1$, который управляет потоком пара к бойлеру. При температуре пастеризации ниже установленного уровня по команде регулятора-ограничителя (измерительный прибор с регулирующим устройством $TIR2$) открывается клапан 11 и по линии 13 возвращает молоко в уравнительный бак 1 на повторную пастеризацию. Если такие повторные режимы нежелательны, то используется схема пропорционального уменьшения расхода молока при снижении температуре пастеризации $t_{п}$. Эту функцию выполняет П - регулятор $TC3$, управляющий клапаном 3 на линии молочного насоса 2.

Вариант 5

Типовая схема автоматизации водяного обогрева теплицы

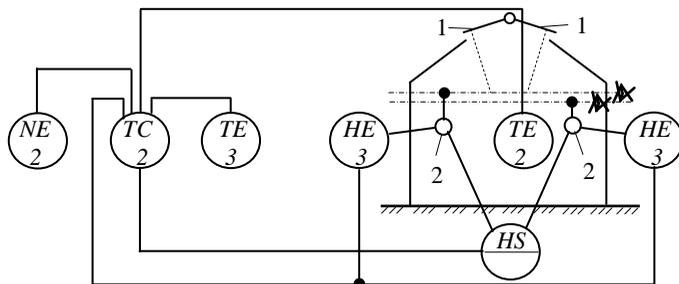


Горячая вода из тепловой сети поступает во входной горизонтальный патрубок смесительного клапана 2, в вертикальный патрубок которого насосом 3 подаётся определённое количество охлаждённой воды, прошедшей по трубам 1 системы обогрева теплицы. Образующаяся при смешивании вода с температурой t_T поступает в систему обогрева теплицы. Температура в средней точке теплицы измеряется преобразователем TEI и регулируется ПИ-регулятором, воздействующим на клапан 2.

В ночные часы, когда нет фотосинтеза, по команде реле времени KTI выполняется операция понижения температуры в теплице на $4...6^{\circ}\text{C}$, называемая технологическим переходом «день-ночь». В дневные часы температура воздуха в теплице автоматически корректируется в зависимости от уровня естественной освещённости преобразователем NEI , в корпусе которого объединены фотодиод и усилитель.

Вариант 6

Процесс управления естественной вентиляцией в теплице



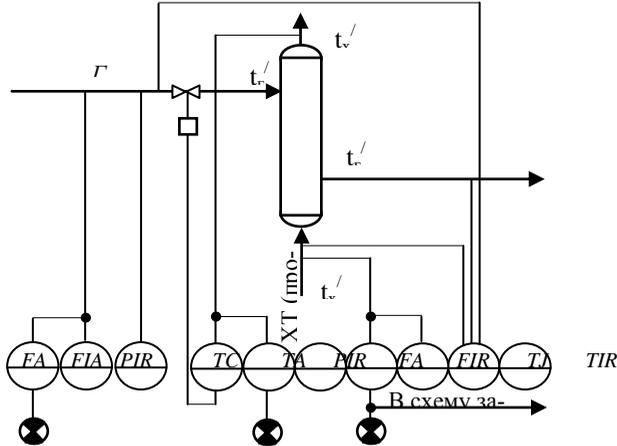
Требуемая степень открытия форточек 1 обеспечивается одно-контурной системой автоматического управления отклонением температуры в средней точке теплицы.

Регулятор температуры *TC2* действует по П-закону, поддерживая соотношение между температурой в теплице, которую измеряет преобразователь *TE2*, и степенью открытия форточек, которую контролируют преобразователи *HE3*. Диапазон срабатывания регулятора *TC2* автоматически корректируется в зависимости от уровня естественной освещённости, измеряемой преобразователем *NE2*, а предельная степень открытия форточек определяется текущим значением температуры снаружи теплицы. Эта температура контролируется измерительным преобразователем *TE3*.

Переключатель *HS* оказывает регулирующее воздействие через исполнительные механизмы 2 на один или оба ряда форточек в зависимости от направления и силы ветра.

Вариант 8

Процесс нагревания жидкости в трубчатом теплообменнике [2]



t_x'', t_x' - температура холодного теплоносителя на выходе и входе теплообменника;

t_r'', t_r' - температура горячего теплоносителя на выходе и входе теплообменника;

m_x, m_r – расход холодного и горячего теплоносителей;

c_x, c_r – удельные теплоёмкости холодного и горячего теплоносителей.

Уравнение теплового баланса без учёта тепловых потерь

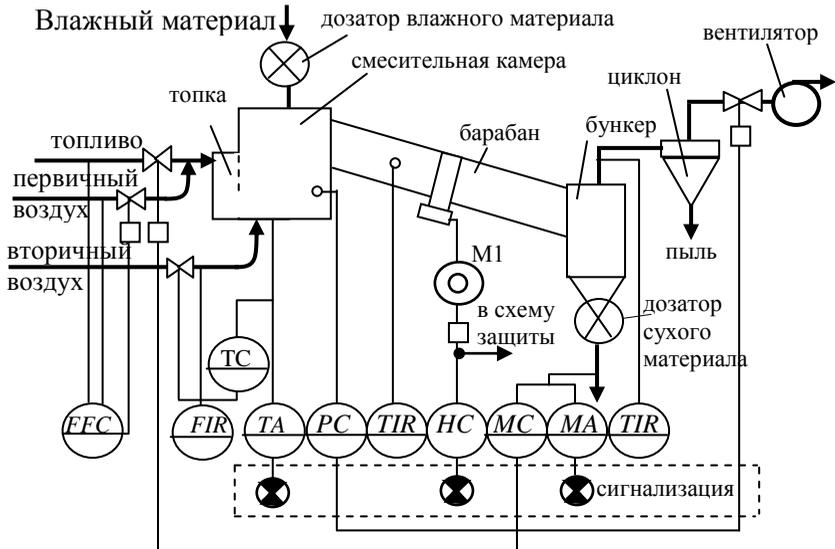
$$m_x c_x (t_x'' - t_x') = m_r c_r (t_r' - t_r'').$$

Если теплообменник используется для нагрева жидкости ХТ, то показателем эффективности процесса будет температура холодного теплоносителя на выходе из теплообменника

$$t_x'' = t_x' + \frac{m_r c_r (t_r' - t_r'')}{m_x c_x}$$

Вариант 9

Схема барабанной сушилки сыпучих материалов [2]



FFC – датчик соотношения расхода топлива и первичного воздуха;

FIR – датчик расхода вторичного воздуха;

TC - датчик температуры в смесительной камере;

TA – сигнализатор температуры в смесительной камере;

PC – датчик давления воздуха в смесительной камере;

TIR1 – датчик температуры в барабане;

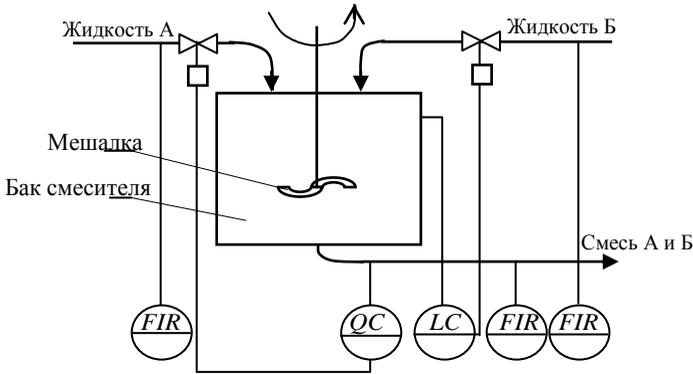
HC – дистанционное управление электродвигателем барабана;

MC – датчик влажности в системе управления расходом топлива;

MA – сигнализатор влажности сухого материала;

TIR2 – датчик температуры отработанного воздуха.

Вариант 10
Процесс смешивания жидкостей [2]



Уравнение материального баланса при смешивании двух жидкостей А и Б с расходами m_A и m_B с концентрациями компонентов Q_A и Q_B

$$m_{см} Q_{см} = m_A Q_A + m_B Q_B.$$

С учётом того, что в равновесном режиме расход $m_{см} = m_A + m_B$, необходимая концентрация смеси

$$Q_{см} = \frac{m_A Q_A + m_B Q_B}{m_A + m_B}.$$

Контролю подлежат расходы исходных жидкостей и их смесь.

В качестве регулирующего воздействия целесообразно принять расход одной из жидкостей, преимущественно той, которая больше влияет на концентрацию искомого компонента смеси.

Для успешной работы смесителя необходимо стабилизировать уровень смеси жидкостей в смесителе. Это лучше сделать

путем подачи той жидкости, которая не используется для регулирования материального баланса.

Защита, отключающая смеситель, необходима на случай прекращения поступления одной из жидкостей в смеситель.

