

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Брянский государственный аграрный университет»

ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра технических систем в агробизнесе,
природообустройстве и дорожном строительстве

Дьяченко А.В.

Основы научных исследований и патентование

методические указания для выполнения лабораторных занятий
и самостоятельной работы
для обучающихся по направлению подготовки
23.03.02 – Наземные транспортно-технологические комплексы

Брянская область 2018

УДК 001.891:608.3 (076)
ББК 72:30у
Д 93

Дьяченко, А. В. Основы научных исследований и патентование: методические указания для выполнения лабораторных занятий и самостоятельной работы для обучающихся по направлению подготовки 23.03.02 – Наземные транспортно-технологические комплексы / А. В. Дьяченко. - Брянск: Изд-во Брянский ГАУ, 2018. - 74 с.

Методические указания предназначены для лабораторных работ и самостоятельной работы по дисциплине «Основы научных исследований и патентование» для обучающихся по направлению подготовки 23.03.02 – Наземные транспортно-технологические комплексы. Целью методических указаний является выполнение лабораторных работ по дисциплине студентами очной формы обучения, практических занятий и самостоятельной работы студентами заочной формы обучения.

Рецензент: к.э.н., доцент Исаев Х.М.

Рекомендовано к изданию методической комиссией инженерно-технологического института Брянского государственного аграрного университета, протокол № 9 от 16 мая 2018 года.

© Брянский ГАУ, 2018
© Дьяченко А.В., 2018

Содержание

Предисловие	4
<i>Лабораторная работа №1</i>	
Нахождение критериев подобия способом прямых подобных преобразований и методом интегральных аналогов	5
<i>Лабораторная работа №2</i>	
Нахождение критериев подобия из анализа размерностей. Использование методов теорий размерностей и подобия при постановке задачи эксперимента	10
<i>Лабораторная работа №3</i>	
Методы материального моделирования. Расчет параметров при методе эквивалентных материалов и центробежном моделировании	14
<i>Лабораторная работа №4</i>	
Построение и анализ теоретических моделей объектов исследования	21
<i>Лабораторная работа №5</i>	
Методы, средства и точность измерения экспериментальных данных. Оценка и суммирование случайной и систематической погрешностей. Определение точности измерительных приборов. Расчет поправок	31
<i>Лабораторная работа №6</i>	
Регрессионный анализ данных однофакторного эксперимента	61
<i>Лабораторная работа №6</i>	
Рандомизация плана эксперимента. Построение латинских квадратов	67
Литература.....	73

Предисловие

Задачи дисциплины «Основы научных исследований и патентоведение» - дать студентам необходимые знания о методологии научных исследований, об основах изобретательства и патентоведения в области наземных транспортно-технологических комплексов.

Данные методические указания предназначены для выполнения лабораторных работ и самостоятельной работы по дисциплине «Основы научных исследований и патентоведение» для студентов как очной, так и заочной формы.

Методические указания содержат предисловие, 6 лабораторных работ, список литературы. Каждое практическое занятие включает необходимое теоретическое введение, расчетные формулы и пример решения либо алгоритм действий.

Для студентов, обучающихся по очной форме обучения рабочая программа дисциплины предусматривает выполнение всех приведенных в методических указаниях лабораторных работ аудиторно.

Для студентов, обучающихся по заочной форме обучения рабочая программа дисциплины предусматривает выполнение части приведенных в методических указаниях лабораторных работ аудиторно, остальной материал выносится на самостоятельное изучение.

Лабораторная работа №1

Нахождение критериев подобия способом прямых подобных преобразований и методом интегральных аналогов

1.1 Способы нахождения критериев подобия

Математическая процедура подобных преобразований имеет конечной целью нахождение критериев подобия. При этом возможны два случая:

1 случай - из уравнения (если уравнение известно). Два способа:

1 – прямых подобных преобразований.

2 – способ замещений *или* способ интегральных аналогов.

2 случай - из анализа размерностей (уравнение неизвестно).

1.2 Способ прямых подобных преобразований

Пример: Рассмотрим пример нестационарного процесса при включении колебательного контура на источник постоянного напряжения.

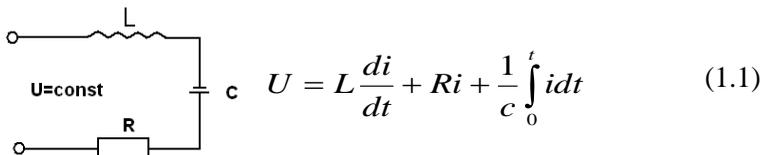


Рисунок 1.1 - Колебательный контур и его математическая модель

Уравнение подобное исходному

$$U' = L' \frac{di'}{dt'} + R' i' + \frac{1}{c'} \int_0^{t'} i' dt' \quad (1.2)$$

Зададимся масштабными коэффициентами

$$m_u = \frac{u'}{u}; \quad m_i = \frac{i'}{i}; \quad m_L = \frac{L'}{L}; \quad m_R = \frac{R'}{R}; \quad m_c = \frac{c'}{c}; \quad m_t = \frac{t'}{t} \quad (1.3)$$

На основании (3) подобные величины могут быть следующим образом выражены через исходные

$$U' = m_u U; \quad i' = m_i i; \quad L' = m_L L; \quad R' = m_R R; \quad c' = m_c c; \quad t' = m_t t \quad (1.4)$$

Подставляя значение подобных величин из (1.4) в уравнение (5.2) получаем следующее уравнение:

$$m_u = m_L L \frac{m_i}{m_t} \frac{di}{dt} + m_R m_i R i + \frac{m_i m_t}{m_c} \int_0^t \frac{tdt}{c} \quad (1.5)$$

Для обеспечения неизменности исходного уравнения (1.1), что является условием подобия необходимо чтобы масштабные коэффициенты были одинаковыми

$$m_U = \frac{m_L m_i}{m_t} = m_R m_i = \frac{m_i m_t}{m_c} \quad (1.6)$$

Найдём индикаторы подобия путём деления комплекса масштабных коэффициентов на один из них.

$$\frac{m_U}{m_R m_i} = \frac{m_L}{m_R m_t} = \frac{m_i}{m_R m_c} = 1 \quad (1.7)$$

Заменяя в индексе подобия масштабный коэффициент в соответствии с (4) отношение величин получим попарно равенства следующих безразмерных комплексов.

$$\frac{U'}{R'i'} = \frac{U}{Ri}; \quad \frac{L'}{R't'} = \frac{L}{Rt}; \quad \frac{t'}{R'c'} = \frac{t}{Rc};$$

$$K_1 = \frac{U}{Ri} = idem; \quad K_2 = \frac{L}{Rt} = idem; \quad K_3 = \frac{t}{Rc} = idem;$$

Уравнения (1.1) и (1.3) описывает широкий класс явлений, соответствующих различным значениям U, L, R, c. Для сужения класса изучаемых явлений задаются условия однозначности. Например, это могут быть определение напряжения и крутизна нарастания тока в начальный момент времени.

$$U = U_0; \quad S_0 = \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0}$$

В этом случае подобные преобразования дополняются ещё и подобием условий однозначности.

$$S'_0 = \frac{di'}{dt'} = \frac{m_i}{m_t} \cdot \frac{di}{dt} = m_s S_0, \quad \text{где } m_s = \frac{m_i}{m_t}$$

Найдя индикатор подобия m_s известным способом и преобразовав его полученным следующим критерием подобия для рассматриваемого условия однозначности

$$K_U = \frac{i'}{S'_0 t'} = \frac{i}{S_0 t} = idem$$

$$K_1 = \frac{U_0}{Ri}$$

1.3 Способ замещения (интегральных аналогов)

Пусть дана функция y' подобная функции y так что можно записать следующее равенство

$$y' = m_y y \tag{1.8}$$

Первая производная этой функции:

$$\frac{dy'}{dx'} = \frac{dm_y y}{dm_x x} = \frac{m_y}{m_x} \cdot \frac{dy}{dx} \tag{1.9}$$

Заменяем масштабный коэффициент отношением величин:

$$\frac{dy'}{dx'} = \frac{y'/y}{x'/x} \cdot \frac{dy}{dx} \tag{1.10}$$

На основании (1.10) можно составить следующую пропорцию

$$\frac{dy'}{dx'} \div \frac{dy}{dx} = \frac{y'}{x'} \div \frac{y}{x} \tag{1.11}$$

Из (1.11) можно сделать вывод, что отношение производных, подобных между собой функций, равно отношению координат для соответствующих точек.

Следовательно, вместо производных можно рассматривать пропорциональные им их интегральные аналоги.

$$\frac{dy'}{dx'} = c_1 \frac{y'}{x'} \approx \frac{y'}{x'}; \quad \frac{dy}{dx} = c_1 \frac{y}{x} \approx \frac{y}{x} \quad (1.12)$$

Где c_1 – коэффициент пропорциональности.

Интегральный аналог для 2-го порядка

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d \frac{dy}{dx}}{dx} \approx \frac{dy}{dx} \approx \frac{y/x}{x} = \frac{y}{x^2} \quad (1.13)$$

По аналогии для производной n-го порядка:

$$\frac{d^n y}{dx^n} \approx \frac{y}{x^n} \quad (1.14)$$

Найдём аналог для интеграла:

$$\int y' dx' = m_y m_x \int y dx \quad (1.15)$$

Подставляя значение масштабного коэффициента получаем следующую пропорцию:

$$\int y' dx' \div \int y dx = y' x' \div y x \quad (1.16)$$

Из (1.9) следует, что при рассмотрении подобия интегральных функций, их можно заменить аналогами в виде подынтегральных выражений без знака дифференциала.

$$\int y dx \approx y x \quad (1.17)$$

Для двойного, тройного, n-кратного интегралов аналоги будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \iint y dx_1 dx_2 &\approx y x_1 x_2 \\ \int \dots \int y dx_1 \dots dx_n &\approx y x_1 \dots x_n \end{aligned} \quad (1.18)$$

Отыскание интегральных аналогов само по себе является математическим моделированием производных и интегралов.

Комплексы из масштабных коэффициентов и критерий подобия равны между собой при любых знаковых связях между компонентами уравнения. Это безразличие может быть отображено заменой знаков «+» или «-» знаком пропорциональным.

Тогда уравнение из ранее рассмотренного примера

$$\begin{aligned}
 U &= L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{c} \int idt \\
 U &\approx L \frac{di}{dt} \approx Ri \approx \frac{1}{c} \int idt
 \end{aligned}
 \tag{1.19}$$

и подобное ему уравнение запишется в виде:

$$m_u U \approx \frac{m_l m_L}{m_i} \int \frac{di}{dt} \approx m_r m_i Ri \approx \frac{m_i m_t}{m_c} \cdot \int \frac{idt}{c}
 \tag{1.20}$$

Вышесказанное позволяет нам любое сложное и интегродифференциальное уравнение рассматривать как совокупность интегральных аналогов и его компонентов.