2 Анализ САУ на устойчивость

2.1 Выбор структурной схемы анализируемой САУ

Структурная схема анализируемой САУ выбирается по рис.5 по предпоследней цифре шифра зачётной книжки. Критерий, по которому анализируется САУ, выбирается в соответствии с последней цифрой: 1,5,9 – критерий Гурвица; 2,4,8 – критерий Михайлова; 0,3,7,9 – критерий Найквиста. Передаточные функции звеньев структурной схемы имеют вид:

$$W(p)_1 = K_1 \frac{T_1 \cdot p + K_{01}}{(\tau_1 \cdot p + 1)p}; \quad (1)$$

$$W(p)_2 = K_2 \frac{T_2 \cdot p + K_{02}}{(\tau_2 \cdot p + 1)p}; \quad (2)$$

$$W(p)_3 = \frac{K_3}{\tau_3 \cdot p + 1}; \quad (3)$$

$$W(p)_4 = K_4 \frac{T_4 \cdot p + 1}{\tau_4 \cdot p + 1}. \quad (4)$$

Параметры передаточных функций заменяют числовыми значениями из табл. 4 в строке, определяемой последней цифрой шифра зачётной книжки. Далее структурную схему преобразуют к одноконтурному виду, пользуясь правилами эквивалентных преобразо-

ваний коммутации звеньев. Затем записывают передаточную функцию разомкнутой $W(p)$, замкнутой по управлению $\Phi_x(p)$ и возмущению $\Phi_f(p)$ (формулы (5)-(7)) и после преобразований окончательно записывают передаточную функцию замкнутой системы в виде отношения полиномов.

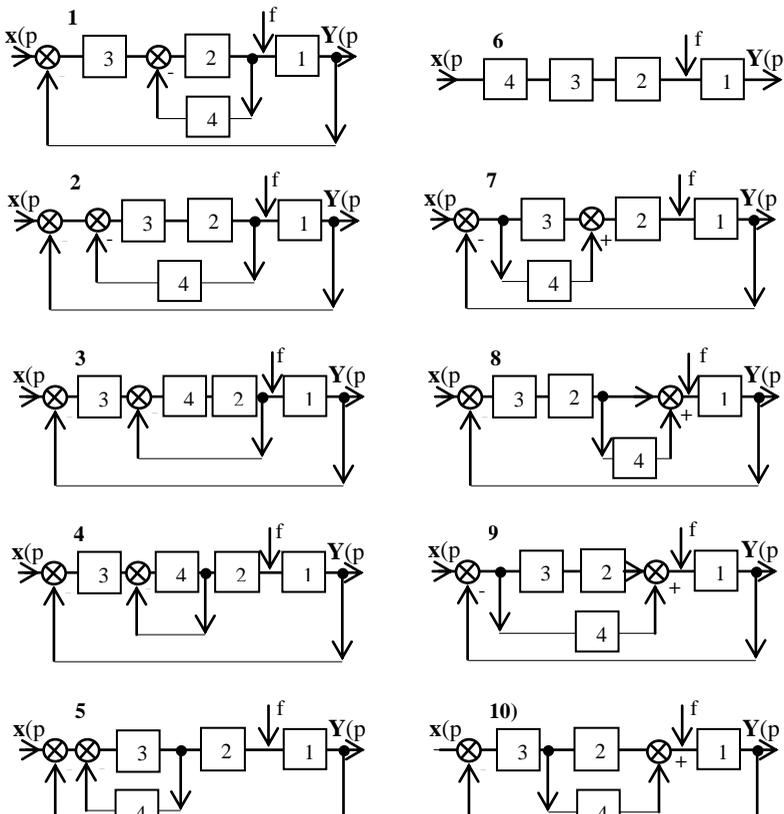


Рис. 5. Варианты структурных схем САУ для анализа устойчивости

$$W(p) = W(p)_1 \cdot W(p)_2 \dots W(p)_n = \frac{A(p)}{B(p)}; \quad (5)$$

$$\Phi_x(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{A(p)}{A(p) + B(p)}; \quad (6)$$

$$\Phi_f(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W(p)} = \frac{W_1(p) \cdot B(p)}{A(p) + B(p)}. \quad (7)$$

2.2 Общая методика анализа САУ на устойчивость

Для анализа выбранной системы автоматического управления необходимо, используя передаточную функцию замкнутой АСУ, определить её устойчивость по критериям Гурвица и Михайлова.

Затем, используя передаточную разомкнутой АСУ, определить устойчивость замкнутой системы по критерию Найквиста.

Далее, используя амплитудно-фазовую характеристику разомкнутой системы $W(j\omega)$, определить запас устойчивости АСУ по фазе $\Delta\varphi$, определив сначала частоту среза ω_c .

Таблица 4 -Значение параметров передаточных функций звеньев АСУ

Вариант	Параметры передаточной функции												
	K ₁	T ₁	τ ₁	K ₀₁	K ₂	T ₂	τ ₂	K ₀₂	K ₃	τ ₃	K ₄	T ₄	τ ₄
1	10	1	0,9	0	1	0,8	0	1	0,9	0,5	0,6	0	0
2	10	1	0,8	0	0,5	1	0,2	0	0,5	0	0,5	0	0,3
3	9	1	1,2	1	0,6	0,5	0	0	1	0,5	0,5	0	0
4	10	1	0,6	0	0,9	0,5	0,3	1	1	0	0,5	0	0

Продолжение таблицы 4

5	8	1	1,6	0	1	0,5	0,4	1	0,8	0	0,7	0	0
6	8	0,5	1	1	0,4	1	0	0	0,5	0,8	1	0	0
7	7	1	1,3	0	1	0,4	0	1	0,8	0,3	1	0	0
8	8	1	1,2	0	0,4	0	0,2	1	0,8	0	0,5	0,7	0,5
9	9	1	1,5	1	0,5	1	0,2	0	0,9	0	0,6	0	0
0	10	1	1,4	0	0,5	0,7	0,2	1	1	0	0,9	0	0

3. Использование критериев устойчивости

Исследовать АСУ путём решения уравнения динамики системы можно в тех простейших случаях, когда дифференциальные уравнения системы не выше второго порядка. Искать корни алгебраических уравнений высших порядков трудно, а уравнения выше четвертого порядка вообще аналитически не решаются [3]. Поэтому для анализа уравнений высших порядков были предложены специальные методики определения устойчивости АСУ (критерии устойчивости), связанные с нахождением зависимости между коэффициентами характеристического уравнения (8) и знаком вещественной части его корней.

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0. \quad (8)$$

Критерии устойчивости позволяют, не решая дифференциальных уравнений, определить устойчивость системы. Они подразделяются на алгебраические и частотные критерии.

3.1. Критерий Гурвица

Критерий Гурвица относится к алгебраическим критериям устойчивости. Согласно этому критерию, сначала нужно составить из коэффициентов характеристического уравнения определитель (матрицу) Гурвица следующим образом.

Все коэффициенты характеристического уравнения от a_1 до a_n располагают по главной диагонали в порядке возрастания индексов. Вверх от главной диагонали в столбцах записывают коэффициенты с последовательно возрастающими, а вниз – с убывающими индексами. На месте коэффициентов, индексы которых больше, чем n , и меньше, чем нуль, проставляют нули. С учётом этих пояснений определитель Гурвица имеет вид:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & . & . & a_n \end{vmatrix}$$

Критерий Гурвица гласит:

система устойчива тогда и только тогда, когда при $a_n > 0$ все коэффициенты a_i и все диагональные миноры определителя Δ_n больше нуля, т.е.

$$a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, \dots, a_n > 0, \text{ а также } \Delta_1 = a_1 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0; \dots; \Delta_{n-1} > 0.$$

Раскрывая определители Гурвица для характеристических уравнений низких порядков, можно получить следующие упрощенные условия устойчивости:

1) $n=1$; $a_0 p^2 + a_1 = 0$, условия устойчивости имеют вид: $a_0 > 0$; $a_1 > 0$;

2) $n=2$; $a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0$, условия устойчивости:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot a_2 > 0, \text{ а также } a_0 > 0, a_1 > 0 \text{ и } a_2 > 0;$$

3) $n=3$; $a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$ и условия устойчивости

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}; \Delta_1 = a_1 > 0, \Delta_2 = a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 > 0, \Delta_3 = \Delta_2 \cdot a_3 > 0$$

и при $a_i > 0$ условие устойчивости сводится к проверке $\Delta_2 > 0$;

4) $n=4$, $a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 = 0$;

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{vmatrix}; \Delta_1 = a_1 > 0; \Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0; \Delta_3 = a_3 \Delta_2 - a_1^2 a_4 > 0$$

и при $a_i > 0$ условие устойчивости сводится к проверке $\Delta_3 > 0$.

При $n > 4$ переходят к численным методам анализа устойчивости по критерию Гурвица с использованием ЭВМ.

В последнем столбце главного определителя Гурвица отличен от нуля только один коэффициент \mathbf{a}_n , поэтому

$$\Delta_n = \mathbf{a}_n \Delta_{n-1} \quad (9)$$

и при $\mathbf{a}_n > 0$ для проверки устойчивости системы достаточно найти только миноры от Δ_1 до Δ_{n-1} . Система будет на границе устойчивости, если все они положительны, а главный определитель равен нулю, т.е. $\Delta_n = 0$. Последнее равенство возможно в двух случаях, если $\mathbf{a}_n = 0$ (система находится на границе аperiodической устойчивости и один из корней характеристического уравнения равен нулю) или $\Delta_{n-1} = 0$, когда система находится на границе колебательной устойчивости и два комплексно-сопряженных корня характеристического уравнения расположены на мнимой оси.

Используя это, можно для заданной системы определить предельное (критическое) значение одного параметра (например, коэффициента усиления), соответствующее границе устойчивости. Например, для системы третьей степени [4] можно записать:

$$G(p) = (1 + T_1 p)(1 + T_2 p)(1 + T_3 p) + K = 0,$$

где K - коэффициент усиления разомкнутой системы; T_1, T_2, T_3 - постоянные времени динамических звеньев системы.

Найдем предельное значение коэффициента усиления разомкнутой системы K как функцию постоянных времени T_1, T_2, T_3 . Для этого перепишем характеристическое уравнение в виде:

$$G(p) = T_1 T_2 T_3 p^3 + (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) p^2 + (T_1 + T_2 + T_3) p + 1 + K = 0$$

или

$$G(p) = \mathbf{a}_0 p^3 + \mathbf{a}_1 p^2 + \mathbf{a}_2 p + \mathbf{a}_3 = 0,$$

где: $\mathbf{a}_0=T_1T_2T_3$; $\mathbf{a}_1=T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3$; $\mathbf{a}_2= T_1+T_2++T_3$; $\mathbf{a}_3=1+K$.

Согласно критерию Гурвица, система устойчива при:

$$\mathbf{a}_0>0; \mathbf{a}_1>0; \mathbf{a}_2>0; \mathbf{a}_3>0; \mathbf{a}_1\mathbf{a}_2-\mathbf{a}_0\mathbf{a}_3>0.$$

В данном случае все коэффициенты характеристического уравнения положительны, поэтому система устойчива при условии:

$$(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)(T_1+ T_2 + T_3) > (1+K)T_1T_2T_3.$$

Это неравенство можно переписать в виде

$$K < (1 + \tau_2 + \tau_3)(1 + 1/\tau_2 + 1/\tau_3) - 1,$$

где $\tau_2=T_2/T_1$; $\tau_3=T_3/T_1$.

Предельное значение коэффициента усиления, при котором система будет находиться на границе устойчивости, равно:

$$K = (1 + \tau_2 + \tau_3)(1 + 1/\tau_2 + 1/\tau_3) - 1.$$

Из последнего выражения следует, что предельный коэффициент усиления системы определяется не абсолютными значениями постоянных времени динамических звеньев, а их относительными значениями. Чем более резко отличаются постоянные времени друг от друга, тем больше коэффициент усиления системы K . В частном случае, когда $\tau_2 = \tau_3 = 1$, т.е. $T_1 = T_2 = T_3$, он минимален и равен $K = 8$.

3.2. Частотные критерии устойчивости

В основу частотных методов анализа положен принцип аргумента, суть которого заключается в следующем.

Для системы n -й степени её характеристическое уравнение с действительными коэффициентами имеет вид:

$$G(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} + \dots + a_{n-1}p + a_n = 0.$$

Если p_1, p_2, \dots, p_n - корни этого уравнения, то полином $G(p)$ можно представить в виде произведения простых сомножителей:

$$G(p) = a_0(p-p_1)(p-p_2)\dots(p-p_n).$$

На комплексной плоскости каждому корню p соответствует вполне определенная точка (рис. 6а), а каждый корень p_i можно изобразить геометрически в виде вектора, проведенного из начала координат к точке p_i (рис. 6б). Длина этого вектора равна модулю комплексного числа $|p_i|$, а угол, образованный вектором с положительным направлением действительной оси, равен аргументу или фазе комплексного числа p_i , т.е. $\arg p_i$.

Величины $(p-p_i)$, входящие множителями в $G(p)$, геометрически изображают векторами, проведенными из точек p_i к точке p , и являются разностью векторов p и p_i (рис. 7).

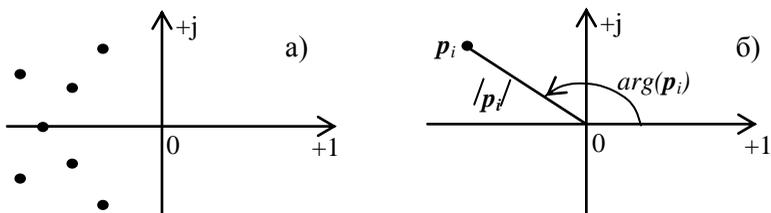


Рис. 6. Расположение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости - а), модуль и фаза вектора p_i - б)

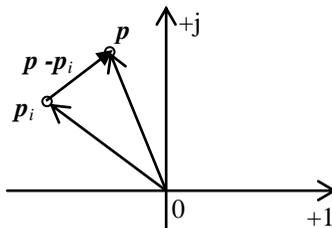


Рис. 7. К определению элементарного вектора $(p-p_i)$

Если в полиноме $G(p)$ выполнить замену $p=j\omega$, то получим вектор

$$G(j\omega) = a_0(j\omega - p_1)(j\omega - p_2) \dots (j\omega - p_n).$$

Концы элементарных векторов, составляющих вектор $G(j\omega)$, будут находиться на мнимой оси в одной точке $p=j\omega$ (рис. 8).

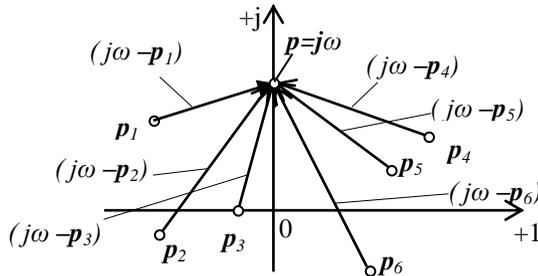


Рис. 8. К определению элементарных векторов $(j\omega - p_i)$

Модуль вектора $|G(j\omega)|$ равен произведению модулей элементарных векторов и коэффициента a_0 :

$$|G(j\omega)| = a_0 |j\omega - p_1| \cdot |j\omega - p_2| \cdot \dots \cdot |j\omega - p_n|,$$

а аргумент (фаза) равен сумме аргументов элементарных векторов:

$$\arg G(j\omega) = \arg(j\omega - p_1) + \arg(j\omega - p_2) + \dots + \arg(j\omega - p_n).$$

Примем вращение вектора против часовой стрелки за положительное направление. Тогда, изменяя частоту ω от $-\infty$ до $+\infty$, получим поворот каждого элементарного вектора $(j\omega - p_i)$ на угол $+\pi$, если его начало (корень p_i) лежит в левой части комплексной плоскости, и на угол $-\pi$, если он начинается в правой комплексной полуплоскости (рис. 9).

Предположим, что уравнение $G(p)=0$ имеет m корней в пра-

вой части плоскости p и, следовательно, $n-m$ корней в левой части комплексной плоскости. Тогда при возрастании ω от $-\infty$ до $+\infty$ изменение аргумента вектора $G(j\omega)$ или угол поворота, равный сумме изменений аргументов элементарных векторов, будет равен:

$$\Delta \arg G(j\omega) = (n-m)\pi - m\pi = (n-2m)\pi. \quad (10)$$

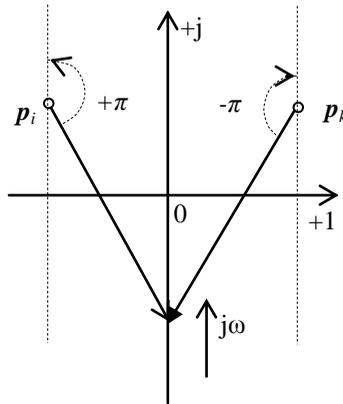


Рис. 9. К определению углов поворота векторов $(p-p_i)$ и $(p-p_k)$

Отсюда следует, что изменение аргумента $G(j\omega)$ при возрастании ω от $-\infty$ до $+\infty$ равно разности $(n-m)$ корней уравнения $G(p)=0$, лежащих в левой части плоскости и числом m корней уравнения, лежащих в правой части плоскости, умноженной на π .

3.2.1. Критерий Михайлова

Критерий непосредственно вытекает из принципа аргумента (10) и является его геометрической интерпретацией.