Так уравнение (1.19) символически может быть представлено в виде

$$U \approx L \frac{i}{t} \approx Ri \approx \frac{it}{c}
 \tag{1.21}$$

Если нормировать выражение (1.21) делением его на один из компонентов, например Ri получим следующие безразмерные комплексы (критерии подобия):

$$\frac{U}{Ri} \approx \frac{L}{Rt} \approx 1 \approx \frac{t}{Rc}$$

Пример: $m \frac{d^2 x}{dt^2} + K \frac{dx}{dt} + cx = F \cdot \sin \omega t$

Решение: $m \frac{d^2 x}{dt^2} \approx K \frac{dx}{dt} \approx cx \approx F \cdot \sin \omega t ;$

$$m \frac{x}{t^2} \approx K \frac{x}{t} \approx cx \approx F \cdot \sin \omega t ;$$

$$\frac{m}{ct^2} \approx \frac{k}{ct} \approx 1 \approx \frac{F}{cx} \cdot \sin \omega t \gg$$

Лабораторная работа №2

Нахождение критериев подобия из анализа размерностей.

Использование методов теорий размерностей и подобия при постановке задачи эксперимента

Как правило, уравнение зависимости между исследуемыми величинами неизвестно, его только предстоит найти в процессе эксперимента. Способ нахождения критериев подобия из анализа размерностей еще называют способом нулевых размерностей.

Нахождение критериев подобия, кроме установления соответствия между моделью и оригиналом, позволяет переформулировать постановку задачи эксперимента – перевести ее в критериальную форму и, тем самым, уменьшить число параметров в задаче.

2.1 Использование методов теорий размерностей и подобия при постановке задачи эксперимента

Обычно целью эксперимента является получение математической модели объекта исследования в виде регрессионного уравнения зависимости определяемого параметра **R** от определяющих параметров **A₁, A₂,...A_n** в виде

$$R = f(A_1, A_2, \dots, A_n),$$

где n – количество определяющих параметров.

Для этого выполняют предварительный анализ поведения рассматриваемого объекта.

2.1.1 Выбор определяющих параметров

В число определяющих параметров **A₁, A₂,...A_n** включают основные характеристики объекта (размеры, массу и т.д.), характеристики внешних условий движения (ускорение свободного падения **g**, другие константы внешних условий), начальные (граничные) условия, все те

параметры, которые вошли бы в дифференциальные уравнения физических процессов в рассматриваемой системе, если бы мы взяли их таковыми составлять.

2.1.2 Анализ размерностей задачи

Определяют количество независимых размерностей в задаче g . Всего в физике шесть независимых размерностей: длины $[L]$ (метр), времени $[T]$ (секунда), массы $[M]$ (килограмм), сила тока $[I]$ (ампер), силы света $[J]$ (свеча Кельвина), температуры $[\Theta]$ (градус Кельвина). В задачах механики обычно не рассматривают электрические, оптические и тепловые явления, поэтому в них бывает только три независимые размерности: $[L]$, $[T]$, $[M]$. Размерности остальных величин, как известно, выражаются через указанные независимые размерности.

Из n определяющих параметров можно ставить $n-g$ независимых безразмерных комплексов – определяющих критериев подобия.

2.1.3 Выбор базисных параметров

Из n определяющих параметров выбирают g базисных (первичных) U_i ($i=1,2,\dots,r$), имеющих не выражаемые друг через друга размерности

$$[U_i] = [M_i]^{\mu_i} \cdot [L_i]^{\lambda_i} \cdot [T_i]^{\tau_i} \dots,$$

где $\mu_i, \lambda_i, \tau_i, \dots$ – показатели степеней, с которыми входят в размерность i – того базисного параметра размерности массы, длины, времени и другие независимые размерности задачи.

Обычно в качестве базисных выбирают параметры с наиболее простыми размерностями, а также величины, постоянные в ходе эксперимента (например, ускорение свободного падения g). Проверить независимость размерностей базисных параметров можно, составив из показателей степени $\mu_i, \lambda_i, \tau_i, \dots$ матрицу, определитель которой не должен быть равен нулю:

$$\begin{vmatrix} \mu_1 & \lambda_1 & \tau_1 & K \\ \mu_2 & \lambda_2 & \tau_2 & K \\ \mu_3 & \lambda_3 & \tau_3 & K \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_r & \lambda_r & \tau_r & K \end{vmatrix} \neq 0.$$

Например, длина объекта l (м), его масса m (кг) и ускорение свободного падения g (м/с²) могут быть тремя базисными параметрами, т.к. их размерности не выражаются друг через друга (секунда не выражается через метр и килограмм).

Тогда $U_1=l$, $U_2=m$, $U_3=g$,

$$[U_1] = [M]^0 [L]^1 [T]^0;$$

$$[U_2] = [M]^1 [L]^0 [T]^0;$$

$$[U_3] = [M]^0 [L]^1 [T]^{-2};$$

$$\begin{vmatrix} \mu_1 & \lambda_1 & \tau_1 \\ \mu_2 & \lambda_2 & \tau_2 \\ \mu_3 & \lambda_3 & \tau_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} \neq 0$$

2.2 Составление безразмерных комплексов методом нулевых размерностей

Для $n-r$ определяющих параметров A_k (кроме базисных) составятся безразмерные комплексы в виде:

$$\Pi_k = A_k \cdot U_1^\alpha \cdot U_2^\beta \cdot \dots \cdot U_r^\varepsilon, \quad (k=1,2,\dots,n-r),$$

где показатели степени базисных параметров $U_i = \alpha, \beta, \gamma, \dots$ - выбираются из условия, чтобы величина Π_k получалась безразмерной.

$$[\Pi_k] = [M]^0 [L]^0 [T]^0 \dots$$

Для этого выражают размерности параметров $A_k, U_1, U_2, \dots, U_r$ через $[M], [L], [T]$, а затем показатели степени одинаковых размерностей суммируют и приравнивают нулю. Полученные уравнения для показателей степени решают и получают необходимые показатели $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \varepsilon$.

Например, используя базисные параметры из предыдущего примера l, m и g , можно построить безразмерный комплекс для мощности $A_k=N, B_T$:

$$[A_k] = N \cdot m/c = \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^3 = [M]^1 [L]^2 [T]^{-3};$$

$$\Pi_k = \Pi_N = N \cdot m^\alpha \cdot l^\beta \cdot g^\gamma;$$

$$[\Pi_k] = [\Pi_N] = \{[M]^1 [L]^2 [T]^{-3}\} \cdot [M]^\alpha \cdot [L]^\beta \cdot \{[L]^1 [T]^{-2}\}^\gamma =$$

$$=[M]^{1+\alpha} \cdot [L]^{2+\beta+\gamma} \cdot [T]^{-3-2\gamma}.$$

Для безразмерности комплекса $\Pi_k = \Pi_N$ должны выполняться условия:

$$\begin{aligned} 1+\alpha &= 0, \\ 2+\beta+\gamma &= 0, \\ -3-2\gamma &= 0, \end{aligned}$$

откуда $\alpha = -1, \quad \beta = -1/2, \quad \gamma = -3/2.$

Безразмерный комплекс для мощности имеет вид:

$$\Pi_N = N \cdot m^{-1} \cdot l^{-1/2} \cdot g^{-3/2} = N / (m \cdot \sqrt{l} \cdot g \cdot \sqrt{g}).$$

После составления безразмерных комплексов для всех определяющих параметров A_k (кроме базисных) составляется тем же методом безразмерный комплекс для определяемого параметра R .

$$\Pi_R = R \cdot U_1^\alpha \cdot U_2^\beta \cdot U_3^\gamma \cdot \dots \cdot U_r^\varepsilon.$$

Теперь целью эксперимента является получение уравнения зависимости:

$$\Pi_R = f(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-r}).$$

Задача эксперимента упростилась: параметры стали безразмерными, а их число уменьшилось на r . Кроме того, если для модели и реального объекта величины $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-r}$ равны, то и величины Π_R для них будут равны. Такие модели и реальные объекты называют физически подобными. В них физические процессы сохраняют свой характер, эффект изменения масштаба, материалов и т.д. не сказывается на их протекании. Например, если модель в ходе эксперимента не разрушилась, то и реальный подобный ей объект не разрушится в подобных условиях; если в модельном трубопроводе течение жидкости было ламинарным, то и в подобном модели реальном трубопроводе оно не будет переходить в турбулентное. Сохранение подобия является необходимым и достаточным условием переноса результатов эксперимента с модели на реальные объекты.

2.3 Анализ предполагаемых связей и вида регрессионной зависимости

Далее анализируется возможная форма зависимости определяемого параметра от каждого из определяющих параметров в отдельности

$$\Pi_R = f(\Pi_1), \quad \Pi_R = f(\Pi_2), \quad \Pi_R = f_{n-r}(\Pi_{n-r}).$$

При этом используют известные до эксперимента данные теории и других экспериментов.

Затем обозначают:

$$\Pi_R = y; \quad f_1(\Pi_1) = x_1; \quad f_2(\Pi_2) = x_2, \dots, \quad f_{n-r}(\Pi_{n-r}) = x_{n-r}.$$

В процессе эксперимента обычно ищут зависимость выходного параметра y от входных факторов x_1, x_2, x_3, \dots в виде полинома:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + \dots \\ \dots + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + \dots,$$

где $a_0, a_1, \dots, a_{11}, \dots, a_{12}, \dots$ - постоянные коэффициенты, получаемые путём обработки результатов эксперимента методами математической статистики (регрессионного анализа).

Лабораторная работа №3

Методы материального моделирования.

Расчет параметров при методе эквивалентных материалов и центробежном моделировании

3.1 Методы материального моделирования

Метод эквивалентных материалов

Первый вопрос, который исторически возник при моделировании: *правмерно ли использовать уменьшенную копию исследуемого объекта в качестве модели (достаточно ли геометрического подобия).*

Пример: при проектировании бетонного сооружения в качестве модели использовали его уменьшенную в n – раз копию из того же материала.

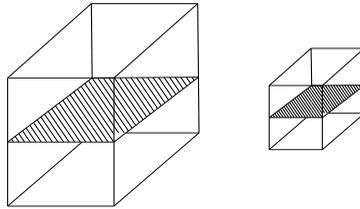


Рисунок 3.1 - Бетонные блоки: оригинал и модель

Напряжения в сечении объекта прямо пропорциональны силе тяжести и обратно пропорциональны площади поперечного сечения блока:

$$\sigma = \frac{Mg}{S}$$

Силы тяжести пропорциональны массе, которая в свою очередь пропорциональна линейному размеру в 3-ей степени:

$$M = \rho \cdot V = \rho \cdot L^3$$

Площадь поперечного сечения пропорциональна линейному размеру во 2-ой степени:

$$S = L^2$$

Масштабный коэффициент линейных размеров:

$$\frac{L}{L'} = m_L$$

Масштабные коэффициенты массы и площади:

$$\frac{M}{M'} = \frac{L^3}{L'^3} = m_{L_L}^3; \quad \frac{S}{S'} = \frac{L^2}{L'^2} = m_L^2;$$

Найдем отношение напряжений в оригинале и модели:

$$\frac{Mg}{S} = \sigma; \quad \frac{M'g}{S'} = \sigma'; \quad \frac{m_L^3}{m_L^2} = \frac{\sigma}{\sigma'} = m_L; \quad \sigma \neq \sigma'; \quad \sigma = \sigma' \cdot m_L$$

Вывод. Механические напряжения будут разными. Для данной задачи геометрического подобия модели не достаточно. При соблюде-

нии подобия геометрических размеров подобие других параметров не соблюдается.