Если все корни характеристического уравнения системы

$$G(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0$$

лежат в левой части комплексной плоскости p и в правой части плоскости корней нет (система устойчива), то $m = 0$ и изменение аргумента при $-\infty \leq \omega \leq \infty$:

$$\Delta \arg G(j\omega) = n\pi.$$

Отсюда следует вывод:

САР будет устойчива, если при возрастании ω от $-\infty$ до $+\infty$ изменение аргумента вектора $G(j\omega)$ будет равно $n\pi$, где n - степень уравнения $G(p)$.

При изменении частоты ω от $-\infty$ до $+\infty$ конец вектора $G(j\omega)$ опишет на комплексной плоскости кривую, которую называют характеристической кривой, или годографом вектора $G(j\omega)$.

Уравнение годографа определяется подстановкой $p=j\omega$ в многочлен $G(p)$ и разделением действительной $R(\omega)$ и мнимой частей $I(\omega)$:

$$G(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}(j\omega) + a_n = R(\omega) + jI(\omega),$$

где $R(\omega)$ - четная функция $R(-\omega) = R(\omega)$, а $I(\omega)$ - нечетная функция частоты $I(-\omega) = -I(\omega)$.

Поэтому для отрицательных значений ω характеристическая кривая $G(-j\omega) = R(\omega) - jI(\omega)$, т.е. симметрична относительно действительной оси. Поэтому при построении годографа можно ограничиться значениями частоты от 0 до ∞ .

Критерий Михайлова формулируется следующим образом:

САР будет устойчивой, если при возрастании частоты ω от 0 до ∞ , её вектор $G(j\omega)$ повернётся на угол $n\pi/2$,

или то же самое:

САР будет устойчивой, если её годограф при изменении частоты ω от 0 до ∞ , начинается с положительной действительной оси, обходя последовательно против часовой стрелки n квадрантов.

Таким образом, критерий Михайлова требует, чтобы при изменении угловой частоты ω от 0 до ∞ годограф, описываемый концом вектора $G(j\omega)$, начинался на вещественной положительной полуоси и, вращаясь монотонно только против часовой стрелки, нигде не обращался в нуль, проходил, поворачиваясь на угол $n\pi/2$, последовательно число квадрантов, равное степени n характеристического уравнения.

Если хотя бы одно из указанных условий не соблюдается, то система неустойчива.

Примеры годографов устойчивых систем различных порядков показаны на рис. 10а, на рис. 10б - годографов неустойчивых систем, а на рис. 10в изображен годограф системы автоматического управления, находящейся на границе устойчивости.

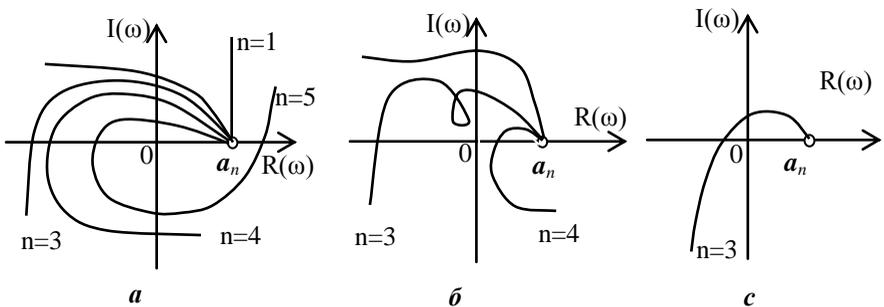


Рис. 10. Годографы Михайлова для систем автоматики:

а -устойчивых; б - неустойчивых; в -на границе устойчивости

3.2.2. Критерий Найквиста

Этот критерий позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по амплитудно–фазо-частотной характеристике (АФЧХ) разомкнутой системы.

Пусть дана разомкнутая система (рис. 11а) с передаточной функцией $W(p)=H(p)/G(p)$ и операторным уравнением:

$$G(p)y = H(p)x.$$

Замкнем систему, подавая выходной сигнал y на вход системы (пунктир). Принимая $x = -y$, запишем для замкнутой системы:

$$E(p) = [G(p)+H(p)]y = 0.$$

Последнее равенство справедливо, если ($y \neq 0$). Следовательно,

$$G(p) + H(p) = 0. \quad (11)$$

Заменив p на $j\omega$ и разделив левую часть уравнения (11) на $G(j\omega)$, получим АФЧХ замкнутой системы:

$$1+W(j\omega) = T(j\omega). \quad (12)$$

В формуле (12) АФЧХ разомкнутой системы:

$$W(j\omega) = y/x = H(j\omega)/G(j\omega).$$

Полином $E(p)$ представляет собой собственный оператор замкнутой системы и имеет столько же корней, что и полином $G(p)$, т.к. порядок полинома $H(p)$ всегда ниже.

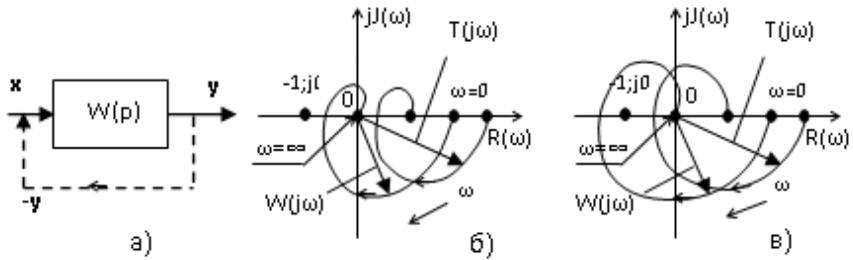


Рис. 11. Структурная схема САУ - а); АФЧХ устойчивой системы - б); АФЧХ неустойчивой системы - в).

При анализе замкнутой системы по ее поведению в разомкнутом состоянии могут возникать два случая:

1-й случай.

Исследуемая замкнутая система устойчива в разомкнутом состоянии. Критерий Найквиста для рассматриваемого случая формулируется следующим образом:

замкнутая система автоматического управления устойчива, если она устойчива или находится на границе устойчивости в разомкнутом состоянии и её АФЧХ $W(j\omega)$ в этом состоянии не охватывает точку $(-1;j0)$.

Пример АФЧХ устойчивой системы автоматического управления приведён на рис. 11б, а неустойчивой – на рис. 11в.

2-й случай.

Система в разомкнутом состоянии неустойчива. Критерий Найквиста в этом случае формулируется так:

замкнутая САР устойчива, если она неустойчива в разомкнутом состоянии и её АФЧХ $W(j\omega)$ в этом состоянии охватывает точку с координатами $(-1; j0)$ против хода часовой стрелки $m/2$ раз (где m число корней с положительной вещественной частью).

Пример характеристики системы, устойчивой в замкнутом состоянии, приведён на рис. 12.

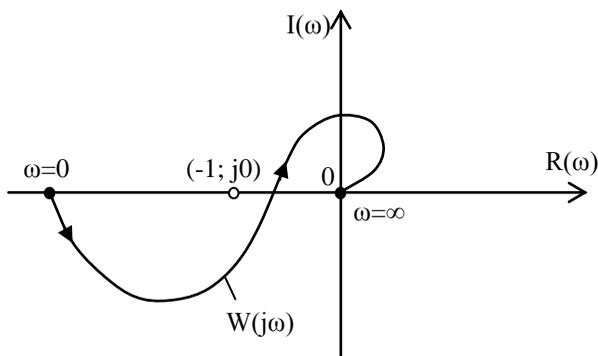


Рис. 12. АФЧХ разомкнутой системы автоматического управления, которая будет устойчивая в замкнутом состоянии.

Число корней с положительной вещественной частью уравнения системы $m = 1$.

3.2.3 Логарифмический критерий Найквиста. Запас устойчивости по фазе и амплитуде

Амплитудно-частотную характеристику во многих случаях удобнее строить в логарифмических координатах в виде зависимости $L(1g\omega) = 201gA(1g\omega)$, а фазовую - в виде зависимости $\varphi(1g\omega)$.

Зависимость $\varphi(1g\omega)$ называется логарифмической фазовой ха-

рактической (ЛФХ), а зависимость $L(\lg\omega)$ - логарифмической амплитудной характеристикой (ЛАХ).

В качестве единицы логарифмических характеристик используется дециБел [дБ], $1 \text{ дБ} = 0,1 \text{ Бела}$ [Б].

Бел - это единица десятичного логарифма от коэффициента усиления сигнала по мощности, т.е. 1 Б соответствует усилению мощности в 10 раз, 2 Б - в 100 раз, 3 Б - в 1000 раз и т.д. При применении ЛАХ логарифмическая фазовая характеристика строится в полулогарифмических координатах, чтобы и ЛАХ и ЛФХ были связаны одним масштабом на оси абсцисс. Единицей приращения $\lg\omega$ является декада, соответствующая изменению частоты в 10 раз или октава, соответствующая изменению частоты в 2 раза (Октава = 0,303 декады).

Заметим также, что $\lg(0) \rightarrow \infty$, поэтому логарифмические характеристики строятся не от нулевой частоты, а от достаточно малого, но конечного значения ω , которое и откладывается в точке пересечения координатных осей.

Согласно критерию Найквиста система, устойчивая в разомкнутом состоянии, будет устойчивой в замкнутом состоянии, если её характеристика в разомкнутом состоянии $W(j\omega)$ не охватывает точку $(-1, j0)$. Это имеет место, если при частоте, называемой частотой среза, амплитуда $A(\omega_c) = 1$ и абсолютное значение фазы меньше π . Применительно к логарифмическим характеристикам следует учесть, что значению $A(\omega) = 1$ соответствует $L = 20 \lg A = 0$.

Таким образом, критерий устойчивости Найквиста для систем, устойчивых в разомкнутых состояниях, сводится к тому, что ЛАХ должна пересекать ось абсцисс раньше, чем ЛФХ перейдет через значение $\varphi = -\pi$. Иными словами на частоте среза ω_c величина фазы должна быть по модулю меньше π .

Изложенное положение иллюстрируется рисунком 13, на котором изображена ЛАХ $L(\omega)$ и четыре варианта ЛФХ $\varphi(\omega)$. В случаях ЛФХ №1 и №4 замкнутая САУ будет устойчивой, ЛФХ №2 соответствует САУ на границе устойчивости, а ЛФХ №3 - неустойчивой системе автоматического управления.

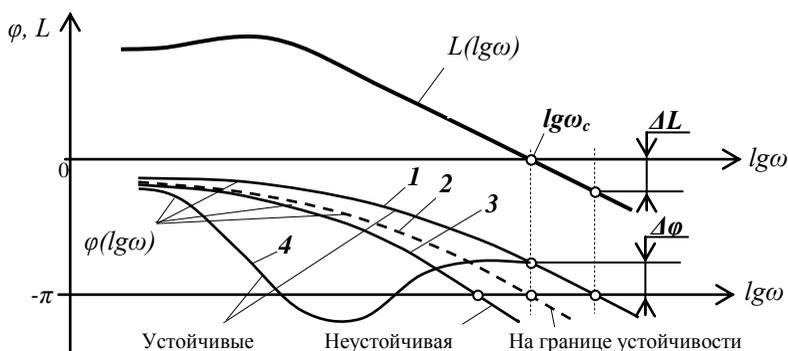


Рис. 13. Логарифмические частотные характеристики САУ

Как видно из характеристик, представленных на рис. 13, логарифмический критерий значительно более нагляден, чем критерий Найквиста. Кроме того, по логарифмическим характеристикам легко определяется запас устойчивости исследуемой системы по амплитуде ΔL и по фазе $\Delta\varphi$.

Для астатических систем и систем, неустойчивых в разомкнутом состоянии, критерий формулируется исходя из следующих соображений. Можно показать [4], что устойчивость системы связана с числом переходов АФЧХ разомкнутой системы $W(j\omega)$ через отрезок $(-\infty, -1)$ отрицательной вещественной полуоси. Когда кривая $W(j\omega)$ пересекает отрицательную вещественную полуось, ЛФХ пересекает одну из линий $\pm\pi(2i+1)$, где $i=0,1,2,3,\dots,n$ (рис. 14). Переходы через эти линии не опасны с точки зрения устойчивости, если они совершаются справа от точки $(-1, j0)$. При этом модуль АФЧХ меньше единицы - $|W(j\omega)| < 1$, а ординаты ЛАХ отрицательны, т.е. $LA(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| < 0$. Поэтому область отрицательных значений ЛАХ при исследовании устойчивости интереса не представляет.

Положительному переходу, т.е. сверху вниз через отрезок от $-\infty$ до -1 характеристики $W(j\omega)$ соответствует пересечение ЛФХ при $LA(j\omega) > 0$ прямых $\pm\pi(2i+1)$ снизу вверх (точка 2 на рис. 14), а отрицательному переходу - сверху вниз (точка 1 на рис. 14).

В случае астатических систем при подсчете числа точек пересечения необходимо учитывать точку пересечения (или касания) АФЧХ отрезка $(-\infty \div -1)$, получающегося при бесконечно малых значениях ω .

Критерий устойчивости Найквиста применительно к ло-

гарифмическим частотным характеристикам (в общем случае) может быть сформулирован следующим образом:

Для того чтобы система автоматического управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы разность между числом положительных и отрицательных переходов ЛФХ прямых $\pm\pi (2i+1)$ ($i=0,1,2,\dots,n$) во всех областях, где ЛАХ положительна $LA(\omega) > 0$, была равна $m/2$ (m - число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы); если она не равна $m/2$, то система не устойчива.

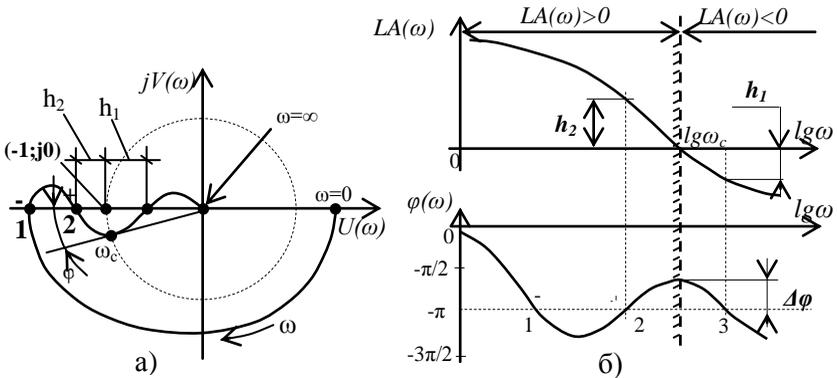


Рис. 14. АФЧХ $W(j\omega)$ разомкнутой САУ а) и соответствующие ей ЛАХ и ЛФХ б)

На рис. 14 приведены в качестве примера АФЧХ разомкнутой системы $W(j\omega)$ и соответствующие ей логарифмические характеристики - ЛАХ и ЛФХ. Из анализа ЛАХ и ЛФХ видно, что разность между числом положительных и отрицательных переходов ЛАХ прямой $-\pi$ при $LA(\omega) > 0$ равна нулю. Таким образом, если разомкнутая система

была устойчива ($m=0$), то и замкнутая система будет устойчива, при этом запасы устойчивости по амплитуде равны h_1 и h_2 , а запас устойчивости по фазе равен $\Delta\varphi$.

При оценке устойчивости систем одного факта устойчивости недостаточно. Необходимо ещё оценить величину запаса устойчивости, т.е. степень удалённости системы от границ устойчивости. Система, которая теоретически является устойчивой, но находится очень близко к границе устойчивости, практически при её реализации может оказаться неустойчивой, как вследствие неточности математического описания системы, использованного при оценке устойчивости, так и из-за изменения во времени параметров системы.

Основное распространение в качестве меры запаса устойчивости получили, вытекающие из критерия Найквиста, две величины – запас по фазе $\Delta\varphi$ и запас устойчивости по амплитуде h . Эти величины показаны на рис. 15.

Минимальный отрезок действительной оси h , характеризующей расстояние между критической точкой и ближайшей точкой пересечения годографа $W(j\omega)$ с действительной осью, называют **запасом устойчивости по модулю** (рис. 15).

Минимальный угол $\Delta\varphi$, образуемый радиусом, проходящим через точку пересечения годографа $W(j\omega)$ с окружностью единичного радиуса с центром в начале координат и отрицательной частью действительной оси, есть **запас устойчивости по фазе** (рис. 15).

Применительно к логарифмическим характеристикам, изображённым на рис. 13, эти величины обозначены как ΔL и $\Delta\varphi$.

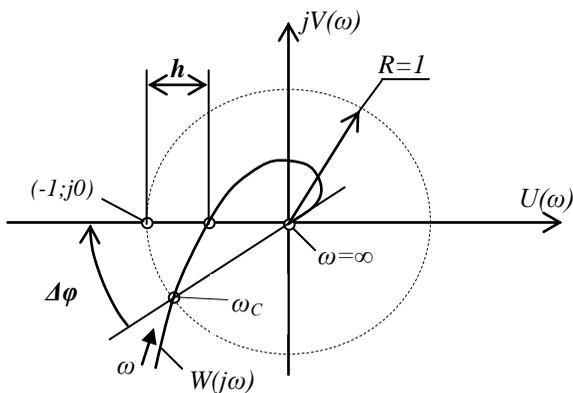


Рис. 15. К определению запасов устойчивости системы автоматического управления по модулю и по фазе.

Запас устойчивости по фазе определяется величиной $\Delta\varphi$, на которую должно возрасти запаздывание по фазе в системе на частоте среза ω_c , чтобы система оказалась на границе устойчивости.