Возвращаясь к задаче о бетонном сооружении и его модели *подобия* можно было бы достичь применив материал с большей плотностью $\rho_M = m_1 \cdot \rho$ или меньшей прочностью $[\sigma]_M = \frac{[\sigma]}{m_1}$.

Искусственные материалы, соответствующие механические характеристики которых в принятом геометрическом масштабе моделирования удовлетворяют по отношению к моделируемым, называют - **эквивалентными материалами**. Метод же моделирования, основанный на применении эквивалентных материалов и предложенный в 1936 г. проф. Г.Н. Кузнецовым, носит название **метода эквивалентных материалов**.

Метод эквивалентных материалов применим только при небольших масштабных коэффициентах (трудно найти в 100 раз более плотную среду). При больших масштабных коэффициентах применяют метод центробежного моделирования.

Метод центробежного моделирования

Метод центробежного моделирования состоит в том, что модель, выполненную в заданном геометрическом масштабе, помещают в центрифугу (рис. 2.2) и путем вращения нагружают инерционными силами, которые как и силы тяжести имеют объемный характер и придают тем самым модели некоторый *фиктивный вес*.

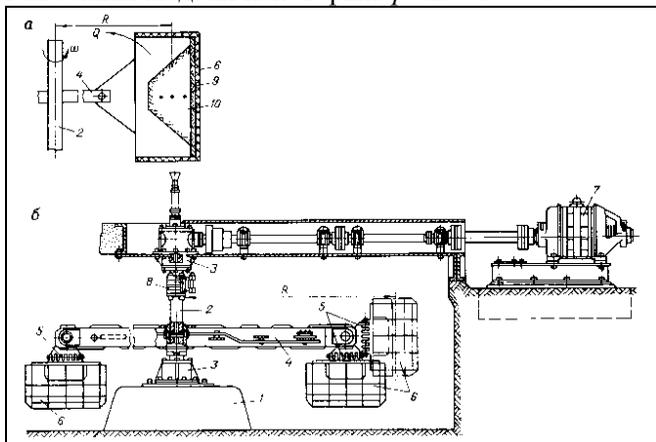


Рисунок 3.2 - Конструкция центрифуги: а - расчётная схема для определения основных параметров; б - конструктивная схема. 1 - фундамент; 2 - вертикальная ось; 3 - подшипники; 4 - коромысло; 5 - вилки для крепления

подвесок; 6 - каретки; 7 - электродвигатель постоянного тока; 8 - коллектор; 9 - основание модели; 10 - модель.

При моделировании необходимо выполнение подобия критериев. Когда основная нагрузка на сооружение обусловлена действием сил тяжести, а модель изготовлена из того же материала, что и натура, этот критерий имеет вид

$$g_m l_m = g_n l_n \quad (3.1)$$

где g_n и l_n — ускорение силы тяжести и линейный размер натуры соответственно, g_m — «модельное» ускорение и l_m — линейный размер модели. Т. к. обычно модель меньше натуры, т. е. $l_m < l_n$, то для модели необходимо обеспечить условия, при которых $g_m > g_n$. Такие условия можно приближённо создать, поместив модель в центробежную машину (центрифугу). В этом и состоит идея Ц. м.

В центрифуге камера вместе с находящейся в ней моделью вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω . При этом на каждую частицу модели действует центробежная сила, направленная от оси вращения и равная $m_m h_m \omega^2$, где m_m - масса частиц, h_m - её расстояние от оси вращения. Размеры центрифуги делают такими, чтобы расстояния h_m были велики по сравнению с размерами модели. Тогда можно приближённо принять все $h_m = h$, где h - расстояние от оси вращения центра тяжести модели, и считать действующие на частицы модели силы равными $m_m h \omega^2$, т. е. аналогичными силам тяжести $m_m g_m$, где $g_m = h \omega^2$. В результате условие (1) примет вид

$$h \omega^2 l_m = g_n l_n \text{ или } \omega^2 = g_n l_n / l_m h. \quad (3.2)$$

Отсюда определяется значение угловой скорости, при которой для модели данного размера можно осуществить Ц. м. (чем меньше l_m , тем больше должна быть ω).

Метод фотоупругости

В основе метода лежит эффект двойного лучепреломления в *оптически-чувствительных материалах* (целлулоид, желатин и др.) под воздействием механических напряжений.

Через модель, изготовленную из фотоупругих материалов, про-

пускают луч *поляризованного света* и на экране получают *поле напряжений* в виде линий разных цветов и оттенков.

Вследствие разности главных напряжений σ_1 и σ_2 возникнут неодинаковые в разных направлениях деформации, которые приводят в фотоупругих материалах к оптической анизотропии. Вследствие этого луч света, проходящий через напряженное прозрачное тело, будет разлагаться на два плоскополяризованных луча, колебания которых лежат в двух взаимноперпендикулярных плоскостях. При этом распространение лучей в разных плоскостях происходит с различными скоростями пропорционально разности σ_1 и σ_2 , что проявляется в виде изменения частоты колебаний оптическому сдвигу фаз и линейной разности хода.

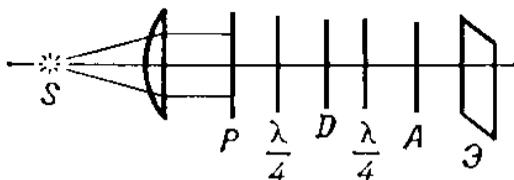


Рисунок 3.3 - Схема кругового полярископа: S - источник света, P - поляризатор; D - пластинка; $\lambda/4$ - компенсирующие пластинки; A - анализатор; Э - экран.

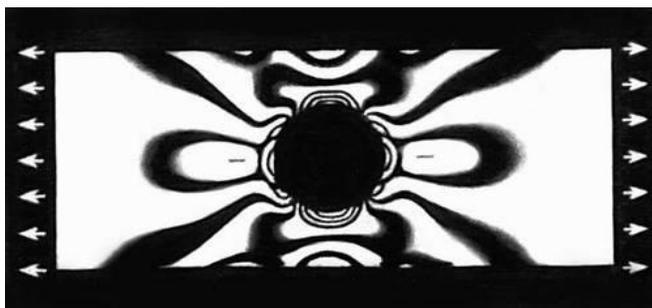


Рисунок 3.4 - Картина полос при равномерном растягивании пластинки с круглым отверстием.

Метод электрогидравлических аналогий

Метод анализа гидравлических схем, гидромашин и гидрооборудования, основанный на систематическом перенесении теории электрических схем в гидродинамику.

При этом уравнения, связывающие электрические параметры, переходят в соответствующие, всегда выполняющиеся в акустике соотношения, на основе которых можно составлять гидродинамические цепи и анализировать их теми же методами, что и электрические цепи.

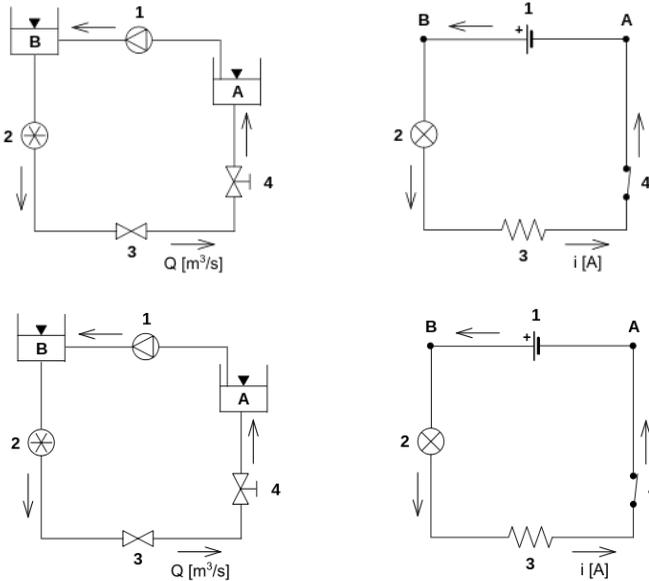


Рисунок 3.5 - Аналогия между гидравлической схемой (слева) и электрической схемой (справа).

Дифференциальные уравнения, описывающие взаимозависимость электрических параметров в длинной линии с распределенными параметрами в пренебрежении утечками через изоляцию имеют вид:

$$-\frac{\partial U}{\partial x} = L \frac{\partial I}{\partial t} + RI \quad \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{C} \frac{\partial I}{\partial x},$$

- где U - напряжение;
- I - сила тока;
- L, R, C - соответственно индуктивность участка цепи, активное сопротивление и ёмкость;
- t - время;
- x - координата.

Система уравнений для потока жидкости в трубе имеет похожий вид:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\rho_0}{S} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2a}{S} Q \quad -\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\rho_0 c^2}{S} \frac{\partial Q}{\partial x},$$

где Q - объёмный расход;
 S - площадь поперечного сечения трубы;
 P - давление;
 c - скорость звука;
 ρ_0 - плотность жидкости;
 a - параметр трения.

Уравнения для длинной электрической линии и для трубы с потоком жидкости идентичны, а их физические величины подобны друг другу.

Таблица 3.1. Аналогия гидравлических и электрических величин

Трубопроводная линия	Давление P	Расход Q	$\frac{2a}{S}$	$\frac{S}{\rho_0 c^2}$	$\frac{\rho_0}{S}$
Электрическая линия	Напряжение U	Сила тока I	Активное сопротивление R	Ёмкость C	Индуктивность L

Метод электрогидравлических аналогий получил широкое распространение во второй половине 20-го века, хотя существовал и раньше.

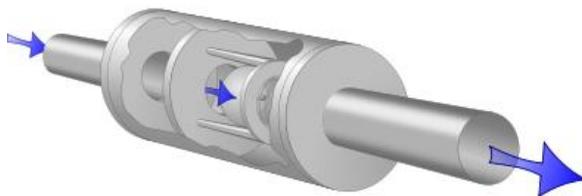


Рисунок 3.6 - Гидравлический аналог диода - обратный клапан

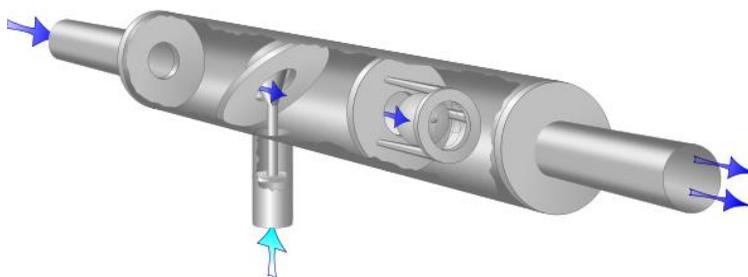


Рисунок 3.7 - Гидравлический аналог транзистора.

Лабораторная работа №4 **Построение и анализ теоретических моделей объектов исследования**

4.1 Построение теоретических моделей объекта исследования

Каждый *объект исследования* можно расчленить на *простые элементы* по-разному и различными способами. Это обстоятельство - решающее при проведении теоретических исследований. Однако не следует забывать о том, что знание отдельных элементов объекта не есть знание самого объекта, поскольку *объект* - это не простая сумма его элементов, а *их взаимосвязь*.

Для выявления взаимосвязи между отдельными элементами объекта используют простые модели, представляющие собой модели отдельных элементов исследования. К простым моделям при теоретическом исследовании относятся, например, *идеальный газ, упругое тело Гука, ньютоновская жидкость*. С помощью этих моделей строят более сложные модели, такие, например, как *модели Максвелла* или *Кельвина*.

Раскрывая физическую суть каждой простой теоретической модели, постараемся проследить логику построения более сложных моделей.

Идеальный газ - это газ, при изучении которого не учитывается взаимодействие молекул. В природе такой газ не существует. Это *теоретическая модель* газа. Однако при определенных условиях (при низких давлениях и высокой температуре) реальные газы ведут себя почти как идеальные.

Упругое тело Гука (рис. 4.1, а) - это твердое тело, которое обладает свойством восстанавливать свою форму и объем после прекращения действия на него внешних сил.

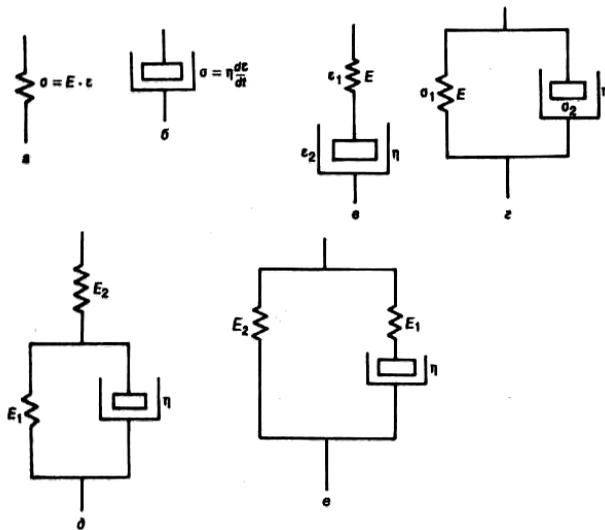


Рисунок 2 - Построение теоретических моделей объектов исследования: а - упругое тело; б - ньютоновская жидкость; в - модель Максвелла; г - модель Кельвина; д - сложная модель Максвелла; е - сложная модель Кельвина

Напряжения и деформация в таком теле имеют *линейную* зависимость. Однако эта пропорциональность справедлива только для малых деформаций в пределах упругости материала. В реальных же телах, кроме упругих деформаций, происходят и пластические, под действием которых форма твердого тела меняется необратимо. Учет пластических деформаций при разработке модели твердого тела очень усложняет ее. Таким образом, зависимость напряжений от значения деформации, которая подчиняется закону Гука, является моделью для описания только упругих свойств металлов.

Ньютоновская жидкость (рис. 4.1, б) - жидкость, течение которой происходит согласно закону Ньютона:

$$\sigma = \eta \frac{d\epsilon}{dt}, \tag{4.1}$$

где σ - напряжения, возникшие в жидкости;

η - коэффициент динамической вязкости;

$\frac{d\varepsilon}{dt}$ - скорость течения.

Основное допущение, которое характеризует такую жидкость, - это *пропорциональность* между *напряжением* в ней и *скоростью ее деформации*.

Модели Гука и Ньютона - простые модели, легко поддающиеся математическим преобразованиям. С их помощью можно создавать модели для более сложных объектов исследования. Так, если необходимо описать поведение металлов в нагретом или расплавленном состоянии, или, например, теоретически изучить поведение бетонных смесей, асфальта, которые при деформировании имеют как упругие, так и вязкие деформации, строят более сложные модели, чем модели Гука и Ньютона. Для построения сложных моделей поведения реальных материалов необходимо выделить основные элементы и виды связей. Экспериментальное изучение указанных реальных материалов показало, что они могут быть описаны с помощью двух простых моделей - *модели Гука*, которая описывает зависимость напряжений σ от деформации ε

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (4.2)$$

где E - модуль упругости материала,
и *модели Ньютона*, описывающей зависимость напряжений от скорости деформации

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (4.3)$$

Для конструирования сложных моделей необходимо также знать *характер взаимосвязи* простых составляющих сложного объекта, так как:

1) при *параллельном* их соединении напряжение в сложной модели состоит из напряжений каждой модели, а деформация упругой модели равна деформации вязкой модели.

$$\sigma_{\Sigma} = E \cdot \varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (4.4)$$

2) при *последовательном* их соединении полная деформация изучаемого объекта равна сумме деформаций упругой и вязкой модели, а напряжения в обеих моделях одинаковы.

На основании этих данных легко построить более сложные модели для описания различных реальных материалов.

Так, **модель Максвелла** (рис. 4.1, в) с *последовательным* соединением упругого и вязкого элементов описывает взаимосвязь между деформированием и напряжением в материале.

Модель Кельвина (рис. 4.1, г), где простые модели Гука и Ньютона соединены *параллельно*, описывает поведение полимеров.

Поведение еще более сложных полимерных материалов может быть описано с помощью моделей Максвелла и Кельвина, если к ним присоединить последовательно или параллельно упругий элемент (рис. 4.1, д, е).

4.2. Элементы теории графов

В рассмотренном примере элементы сложного объекта связаны между собой параллельно или последовательно. Существует множество реальных объектов, которые обладают более сложной структурой, затрудняющей конструирование для них моделей. С целью описания подобных объектов используют специальные математические методы. К ним, в частности, относится **теория графов**.

Для конструирования моделей объектов исследования на основе **теории графов** используют описание **элементов** объекта и их **взаимосвязей** в виде:

1) **полюсных уравнений**, характеризующих индивидуальные свойства каждого элемента. *Полюсное уравнение элемента - это зависимость между двумя величинами, которые характеризуют состояние элемента.* Например, электрические элементы (сопротивление, емкость, индуктивность) характеризуются зависимостью между током и напряжением. В описании механических элементов используется зависимость между силой и скоростью, между силой и перемещением и т. п.;

2) **уравнений связи**, отражающих характер соединения элементов независимо от их индивидуальных свойств. При этом модель каждого элемента имеет **вход** и **выход** (два полюса); соединение простых моделей осуществляют путем объединения полюсов.

Уравнения связи в теории графов - это не что иное, как физические законы, которые выражают условия равновесия и непрерывности систем. Например, для электрических цепей уравнение связи это *закон Кирхгофа*; для механических систем - *принцип Даламбера*. Уравнения связи должны содержать те же величины, что и полюсные уравнения. В противном случае модели элементов не могут быть объединены в модель сложного объекта.

Общая последовательность разработки *теоретической модели* сложного объекта с использованием *теории графов* осуществляется следующим образом:

- идеализируют реальный объект (систему), представляя его в виде схемы;

- абстрагируются от схемы, заменяя объект исследования графом, при этом узлам схемы соответствуют вершины графов, а элементам - ребра графов.

Рассмотрим построение модели с помощью теории графов без учета природы исходного реального объекта.

Пусть элемент реального объекта описывается уравнением вида

$$\eta_1 - \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 - \eta_5 = 0, \quad (4.5)$$

где η_1, η_3, η_4 - выходные параметры;

η_2, η_5 - входные параметры.

Параметр ε характеризует состояние элемента относительно его полюсов. Этот параметр называется *продольным* или *параллельным*. Например, если элемент - резистор, то его состояние относительно полюсов характеризуется напряжением.

Параметр η характеризует состояние элемента относительно *поперечного* сечения. Это, например, электрический ток, расход жидкости, производительность, сила и др. Параметр η называют *поперечным* или *последовательным*.

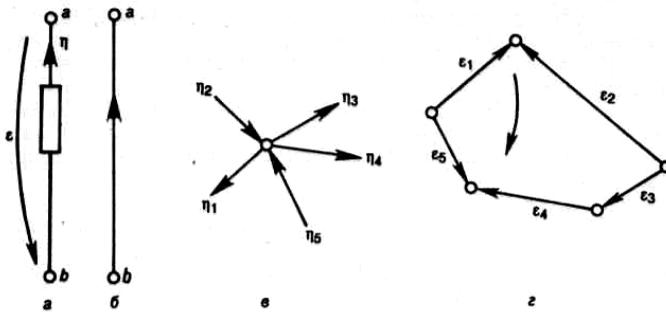


Рисунок 4.2 - Построение модели с помощью графов: a и b - с положительным направлением поперечных параметров; b - для вершины графа; c - для контура графа

Направления параметров ε и η всегда противоположны, так как один из них - вход, а другой - реакция элемента на входное воздействие. Поэтому направление дуг графа выбирают в соответствии с положительным направлением поперечных параметров (см. рис. 4.2, а, б).

Тогда уравнения связей для поперечных и продольных параметров примут вид:

- для любой вершины графа алгебраическая сумма поперечных параметров равна нулю (рис. 4.2, б):

$$\eta_1 - \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 - \eta_5 = 0; \tag{4.6}$$

- для любого контура графа алгебраическая сумма продольных параметров равна нулю (рис. 3, c):

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 - \varepsilon_5 = 0. \tag{4.7}$$

Произведем теперь теоретический анализ механического объекта. Механическую систему (объект) можно описать с помощью трех основных элементов (рис. 4.3): механического сопротивления, массы и упругости. Продольные переменные в механической системе - это перемещение x и скорость v_c ; поперечная переменная - сила.

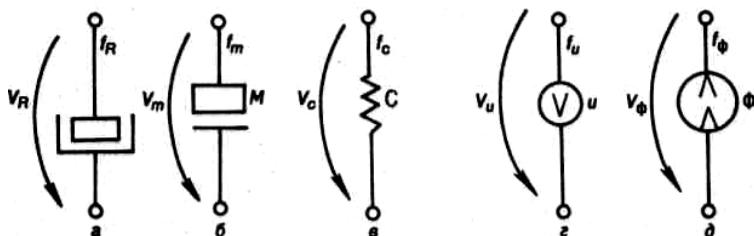


Рисунок 4.3 - К анализу механического объекта: *а* - механическое сопротивление; *б* - масса; *в* - упругость; *з* - механическая энергия задана в виде источника скорости; *д* - механическая энергия задана в виде источника силы

Механическое сопротивление (рис. 4.3, *а*) - элемент, отражающий потери механической энергии на трение. Его значение пропорционально относительной скорости трущихся тел.

Масса (рис. 4.3, *б*) - это элемент, характеризующий накопление кинетической энергии. Она *определяется с помощью силы инерции*. Один из полюсов этого элемента связан с движущейся массой, другой - с точкой отсчета.