Запас устойчивости по амплитуде определяется величиной ΔL допустимого подъёма ЛАХ, при котором система окажется на границе устойчивости.

Таким образом, запас по амплитуде есть запас по коэффициенту передачи K разомкнутой системы по отношению к её критическому по устойчивости состоянию.

При разработке и анализе устойчивости систем автоматического управления рекомендуется выбирать:

$$\Delta\varphi > 30^\circ \text{ и } \Delta L > 6 \text{ дБ.}$$

4 Пример разработки функциональной схемы САУ и идентификации её функциональных элементов

Одноконтурная система автоматического регулирования температуры воздуха в помещении установкой СФОА – 0,4/40 (напряжение питания 0,4 кВ 50 Гц, установленная номинальная мощность 40 кВт).

Упрощенная принципиальная электрическая схема управления калориферной установкой в автоматическом режиме показана на рисунке 16.

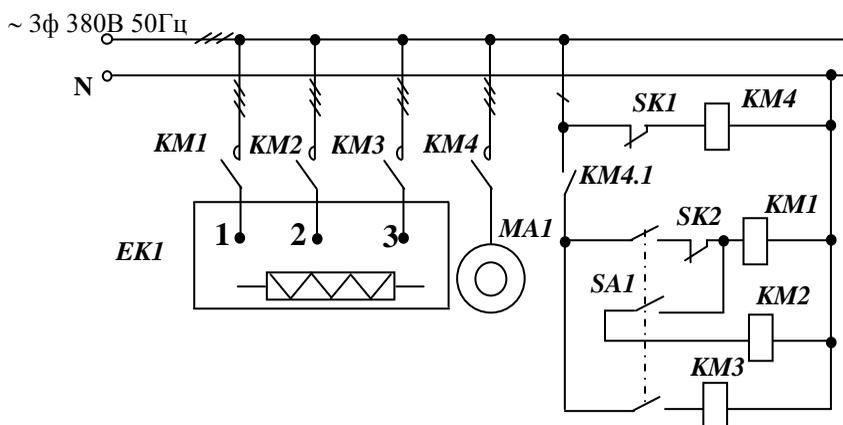


Рис. 16. – Упрощенная принципиальная электрическая схема управления установкой СФОА – 0,4/40.

Переключатель SA1 в замкнутом положении определяет режим работы установки (А) АВТОМАТИЧЕСКИЙ.

Работа нагревательных (ЕК) секций 1,2 и 3, управляемых пускателями KM1, KM2 и KM3, возможна только при работающем электродвигателе MA1 вентилятора, который включается магнитным пускателем KM4. Своим контактом KM4.1 пускатель KM4 блокирует цепь питания пускателей KM1- KM3.

Терморегулятор SK1 дилатометрического типа ограничивает температуру поверхности ТЭНов нагревателя EK1 на уровне 180°C .

Терморегулятор SK2 термобиметаллический предназначен для автоматического выключения – включения нагревательных секций 1 и 2. Винтом терморегулятора закручивают (или раскручивают) спираль, выполненную из биметаллической пластины. При нагреве воздуха в помещении выше установленной температуры пластина деформируется и, изгибаясь, разрывает своим контактом цепь питания пускателей KM1 и KM2. Это приводит к отключению секций 1 и 2 нагревателя EK1. При остывании биметаллическая пластина деформируется в обратную сторону и замыкает цепь пускателей, включающих секции 1 и 2 нагревателя. Цикл нагрева помещения повторяется.

Таким образом, терморегулятор SK2, преобразуя усилие датчика (винт) в деформацию F_1 и сравнивая ее с деформацией F_2 от действия температуры воздуха, совмещает в себе функции датчика (Д), элемента обратной связи (ОС) и органа сравнения (СО). Пластина терморегулятора управляет состоянием контакта по 2-х позиционному релейному закону, следовательно, выполняет функцию вычислителя (В).

Объектом управления является помещение, выходной сигнал САУ есть воздух в этом помещении. Управляющее воздействие на объект формирует исполнитель (И), состоящий из магнитных пускателей KM1-KM4, нагревателя EK1 и вентилятора, приводимого в действие электродвигателем MA1. В этом состоит идентификация функциональных узлов схемы и сигналов САУ.

В соответствии с изложенным описанием функционирования системы функциональная схема САУ представлена на рис. 17.

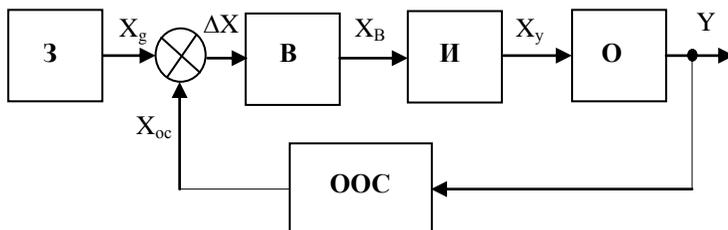


Рис. 17. Функциональная схема системы автоматического управления caloriferной электроустановкой СФОА-4-/0,4

З – винт, определяющий деформацию F_1 биметаллической спирали;

В – контакт биметаллического реле;

И – пускатели КМ1-КМ4, нагреватель ЕК, электродвигатель МА1;

О – помещение;

ОС - биметаллическая спираль, преобразующая температуру в деформацию F_2 ;

СО - биметаллическая спираль, деформируемая F_1 и F_2 .

Идентификация сигналов САУ:

Y (выходной) – температура воздуха в помещении;

X_g (задающий) – деформация биметаллической спирали винтом;

X_{oc} – деформация биметаллической спирали температурой;

ΔX – разность деформаций от винта и температуры;

X_B – замкнут или разомкнут контакт датчика;

X_y - включены или выключены секции 1 и 2 нагревателя ЕК1.

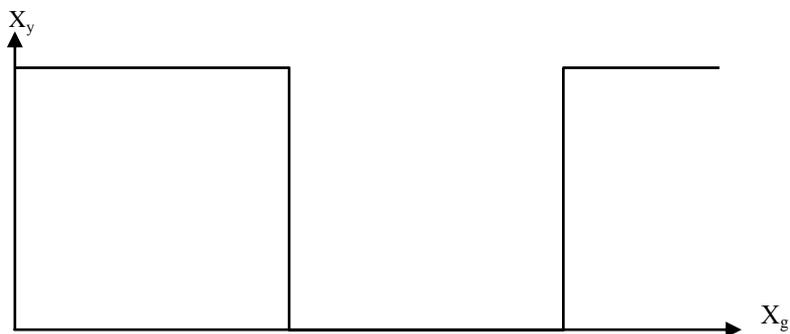


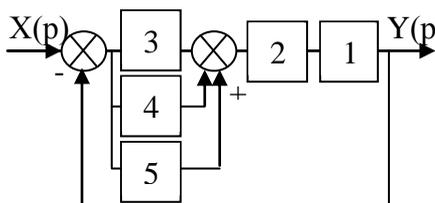
Рис. 18. Статическая характеристика САУ электроустановкой СФОА-40/0,4

На основании проведенных исследований заключаем:

1. ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ САУ установкой СФОА-40/0,4 - замкнутый по отклонению выходного сигнала (принцип Ползунова);
2. ЗАКОН УПРАВЛЕНИЯ САУ установки СФОА-40/0,4 – прерывистый релейный двухпозиционный;

5 Пример выполнения анализа устойчивости САУ

Выполнить анализ системы автоматического управления на устойчивость по критериям Гурвица, Михайлова, Найквиста и определить её запас устойчивости по амплитуде и фазе.