Упругость (рис. 4.3, *в*) - элемент, накапливающий потенциальную энергию. Сила реакции в этом случае *пропорциональна значению деформации*.

Механическую энергию задают в виде **источника скорости** (рис. 4.3, *з*) или **источника силы** (рис. 4.3, *д*).

В качестве примера рассмотрим вертикально перемещающуюся механическую систему, которая состоит из платформы M_2 (рис. 4.4, *а*), движущейся со скоростью u , и установленной на ней массе M_1 . Масса M_1 колеблется упруго C_1 на платформе M_2 с наличием потерь на трение R_1 .

Произведем упрощение системы - построим ее принципиальную схему (рис. 4.4, *б*), далее - абстрагирование и замену схемы графом (рис. 4.4, *в*). Для механической системы записывают уравнения связи в следующей последовательности:

- для любой вершины записывают алгебраическую *сумму сил*, которая *равна нулю* (принцип Даламбера);
- записывают алгебраическую *сумму скоростей* или *перемещений* в любом контуре, которая также равна нулю.

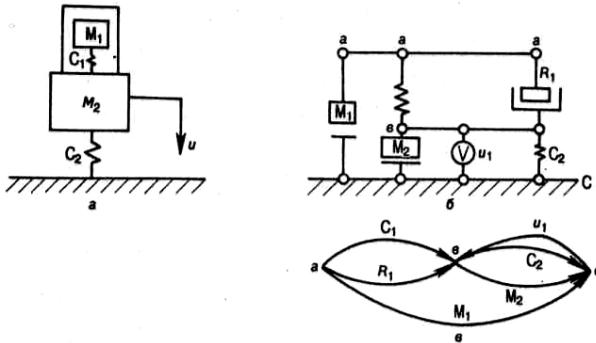


Рисунок 4.4 - Пример построения модели объекта исследования с помощью графа: *a* - механическая система; *б* - принципиальная схема; *в* - граф механической системы

Мы получили модель сложного механического объекта в виде графа. Используя *уравнения связи* элементов, можно получить математическое описание системы.

Пример показывает, что при проведении теоретических исследований сложный объект расчлняют на простые элементы, описание которых может быть заранее известно или легко получено в результате экспериментальных исследований. Далее изучают вид взаимосвязи полученных элементов. Затем модели элементов объединяют в сложную модель изучаемого объекта. При этом объединение моделей элементов необходимо производить так же, как взаимосвязаны между собой в объекте сами элементы. На всех этапах построения сложной модели производят упрощение объекта и принимают определенные допущения.

Для принятия обоснованных допущений и построения теоретической модели, которая бы соответствовала поставленной задаче, то есть обладала достаточной точностью при необходимой простоте, нужно понять изучаемое явление, уяснить его существенные черты. Необходимо определить, какие из внешних параметров, действующих на объект исследования, влияют на его свойства.

Решая задачи построения моделей в производственных условиях, мы не всегда располагаем всеми параметрами процесса. Среди известных параметров есть такие, которые влияют сильнее или слабее, часть параметров непостоянна во времени. В таких случаях модель при ее построении умышленно огрубляют путем использования только известных параметров. Малоизвестные параметры исключаются, вместо

изменяющихся параметров применяют их усредненные значения. Такие неточные модели используют при получении удобных для практического расчета зависимостей, а допущения, принятые при выводе аналитических зависимостей, уточняют путем экспериментальной корректировки полученной модели.

Так, например, при теоретическом исследовании механики зернистых сыпучих материалов в бункерах использовалась модель дискретного сыпучего тела, допущения которой не учитывали образования в бункерах динамических сводов. Как результат этого, многие явления, происходящие в бункерах при их эксплуатации, не объяснялись. Проведенный глубокий эксперимент показал, что явление сводообразования в бункерах - это естественный процесс и что пренебрегать им нельзя. Введение в модель сыпучего тела допущения о возможности возникновения в бункерах динамических сводов позволило в комплексе раскрыть физическую суть процесса истечения сыпучих тел из бункеров и определить зависимости, с помощью которых можно более достоверно определять технологические и конструктивные параметры бункеров.

Рассмотренные примеры позволяют сформулировать важное правило: при проведении теоретического исследования должны использоваться наиболее общие принципы и законы. Это позволяет учесть все допущения, принятые при выводе формул, и точно определить область их использования. Применять специальные уравнения и методы надо осторожно, учитывая их соответствие специфике объекта, цели и задачам его исследования.

Следует также помнить, что проведение теоретического исследования для решения производственных задач часто связано с использованием постоянных, характеризующих свойства изучаемых веществ и материалов. Эти постоянные входят в разработанные модели и полученные с их помощью теоретические зависимости.

Для упрощения модели и сокращения объема работ при получении теоретических зависимостей принято считать, что некоторые свойства веществ и материалов неизменны, а характеризующие их коэффициенты постоянны. Однако в реальных условиях это не так. Например, вязкость, коэффициент термического расширения, сопротивление изменяются при изменении температуры и других внешних условий.

Поэтому при проведении теоретических исследований следует помнить, что постоянные величины, использованные при построении модели и определении аналитических зависимостей, считаются посто-

янными в результате допущения, являясь в действительности величинами переменными. В одних моделях такие допущения о постоянстве параметров приняты правомерно, а при несовпадении расчетных величин, полученных с помощью найденной модели, требуют тщательной экспериментальной проверки.

4.3 Проверка аналитических зависимостей

Аналитические зависимости, полученные в результате теоретических исследований, должны быть *проверены на:*

- *размерность;*
- *пределы;*
- *тенденцию изменения;*
- *взаимосвязь параметров;*
- *проверка аналитических зависимостей на их правомерность.*

1. **Проверка размерностей** - это проверка на соответствие размерностей правой и левой частей уравнений, полученных в результате теоретического исследования.

2. **Проверка пределов** заключается в нахождении физического смысла аналитического выражения при задании его параметрам *предельных значений*, в том числе значения «ноль» и «бесконечность».

3. **Проверку тенденции изменения** основной функции в зависимости от изменения ее параметров осуществляют с целью раскрытия качественной стороны развития процесса (*увеличивается или уменьшается выходная величина при увеличении или уменьшении входных величин; как это соотносится с априорными знаниями об объекте исследования*).

4. **Проверку взаимосвязи параметров** осуществляют с целью определения физического смысла всех слагаемых полученных зависимостей. Если действие двух факторов на состояние объекта исследования по своему физическому смыслу идентично, то проверяют, входят ли они в выражение с одинаковыми знаками, не является ли их действие взаимонейтрализующим.

5. **Проверка аналитических зависимостей на их правомерность** - необходимый этап при теоретическом исследовании. Однако окон-

чательный вывод о справедливости установленных зависимостей можно сделать только на основании данных экспериментальных исследований.

Лабораторная работа №5

Методы, средства и точность измерения экспериментальных данных.

Оценка и суммирование случайной и систематической погрешностей.

Определение точности измерительных приборов.

Расчет поправок

5.1 Виды и методы измерений

Измерить какую-либо физическую величину – значит определить во сколько раз измеряемая величина больше или меньше эталонной величины той же физической природы, принятой за *единицу измерения*.

5.1.1 Виды измерений физических величин

Виды измерений можно разделить на три основные группы (вида): **прямые, косвенные и совокупные.**

Прямыми измерениями физических величин называют измерения, результат которых получается непосредственно из экспериментальных данных.

Пример: для измерения силы тока используются амперметры, напряжения - вольтметры, температуры – различные термометры и т.п.

Условно прямое измерение можно выразить соотношением

$$Y = X, \quad (5.1)$$

где Y –измеряемая величина;
 X – результат измерения.

Косвенными измерениями физических величин называют такие, при которых искомые значения измеряемой величины находится из

зависимости между этой величиной и величинами, определяемыми путем прямого измерения.

Пример: мощность P в цепях постоянного тока вычисляют по формуле $P = UI$, при этом напряжение U измеряют вольтметром, а величину тока I - амперметром.

В случае косвенных измерений искомая величина находится из соотношения

$$Y = F(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (5.2)$$

где Y – искомое значение измеряемой величины, а X_1, X_2, \dots, X_n - значения измеренных величин.

Совокупными (или совместными) измерениями физических величин называют такие, при которых искомые значения разноименных величин определяются путем решения системы уравнений, связывающей значения искомых величин с непосредственно измеренными величинами. Совокупные измерения применяются достаточно редко и используются в тех случаях, когда определяемые величины имеют нелинейные зависимости от внешних влияющих параметров (температуры, давления, времени и т.п.) [2].

По способу выражения результатов измерений **различают абсолютные и относительные измерения.**

Абсолютными называются измерения, основанные на прямых измерениях одного или нескольких значений основных величин или на использовании значений физических констант. Примером абсолютных измерений может быть измерение длины в метрах, давления в паскалях, температуры в градусах.

Относительными называются измерения отношения величины к одноименной величине, играющей роль единицы, или измерения величины по отношению к одноименной величине, принимаемой за исходную. Примером относительных измерений может служить измерение относительной влажности воздуха, определяемой как отношение количества водяных паров в 1 м^3 воздуха к количеству водяных паров, которое насыщает 1 м^3 воздуха при данной температуре.

5.2 Методы измерения физических величин

Методы измерения представляют собой совокупность приемов, принципов и средств измерения. В современной метрологии различают следующие основные методы.

Метод непосредственной оценки состоит в том, что измеряемая величина определяется по показанию одного (прямые измерения) или нескольких (косвенные измерения) приборов, проградуированных в единицах измеряемой величины или других единицах, от которых зависит измеряемая величина.

К **методам сравнения** относятся все те методы измерений, где измеряемая величина сравнивается с величиной, воспроизводимой мерой.

Методы сравнения делятся на **нулевые, дифференциальные, замещения и совпадения**.

Нулевой метод – это метод сравнения измеряемой величины с мерой, когда действие измеряемой величины на индикатор компенсируется встречным действием известной величины.

Пример: измерение активного сопротивления постоянного резистора с помощью уравновешенного моста.

Дифференциальный метод, заключающийся в таком сравнении с мерой, при котором на измерительный прибор воздействует разность между измеряемой величиной и известной величиной, воспроизводимой мерой.

Пример: измерения, выполняемые при поверке мер длины сравнением с образцовой мерой на компараторе.

Метод замещения основан на сравнении с мерой, когда измеряемую величину замещают известной величиной, воспроизводимой мерой.

Пример: взвешивание с поочередным помещением измеряемой массы и гири на одну и ту же чашку весов.

Метод совпадений также основан на сравнении с мерой; причем разность между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, измеряют, используя совпадение отметок шкал или периодических отметок.

Пример: измерение длины штангенциркулем с нониусом или измерение частоты вращения тела стробоскопом в случае электрических измерений.

5.3 Средства измерений

5.3.1 Классификация средств измерений

Средствами измерений называются технические средства, используемые при измерениях и имеющие нормированные метрологические свойства [5].

Мерами называются средства измерений, предназначенные для воспроизведения физической величины заданного размера.

Измерительным прибором называется средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем. Измерительные приборы можно разделить на следующие группы:

- **аналоговые** – измеряют непрерывную функцию;
- **цифровые** – автоматически вырабатывают дискретные сигналы измерительной информации, показания которых представлены в цифровой форме;
- **показывающие** – допускают только отсчитывание показаний;
- **регистрирующие** – предназначены для регистрации показаний;
- **самопишущие** – выполняют запись показаний в форме диаграммы;
- **печатающие** – представляют собой регистрирующие приборы, в которых показания печатаются в цифровой форме.

Приборы сравнения предназначены для непосредственного сравнения измеряемой величины с величиной, значение которой известно. В **интегрирующих приборах** измеряемая величина интегрируется по времени или по другой независимой переменной (счетчик, одометр). В **суммирующих приборах** показания функционально связаны с суммой двух или нескольких величин (ваттметр), подводимых к ним по различным каналам.

В состав измерительных приборов входят **измерительные преобразователи**, которые предназначены для выработки сигнала измерительной информации в форме, удобной для передачи, дальнейшего преобразования, обработки и хранения, но не поддающейся непосредственному восприятию наблюдателя. Различают первичные, промежуточные и передающие измерительные преобразователи.

Первичным измерительным преобразователем называется такой, который является первым в измерительной цепи, к которому подведена измеряемая величина (датчик). Примерами первичных преобразователей могут служить термопара в цепи термоэлектрического термометра и дроссельное устройство расходомера.

Промежуточный преобразователь занимает в измерительной цепи место после первичного.

Передающий преобразователь предназначен для дистанционной передачи сигнала измерительной информации.

В зависимости от вида сигналов преобразователи делятся на преобразователи **аналогового** и **дискретного** типа. По принципу действия преобразователи бывают генераторные и параметрические. Генераторные работают без внешнего источника энергии, процесс преобразования в них осуществляется за счет внутренней энергии преобразователя. Для работы параметрического преобразователя необходим внешний источник энергии, чаще всего электрический. В таких преобразователях под действием входного сигнала изменяются некоторые параметры выходной цепи (сопротивления, индуктивности, емкости и др.).

Генераторные преобразователи делятся на следующие классы:

- **индукционные**, принцип действия которых основан на явлении самоиндукции; значение ЭДС самоиндукции зависит от положения подвижного элемента, которое определяется значением силы, воздействующей на вход преобразователя;

- **термоэлектрические**, информация о входной величине, которой в данном случае является температура, содержится в термоЭДС, возникающей на выходе преобразователя в результате внешнего теплового воздействия;

- **фотоэлектрические** (фотоэлементы), под действием светового потока, падающего на чувствительный электрод (катод), осуществляется эмиссия электронов, что обуславливает появление ЭДС на выходе преобразователя;

- **пьезоэлектрические**, принцип действия которых основан на явлении пьезоэффекта;

- **специальные**, к их числу относятся некоторые виды химических, биологических и других преобразователей.

К параметрическим преобразователям относятся следующие типы:

- **контактные**, выходной сигнал в которых появляется при замыкании или размыкании электрических контактов;-

- **резистивные**, представляющие собой различного рода активные сопротивления, включаемые в электрическую цепь; преобразование осуществляется за счет изменения значения сопротивления под воздействием входной величины;

- **индуктивные**, в которых при воздействии входной величины изменяется индуктивность электрической цепи, содержащей преобразователь;

- **емкостные**, в которых изменяется емкость преобразователя за

счет изменения размеров преобразователя (расстояния между пластинами), перекрываемой площади или диэлектрической проницаемости;

- **магнитно- и электрострикционные**, в которых происходит изменение основных физических характеристик материалов (намагниченность, электролизация);

- **радиационные и ионизационные**, преобразование в которых осуществляется на основе явлений радиации и ионизации в системе преобразователя;

- **ультразвуковые**, для осуществления процесса преобразования в которых используются различные ультразвуковые эффекты.

В измерительной технике различают еще и **измерительные установки**, представляющие собой совокупность функционально объединенных средств измерения (мер, измерительных приборов, измерительных преобразователей) и вспомогательных устройств, предназначенных для выработки сигналов измерительной информации в форме, удобной для непосредственного восприятия наблюдателем, и расположенных в одном месте.

Измерительные информационные системы - представляют собой совокупность средств измерений и вспомогательных устройств, предназначенную для автоматического сбора измерительной информации от ряда источников. Например, аппаратно-программируемые модули National Instruments LabVIEW. Интеграция среды для обработки сигналов LabVIEW и среды для разработки электронных схем Multisim позволяет проектировать и тестировать аналоговые и цифровые схемы, моделировать прототипы устройств, затем собирать прототип на реальной платформе, тестировать, а также, используя программу Ultiboard, производить разводку печатной платы. Таким образом, возникает возможность пройти весь цикл создания изделия на базе единой платформы - от моделирования до создания и тестирования прототипа устройства.

5.3.2 Частные примеры средств и способов измерения физических величин

Средства измерения деформаций, силовых воздействий и массы

Тензометрический метод является одним из наиболее распространенных методов непосредственного измерения деформаций, а по ним косвенно механических напряжений, сил, моментов. Особую роль тензометрирование играет при анализе напряженно-деформированного состояния, который необходим для решения про-

блем прочности конструкций в строительстве, машиностроении и других отраслях.

Тензорезисторный преобразователь (тензорезистор) представляет собой проводник (или полупроводник), изменяющий своё сопротивление при деформации сжатия-растяжения.

В настоящее время наиболее широко применяют проволочные, фольговые, плёночные и полупроводниковые тензорезисторы.

Проволочный тензорезистор имеет решётку выполненную из зигзагообразно уложенной проволоки 3 диаметром 20...50 мкм, размещённой на бумажной или плёночной основе 2. Подключение осуществляется с помощью медных проводников 4 [2].

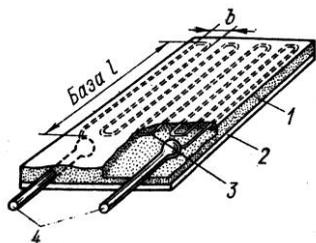


Рисунок 5.1 - Устройство проволочного тензорезистора: 1- защитное покрытие; 2 - бумажная или плёночная основа; 3 - тензочувствительная проволока; 4 - выводы

Фольговые тензорезисторы представляют собой тонкую решётку из константана толщиной 4...12 мкм, изготовленную путём травления. Фольговые тензорезисторы имеют ряд преимуществ: нечувствительны к поперечной деформации вследствие малого сопротивления перемычек; увеличенное сечение их концов, что позволяет надёжно припаивать выводы; допустимый ток в 1,4 раза больше, благодаря большей поверхности для теплоотвода.

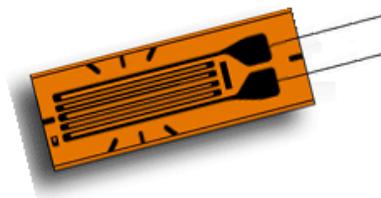
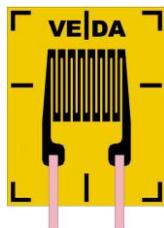


Рисунок 5.2 - Устройство фольгового тензорезистора

Полупроводниковые тензорезисторы представляют собой пластинку монокристалла кремния или германия длиной 5...10 мм, шириной 0,2...0,8 мм, выращенную на тонкой мембране из диэлектрика (например, сапфира).

Тензорезисторы приклеиваются к поверхностям деталей и испытывают одинаковые с ними деформации.

При изучении одноосного напряженного состояния (растяжения или сжатия) для полного описания поля деформаций достаточно одного тензорезистора, который наклеивается в направлении главной деформации ε_1 . В этом случае главное напряжение $\sigma_1 = E\varepsilon_1$.

В общем случае двухосного напряженного состояния, когда направления главных деформаций $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ неизвестны, поступают следующим образом, В соответствии с формулой

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cos 2\alpha, \quad (5.3)$$

связывающей между собой $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ и α , производят три измерения ε_α по трем произвольно выбранным направлениям α_1, α_2 и α_3 . Решение полученной системы из трех уравнений даст значения и направления главных деформаций.

Измерения деформаций одновременно по трем и более направлениям производят с помощью *розеток* (рисунок 3) — системы из трех (или более) проволочных тензорезисторов наклеенных под определенными углами на общее основание.

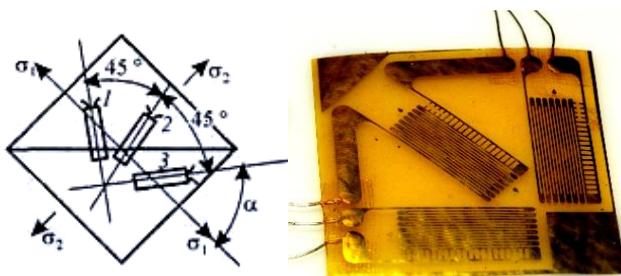


Рисунок 5.3 – Схема размещения тензодатчиков при неизвестном направлении главных напряжений и конструкция прямоугольной розетки общего назначения: тензорезисторы находятся в одной плоскости под углом 45° друг к другу

Розетка очень удобна в работе, поскольку ее легче и быстрее наклеивать на поверхность исследуемой детали, чем три отдельных датчика.

Для измерения механических напряжений и давлений часто наклеивают два тензорезистора (рисунок 4), которые включают в мостовую цепь. Это вызвано необходимостью увеличения чувствительности преобразователя и температурной стабилизацией параметров цепи.

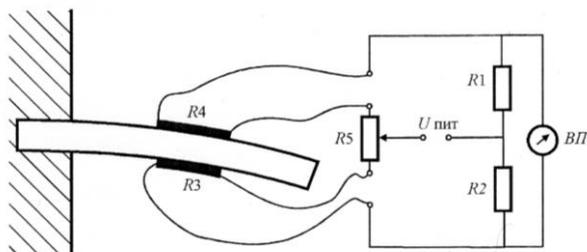


Рисунок 5.4 - Измерение деформации изгиба при помощи тензорезисторов

Крутящие моменты валов машин также измеряют при помощи тензорезисторов. Наибольшие напряжения кручения при передаче момента валом отмечаются в его сечении, расположенном под углом 45° к образующей (рисунок 5.5).

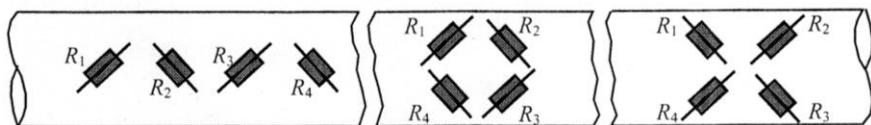


Рисунок 5.5 –Схема наклейки тензорезисторов при измерении крутящих моментов

Пьезоэлектрические преобразователи выполняются из материалов, в которых возможен пьезоэлектрический эффект.