Передаточные функции звеньев структурной схемы:

$$W_1(p) = \frac{4p}{(1,2p + 1)p};$$

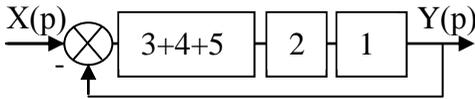
$$W_2(p) = \frac{0,5}{(0,2p + 1)p};$$

$$W_3(p) = 0,9;$$

$$W_4(p) = 0,5 \frac{0,7p + 1}{0,5p + 1};$$

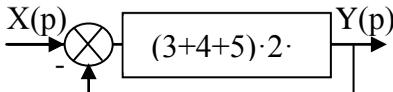
$$W_5(p) = 0,5.$$

Преобразуем схему, складывая передаточные функции параллельных звеньев 3, 4 и 5:



$$W_{345}(p) = 0,9 + 0,5 \frac{0,7p + 1}{0,5p + 1} + 0,5 = \frac{1,05p + 1,9}{0,5p + 1}.$$

Преобразуя последовательное соединение звеньев схемы



$$W_{12345}(p) = \frac{1,05p + 1,9}{0,5p + 1} \cdot \frac{4p}{(1,2p + 1)p} \cdot \frac{0,5}{(0,2p + 1)p},$$

получим передаточную функцию разомкнутой системы:

$$W_p(p) = \frac{1,05p + 1,9}{0,5p + 1} \cdot \frac{4}{1,2p + 1} \cdot \frac{0,5}{0,2p^2 + p}; \quad (15)$$

$$W_{12345}(p) = \frac{2,1p + 3,8}{0,12p^4 + 0,94p^3 + 1,9p^2 + p} = W_p(p).$$

Наконец преобразуем соединение звеньев с единичной обратной связью.

$$W(p) = \frac{W_{12345}(p)}{W_{12345}(p) + 1};$$

$$W(p) = \frac{\frac{2,1p + 3,8}{0,12p^4 + 0,94p^3 + 1,9p^2 + p}}{\frac{2,1p + 3,8}{0,12p^4 + 0,94p^3 + 1,9p^2 + p} + 1}.$$

Получаем передаточную функцию замкнутой системы

$$W(p) = \frac{2,1p + 3,8}{0,12p^4 + 0,94p^3 + 1,9p^2 + 3,1p + 3,8} = W_3(p);$$

$$W_3(p) = \frac{2,1p + 3,8}{0,12p^4 + 0,94p^3 + 1,9p^2 + 3,1p + 3,8} = \frac{A(p)}{B(p)}.$$

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПО КРИТЕРИЮ ГУРВИЦА

Характеристическое уравнение замкнутой САУ $G(p) = B(p)$:

$$G(p) = 0,12p^4 + 0,94p^3 + 1,9p^2 + 3,1p + 3,8;$$

$$G(p) = a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4.$$

Составим определитель Гурвица из коэффициентов уравнения

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 a_3 a_5 a_7 \\ a_0 a_2 a_4 a_6 \\ 0 a_1 a_3 a_5 \\ 0 a_0 a_2 a_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,94 \dots 3,1 \dots 0 \dots 0 \\ 0,12 \dots 1,9 \dots 3,8 \dots 0 \\ 0 \dots 0,94 \dots 3,1 \dots 0 \\ 0 \dots 0,12 \dots 1,9 \dots 3,8 \end{vmatrix}.$$

Определим диагональные миноры

$$\Delta_1 = a_1 = 0,94 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 \\ a_0 a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,94 \dots 3,1 \\ 0,12 \dots 1,9 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_2 = 0,94 \cdot 1,9 - 3,1 \cdot 0,12 = 1,4 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 a_5 \\ a_0 a_2 a_4 \\ 0 a_1 a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,94 \dots 3,1 \dots 0 \\ 0,12 \dots 1,9 \dots 3,8 \\ 0 \dots 0,94 \dots 3,1 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_3 = 0,94(3,1 \cdot 1,9 - 3,8 \cdot 0,94) = 1,1 > 0.$$

Все коэффициенты характеристического уравнения a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 и миноры положительные, следовательно, данная САУ устойчивая.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПО КРИТЕРИЮ МИХАЙЛОВА

Запишем характеристический полином системы, замкнутой по выходному сигналу

$$G(p) = 0,12p^4 + 0,94p^3 + 1,9p^2 + 3,1p + 3,8.$$

Преобразуем полином в частотную функцию, заменив в нем оператор p на $j\omega$:

$$G(j\omega) = 0,12(j\omega)^4 + 0,94(j\omega)^3 + 1,9(j\omega)^2 + 3,1(j\omega) + 3,8.$$

Имея в виду, что

$$j^4 = 1, j^3 = -j, j^2 = -1,$$

получаем

$$G(j\omega) = 0,12\omega^4 - 0,94j\omega^3 - 1,9\omega^2 + 3,1j\omega + 3,8.$$

После приведения подобных членов получаем функцию, которая называется годографом Михайлова

$$G(j\omega) = (0,12\omega^4 - 1,9\omega^2 + 3,8) + j(-0,94\omega^3 + 3,1\omega).$$

Выписываем вещественную и мнимую части функции

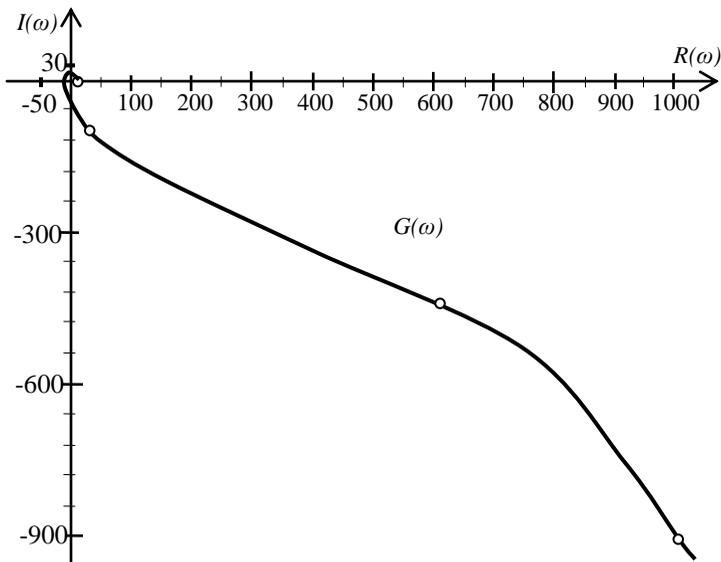
$$R(\omega) = 0,12\omega^4 - 1,9\omega^2 + 3,8;$$

$$jI(\omega) = j(-0,94\omega^3 + 3,1\omega).$$

Рассчитываем координаты годографа Михайлова $R(\omega)$ и $I(\omega)$ $\omega = 0 \dots \infty$ и строим его на плоскости

Таблица 1 – Координаты годографа Михайлова

ω	0	1	1,8	3	4	5	8	10
$R(\omega)$	3,8	2,0	-1,1	-3,6	4,1	31,3	609	1014
$I(\omega)$	0	2,2	0	-16	-47,8	-102	-456	-909



Как видно из графика, годограф $G(j\omega)$ начинается на положительной вещественной полуоси, монотонно против хода часовой стрелки, не пересекая начало координат, проходит 4 квадранта, число которых равно степени характеристического уравнения. Следовательно, и по критерию Михайлова САУ устойчива.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПО КРИТЕРИЮ НАЙКВИСТА

Запишем передаточную функцию разомкнутой системы:

$$W_p(p) = \frac{2,1p + 3,8}{0,12p^4 + 0,94p^3 + 1,9p^2 + p}$$

Разомкнутая САУ согласно критерию Гурвица устойчива, т.к. все коэффициенты характеристического уравнения $a_0=0,12$; $a_1=0,94$; $a_2=1,9$; $a_3=1$ и минор $\Delta_2 = 1,7$ положительные.

Выполняем замену $p = j\omega$ и записываем частотную характеристику разомкнутой САУ:

$$W_p(j\omega) = \frac{2,1j\omega + 3,8}{0,12j^4\omega^4 + 0,94j^3\omega^3 + 1,9j^2\omega^2 + j\omega};$$

$$W_p(j\omega) = \frac{2,1j\omega + 3,8}{(0,12\omega^4 - 1,9\omega^2) + j(-0,94\omega^3 + \omega)}.$$

Освобождаемся от мнимости в знаменателе, умножая числитель и знаменатель на комплексно-сопряжённый знаменатель

$$W_p(j\omega) = \frac{(2,1j\omega + 3,8)((0,12\omega^4 - 1,9\omega^2) - j(-0,94\omega^3 + \omega))}{(0,12\omega^4 - 1,9\omega^2)^2 + (-0,94\omega^3 + \omega)^2}.$$

$$W_p(j\omega) = \frac{0,456\omega^4 - 7,22\omega^2 + j(0,252\omega^5 - 3,05\omega^3 - \omega)}{0,0144\omega^8 + 0,4276\omega^6 + 1,73\omega^4 + \omega^2}.$$

После деления вещественной и мнимой частей числителя на знаменатель дроби получим вещественную и мнимую части годографа Найквиста разомкнутой САУ:

$$R(\omega) = \frac{0,456\omega^2 - 7,22}{0,0144\omega^6 + 0,4276\omega^4 + 1,73\omega^2 + 1}.$$

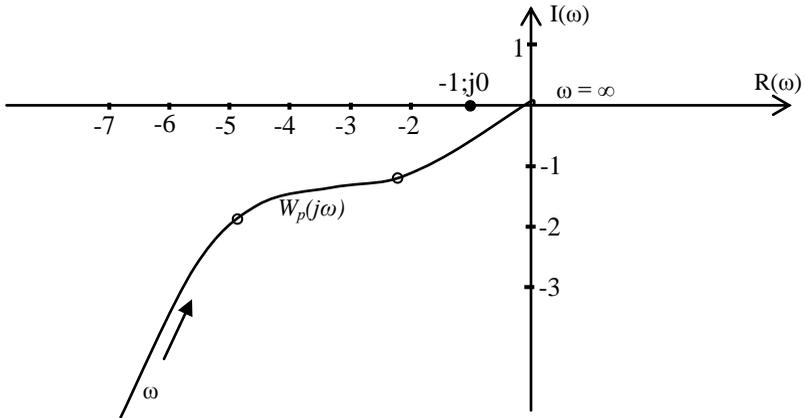
$$jI(\omega) = j \frac{0,252\omega^4 - 3,05\omega^2 - 1}{0,0144\omega^7 + 0,4276\omega^5 + 1,73\omega^3 + \omega}.$$

Рассчитываем координаты годографа Найквиста.

Таблица 2 – Координаты годографа Найквиста разомкнутой САУ

ω	0	0,5	1	2	3	4	5,35	10
$R(\omega)$	-7,2	-4,9	-2,2	-0,4	-0,03	-0,02	0	0,001
$I(\omega)$	$-\infty$	-1,9	-1,2	-0,2	-0,04	0,02	0,03	$2 \cdot 10^{-6}$

Строим годограф Найквиста разомкнутой системы



Замкнутая САУ устойчива, т.к. разомкнутая она устойчива и её годограф $W_p(j\omega)$ не охватывает точку $(-1, j0)$.

Для определения запаса устойчивости САУ необходимо построить её логарифмические характеристики для разомкнутого состояния.

Запишем передаточную функцию разомкнутой системы в форме, представленной выражением (15),

$$W_p(p) = \frac{1,05p + 1,9}{0,5p + 1} \cdot \frac{4}{1,2p + 1} \cdot \frac{0,5}{0,2p^2 + p}$$

или

$$W_p(p) = \frac{2,1p + 3,8}{(0,5p + 1)(1,2p + 1)(0,2p + 1)p}.$$

После замены $p = j\omega$ получим частотную характеристику

$$W_p(j\omega) = \frac{2,1j\omega + 3,8}{(0,5j\omega + 1)(1,2j\omega + 1)(0,2j\omega^2 + 1)j\omega}.$$

Представим полученную характеристику в виде комплексных функций в показательной форме

$$W_p(j\omega) = \frac{A_1(\omega)e^{j\varphi_1(\omega)}}{A_2(\omega)e^{j\varphi_2(\omega)} \cdot A_3(\omega)e^{j\varphi_3(\omega)} \cdot A_4(\omega)e^{j\varphi_4(\omega)} \cdot e^{j\omega\pi/2}},$$

где

$$A_1(\omega) = \sqrt{3,8^2 + 2,1^2\omega^2},$$

$$A_2(\omega) = \sqrt{1 + 0,5^2\omega^2},$$

$$A_3(\omega) = \sqrt{1 + 1,2^2\omega^2},$$

$$A_4(\omega) = \sqrt{1 + 0,2^2\omega^2},$$

$$\varphi_1(\omega) = \arctg(2,1/3,8\omega);$$

$$\varphi_2(\omega) = \arctg(1/0,5\omega);$$

$$\varphi_3(\omega) = \arctg(1/0,2\omega);$$

$$\varphi_4(\omega) = 90^\circ.$$

После логарифмирования и умножения на 20, получаем логарифмическую амплитудную частотную функцию (ЛАЧХ) разомкнутой системы $L(\omega) = 20\lg(A(\omega))$:

$$L(\omega) = 20\lg A_1 - 20\lg A_2 - 20\lg A_3 - 20\lg A_4 - 20\lg \omega$$

$$L(\omega) = 20 \lg \sqrt{3,8^2 + 2,1^2 \omega^2} - 20 \lg \sqrt{0,5^2 \omega^2 + 1} -$$

$$- 20 \lg \sqrt{1,2^2 \omega^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{0,2^2 \omega^2 + 1} - 20 \lg \omega.$$

Логарифмическая фазовая частотная характеристика (ФЧХ) системы имеет вид:

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}(2,1\omega/3,8) - \operatorname{arctg}(0,5\omega) - \operatorname{arctg}(1,2\omega) - \operatorname{arctg}(0,2\omega) - \omega\pi/2.$$

После числовых преобразований получим

$$L(\omega) = 20 \lg \sqrt{14,44 + 4,41\omega^2} - 20 \lg \sqrt{0,25\omega^2 + 1} -$$

$$- 20 \lg \sqrt{1,44\omega^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{0,04\omega^2 + 1} - 20 \lg \omega;$$

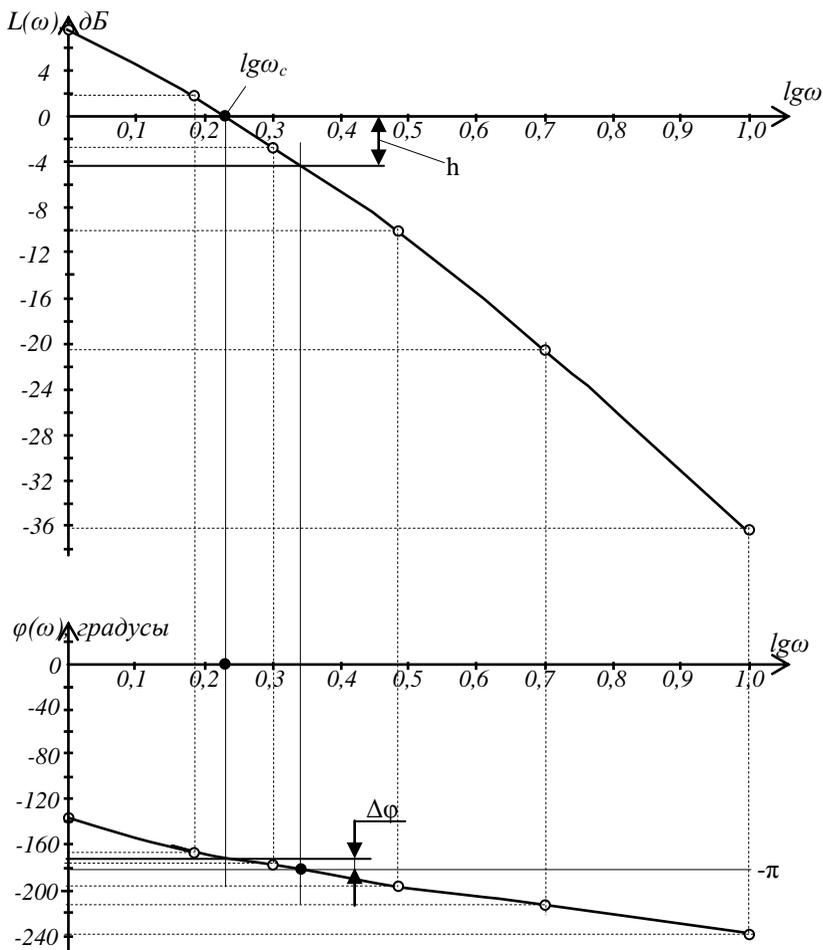
$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}(0,553\omega) - \operatorname{arctg}(0,5\omega) - \operatorname{arctg}(1,2\omega) - \operatorname{arctg}(0,2\omega) - \pi/2.$$

Рассчитываем координаты функций $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$.

Таблица 3 - Координаты логарифмических функций системы

ω	1	1,5	2	3	5	10
$\lg \omega$	0	0,18	0,3	0,48	0,7	1
$L(\omega)$	7,7	1,8	-2,9	-10	-20,3	-36,2
$\varphi, \text{град}$	-138	-165	-176	-193	-214	-238

По расчётным координатам строим кривые частотных характеристик ЛАЧХ и ЛФХ.



Из построений находим запас по амплитуде $h \approx 4,2$ дБ и запас по фазе $\Delta\varphi \approx 9^\circ$.

Литература

1. Бородин И.Ф., Судник Ю.А. Автоматизация технологических процессов. М.: Колос, 2003. 344 с.
2. Автоматика и автоматизация производственных процессов / И.И. Мартыненко и др. М.: Агропромиздат, 1985. 335 с.
3. Мартыненко И.И. Проектирование, монтаж и эксплуатация систем автоматики. М.: Колос, 1981. 304 с.
4. Теория автоматического управления / под ред. Ю.М. Соломенцева. М.: ВШ, 2000. 520 с.

Учебное издание

Алексей Анатольевич Воронин
Елена Анатольевна Ракул

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

*Методические указания и задания курсовой работы
для бакалавров очной и заочной формы обучения
направлений подготовки*

13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

*15.03.04 Автоматизация технологических процессов и
производств*

Редактор Осипова Е.Н.

Подписано к печати 16.10.2018 г. Формат 60x84. 1/16.
Бумага офсетная. Усл. п. л.3,72. Тираж 25 экз. Изд. № 6221.

Издательство Брянского государственного аграрного университета
243365, Брянская обл., Выгоничский район, с. Кокино, Брянский ГАУ