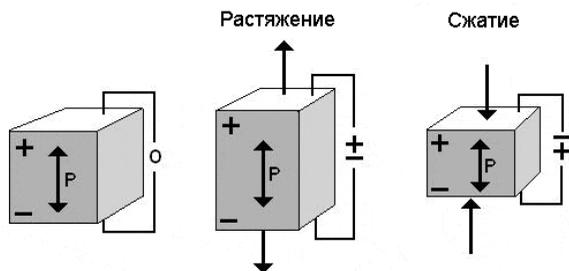


Рисунок 5.6 - Пьезоэлектрический эффект

В момент приложения механической силы на поверхности появляются электрические заряды (рисунок 5.6). Суммарный заряд пропорционален значению действующей силы, а его знак показывает направление этой силы. Напряжённость зарядов электрического поля измеряют специальными электронными устройствами.

Пьезоэлектрические датчики (рисунок 5.7) состоят из набора пластин, выполненных из материала, обладающего пьезоэффектом, и применяются для измерения динамических сил, моментов, вибраций, толчков и т.п.

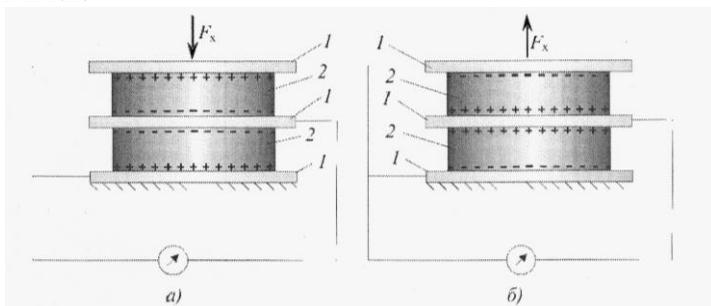


Рисунок 5.7 – Конструкция пьезоэлектрического датчика

Пьезоэлектрические преобразователи отличаются широкими рабочими частотным и динамическим диапазонами, линейными характеристиками в этих широких диапазонах, прочной конструкцией, надёжностью и долговременной стабильностью параметров. Так как пьезоэлектрические акселерометры являются активными датчиками, генерирующими пропорциональный механическим колебаниям электрический сигнал, при их эксплуатации не нужен источник питания. Отсутствие движущихся элементов конструкции исключает возможность износа и гарантирует исключительную долговечность пьезоэлектрических датчиков.

Средства измерения давления

При определении величины давления принято различать давление абсолютное, атмосферное, избыточное и вакуумметрическое.

Абсолютное давление (p_a) – это давление внутри какой-либо системы, под которым находится газ, пар или жидкость, отсчитываемое от абсолютного нуля.

Атмосферное давление (p_b) создается массой воздушного столба земной атмосферы. Оно имеет переменную величину, зависящую от высоты местности над уровнем моря, географической широты и метеорологических условий.

Избыточное давление определяется разностью между абсолютным давлением (p_a) и атмосферным давлением (p_b)

$$P_{изб} = p_a - p_b. \quad (5.4)$$

По виду измеряемого давления приборы подразделяют на следующие: *манометры*, предназначенные для измерения избыточного давления; *вакуумметры*, служащие для измерения разрежения (вакуума); *мановакуумметры*, измеряющие избыточное давление и вакуум; *напоромеры*, используемые для измерения малых избыточных давлений; *тягомеры*, применяемые для измерения малых разрежений; *тягонапоромеры*, предназначенные для измерения малых давлений и разрежений; *дифференциальные манометры (дифманометры)*, с помощью которых измеряют разность давлений, ни одно из которых не равно атмосферному; *барометры*, используемые для измерения барометрического давления.

Простейшим прибором для измерения давления или разности давлений является двухтрубный (или U-образный) манометр (рисунок 8, а), представляющий собой согнутую стеклянную трубку, заполненную рабочей жидкостью (ртутью или водой) и прикрепленную к панели со шкалой. Один конец трубки соединяется с атмосферой, а другой подключается к объекту, где изменяется давление.

Более удобным средством измерения давления является однотрубный (чашечный) манометр (рисунок 5.8, б), в котором одна из трубок заменена сосудом диаметр его, как правило, в 20 раз больше диаметра трубки. Так как соотношение диаметров или сечений трубки и сосуда значительны, понижением уровня h_2 при изменении давления можно пренебречь и отсчёт вести только по стеклянной трубке, т.е. по h_1 .

На рисунке 5.8, в показан однотрубный микроманометр, в котором

стеклянная трубка расположена под углом к горизонту. При этом точность измерения увеличивается в несколько раз.

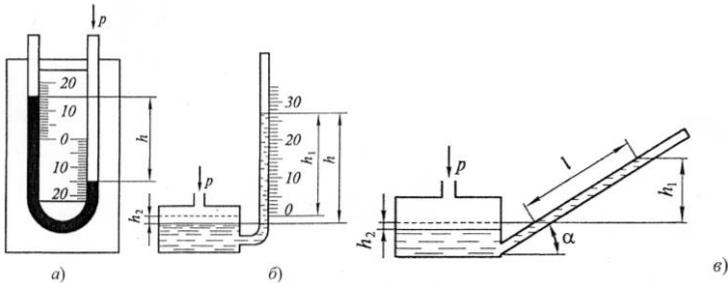


Рисунок 5.8 - Жидкостные манометры: а) U-образный; б) чашечный; в) микроманометр

Трубчато-пружинные приборы принадлежат к числу наиболее распространённых манометров, вакуумметров и мановакуумметров. Трубчатая пружина представляет собой тонкостенную, согнутую по дуге окружности, трубку (одно- или многovitkovую) с запаянным одним концом. При увеличении или уменьшении давления внутри трубки пружина раскручивается или скручивается на определенный угол.

Тензометрические манометры имеют малые габаритные размеры, простое устройство, высокую точность и надежность в работе. Верхний предел показаний 0,1...40 МПа, класс точности 0,6; 1 и 1,5.

На рисунке 5.9 представлено устройство пружинного и тензометрического манометров.

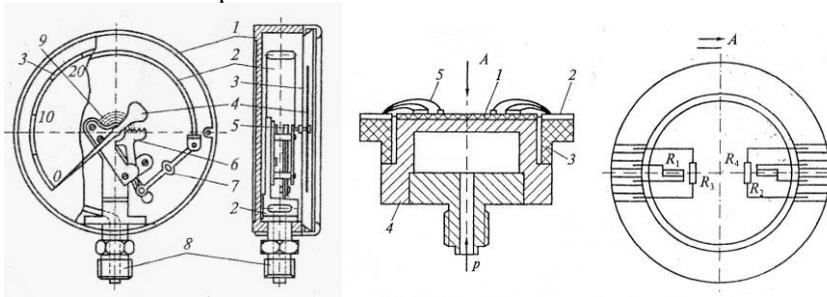


Рисунок 5.9 – Манометры: а) устройство пружинного манометра: 1 – корпус; 2 – полая трубка; 3 – шкала; 4 – стрелка; 5 – шестерня; 6 – зубчатый сектор; 7 – поводок; 8 – штуцер; 9 – пружина; б) конструкция тензометрического манометра: 1 – сапфировая пластина; 2 – сборные пластинки; 3 – кольцо из диэлектрика; 4 – корпус; 5 – выводные провода

Средства измерения температуры

Кроме спиртовых и ртутных термометров для измерения температуры в промышленности, научных исследованиях, медицине, в системах автоматики применяются **термопары**.

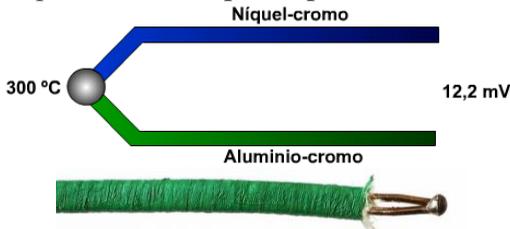


Рисунок 5.10 - Схема термопары типа К. При температуре спая проволочек из хромеля и алюмеля равной 300°C и температуре свободных концов 0°C развивает термо-ЭДС $12,2\text{ мВ}$.

Термопара – пара проводников из различных материалов, соединенных на одном конце. Принцип действия основан на эффекте Зеебека или, иначе, термоэлектрическом эффекте. Между соединёнными проводниками имеется контактная разность потенциалов; если стыки связанных в кольцо проводников находятся при одинаковой температуре, сумма таких разностей потенциалов равна нулю. Когда же стыки находятся при разных температурах, разность потенциалов между ними зависит от разности температур. Преимущества термопар: высокая точность измерения значений температуры (вплоть до $\pm 0,01^{\circ}\text{C}$), большой температурный диапазон измерения: от -250°C до 2500°C , простота, дешевизна, надежность.

Средства измерения массы

Приборы для измерения массы называют весами. Измерение массы основано на использовании закона всемирного тяготения, согласно которому гравитационное поле Земли притягивает массу с силой, пропорциональной этой массе. Силу притяжения сравнивают с известной по величине силой, создаваемой различными способами.

Классификация весов приведена на рисунке 5.11.



Рисунок 5.11 - Классификация весов

Для точных лабораторных измерений в настоящее время применяют электронно-механические (электронные) весы (рисунок 5.12).



Рисунок 5.12 - Лабораторные электронные прецизионные весы Adventurer Pro

В электромеханических весах усилие, развиваемое взвешиваемой массой, измеряется через деформацию упругого элемента с помощью тензорезисторных, индуктивных, ёмкостных и виброчастотных преобразователей.

Средства измерения расхода жидкости и газов

Расходом вещества называют количество вещества (массы или объёма), проходящее через определённое сечение в единицу времени, а приборы или комплекты приборов, определяющие расход вещества в единицу времени, называют **расходомерами**. Расходомер может быть снабжён счётчиком (интегратором), показывающим массу или объём вещества, проходящего через прибор, за какой-либо промежуток времени.

Единицы измерения расхода могут быть объёмные – м³/ч, м³/мин, л/мин и т.д. и массовые – кг/ч, т/ч, и т.д.

Наиболее часто применяемые приборы для измерения расхода вещества, можно разделить на следующие группы.

Расходомеры переменного перепада давления, принцип действия

которых основан на зависимости от расхода вещества перепада давления, создаваемого неподвижным устройством, устанавливаемым в трубопроводе. Наибольшее распространение из расходомеров переменного перепада давления получили расходомеры с сужающим устройством, работа которых основана на зависимости от расхода перепада давления, образующегося на сужающем устройстве в результате частичного перехода потенциальной энергии потока в кинетическую.

Расход вещества, соответствующий наибольшему перепаду давления ΔP (Н/м^2) в сужающем устройстве, рассчитывается по формулам:

$$Q_o = \alpha F_o \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}, \text{ м}^3/\text{с}; \quad Q_m = \alpha F_o \sqrt{2\Delta P \rho}, \text{ кг/с}, \quad (5.5, 5.6)$$

где Q_o – объёмный расход; Q_m – массовый расход; α – коэффициент расхода; F_o – площадь отверстия сужающего устройства.

Расходомеры постоянного перепада давления, принцип действия которых основан на зависимости от расхода вещества вертикального перемещения тела (поплавка), изменяющего при этом площадь проходного отверстия прибора так, что перепад давления по обе стороны поплавка остаётся постоянным.

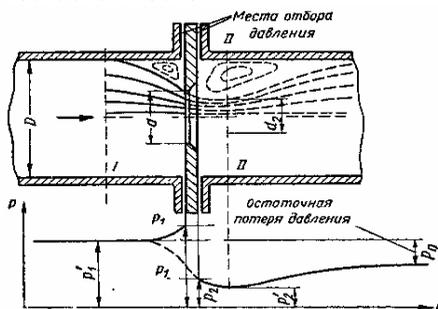


Рисунок 5.13 - Измерение расхода методом дросселирования

Электромагнитные (индукционные) расходомеры, принцип действия которых основан на измерении ЭДС, возникающей при движении электропроводной жидкости в магнитном поле.

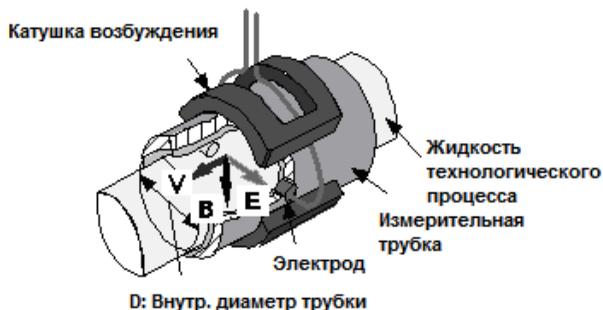


Рисунок 5.14 – Конструкция электромагнитного расходомера

Средства измерения скорости и ускорений

Средства измерений и контроля, предназначенные для измерения линейных скоростей, называются измерителями скорости, средства для измерения и контроля угловых скоростей (частоты вращения) – **тахометрами**, а средства для измерения ускорений – **акселерометрами**. Средства измерений колебательного движения (вибраций) – **виброметры** и **сейсмографы**.

Наиболее распространённые методы измерения линейных скоростей движущихся твёрдых тел: аэрометрический, компенсационный, термодинамический, корреляционный, доплеровский, электромагнитный, инерциальный и др. Например, *Измерители скорости*, работающие на использовании *эффекта Доплера*, имеют в своём составе радар, включающий в себя источник ультразвуковых колебаний с частотой f_0 , и приёмник ультразвуковых колебаний, отразившихся от движущегося со скоростью v объекта. Если объект приближается к радару, то частота колебаний f , отразившихся от него, будет больше первоначальной. Если наоборот, то частота будет меньше. Таким образом, по разности частот $(f - f_0)$ можно узнать о скорости объекта и о направлении его движения.

Для измерения скоростей вращения применяются: центробежные, магнитоиндукционные, электрические (постоянного и переменного тока), индукционные и стробоскопические.

Электрические тахометры (рис. 5.15) включают в себя тахогенератор и гальванометр.

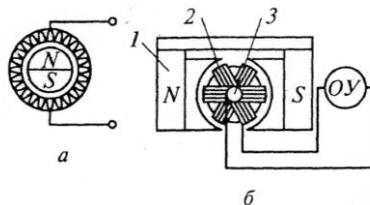


Рисунок 5.15 - Схемы электрических тахометров: *a* – тахогенератора; *б* – тахогенератора постоянного тока; 1 – постоянный магнит; 2 – обмотка якоря; 3 – коллектор со щётками; ОУ – отсчётное устройство вторичного прибора

Стробоскопический метод измерения угловой скорости основан на свойстве глаза сохранять видимое изображение на десятые доли секунды после его исчезновения. Средства измерения, построенные по этому принципу, являются наиболее точными из рассмотренных выше.

Они нашли применение в лабораторных исследованиях, а также при создании образцовых средств измерений. Принцип реализации эффекта поясняет рисунок 5.16. Если отметку 4 на вращающемся валу 1 освещать вспышками света от источника 2, то при совпадении числа вспышек с частотой вращения отметка будет казаться неподвижной. Если эта разность будет отлична от нуля, то отметка начнёт вращаться со скоростью в ту или иную сторону, в зависимости от знака разности частоты вращения и числа вспышек. Поскольку глаз оператора 3 замечает очень медленное движение отметки, то, подбирая частоту вспышки посредством устройства регулирования вспышки УРВ, можно остановить отметку и определить частоту вращения вала.

Точность измерения определяется точностью воспроизведения и измерения частоты вспышек, точностью регистрации моментов остановки стробоскопической картины.

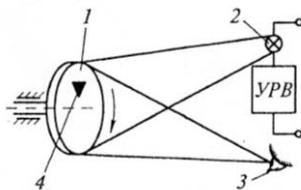


Рисунок 5.16 - Схема стробоскопического тахометра: 1 – вращающийся вал; 2 – источник света; 3 – глаз оператора; 4 – отметка; УРВ – устройство регулирования вспышки

Ускорения измеряются в метрах на секунду в квадрате (м/с^2). В качестве единицы измерения ускорения часто применяют величину, связанную с ускорением свободного падения – g . Например, ускорение, равное $0,1g$; $1,0g$ и т.д. Ускорения могут быть линейными и угловыми. Средства измерения ускорений называются **акселерометрами**.

Для измерения линейных ускорений применяются инерциальный метод, метод дифференцирования скорости и метод двухкратного дифференцирования расстояния до неподвижной базы. Инерциальный метод основан на измерении силы, развиваемой инерционной массой при её движении с ускорением.

В настоящее время всё большее применение получают пьезоакселерометры. Принцип действия основан на использовании прямого пьезоэффекта. При движении инерционного элемента массой m с ускорением a возникает сила $F = ma$, которая приложена к пьезоэлементу, на гранях которого возникает ЭДС, подаваемая через электрические выводы на вторичный прибор.

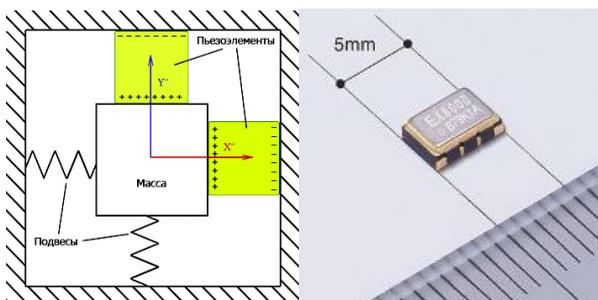


Рисунок 5.17 – Акселерометры: а) принцип работы инерциальных акселерометров на пьезоэлементах; б) датчик движения

Отдаваемый акселерометром сигнал, пропорциональный ускорению, можно интегрировать с целью измерения и анализа скорости и смещения механических колебаний.

Правила подключения амперметра и вольтметра к электрическим цепям

Показания **амперметра** определяются **током** его измерительном механизме. Поэтому **амперметр** надо включать так, чтобы измеряемый ток проходил через него, т.е. последовательно (рисунок 5.18).

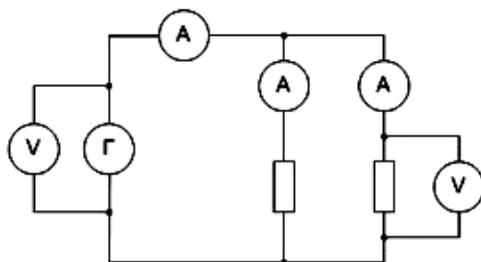


Рисунок 5.18 - Подключение амперметров и вольтметров

Включение **амперметра** не должно изменять режим работы цепи, следовательно, сопротивление его должно быть малым по сравнению с сопротивлением участка цепи.

Показания **вольтметра** определяется напряжением на его зажимах. Поэтому для измерения **напряжения** его необходимо соединять параллельно потребителю или генератору (рисунок 5.18). Сопротивление **вольтметра** должно быть большим по сравнению с сопротивлением приемника энергии (генератора), параллельно которому он включается с тем, чтобы его включение не влияло на режим работы цепи.

5.4 Точность измерений. Определение погрешностей

Важным фактором в эксперименте является **точность измерений**, которая отражает качество измерений, определяющее близость их результатов к истинному значению измеряемой величины. Истинное значение величин принципиально не может быть найдено ввиду погрешностей и неполноты данных. Поэтому оперируют понятием **оценки**, т.е. приблизительным значением величины, определенным по имеющимся неполным данным.

Всегда существует разница Δ_X между ее измеренным X и истинным $X_{и}$ значениями

$$\Delta_X = X - X_{и}. \quad (5.7)$$

Эта разница ΔX называется **погрешностью измерения физической величины**.

Истинное значение физической величины в реальных условиях знать практически невозможно, поэтому в любом эксперименте при определении погрешности получения измерительной информации вместо нее используется, так называемое, действительное значение $X_{д}$

измеряемой величины X , т.е. искомую физическую величину определенную экспериментально с наивысшей точностью. Действительное значение физической величины определяется как среднее значение ряда измерений этой величины, а сам эксперимент строится так, что точность измерения определяется случайными ошибками. Так как и методика измерения и способ воспроизведения физической величины постоянно совершенствуются, то само ее значение зачастую претерпевает некоторые изменения, постепенно приближаясь к истинному значению.

5.4.1 Виды погрешностей измерения физических величин

Рассмотрим основные классификационные признаки погрешности результатов измерений.

Первый признак – что или кто является причиной ошибок? Суммарная погрешность результата любого измерения в общем случае складывается из трех составляющих: инструментальной, методической и субъективной.

Инструментальная составляющая определяется основными метрологическими характеристиками системы измерений.

Методическая составляющая погрешности результата измерений зависит от используемого метода измерения и не зависит от погрешности самого инструмента

Субъективная составляющая не зависит ни от погрешности прибора, ни от метода измерения, а в основном определяется квалификацией пользователя (субъекта). Эту погрешность не всегда можно предвидеть и заранее оценить.

Второй классификационный признак - по закономерности проявления.

Погрешности измерения физических величин Δ_X всегда содержат **систематическую и случайную составляющие**, которые существуют совместно, внося тот или иной вклад в общую величину ошибки.

Систематическая погрешность Δ_c – это составляющая общей погрешности измерения физической величины, остающаяся постоянной или закономерно изменяющейся при многократных измерениях одной и той же величины в одних и тех же условиях.

Причинами систематических ошибок могут быть: постоянная погрешность инструмента (ошибка в градуировке шкалы, эксцентриситет лимба и т.п.); методическая погрешность формулы, по которой ведется расчет или работает прибор; постоянная собственная ошибка наблюдателя влияния внешних факторов (например, температуры, давления, влажности и т.п.) и т.п.

Систематические ошибки инструментов оцениваются при тарировке и либо устраняются (если это возможно) регулировкой, либо исключаются при проведении расчетов по обработке результатов.

Влияния внешних факторов (например, температуры, давления, влажности и т.п.) может быть исключено путем введения соответствующей поправки (температурная поправка размеров, плотности, сопротивления).

Случайная погрешность $\Delta_{сл}$ – составляющая общей погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом без видимой закономерности при повторных измерениях одной и той же величины в одних и тех же условиях. Случайные ошибки измерений вызываются многочисленными факторами, малыми по своему индивидуальному влиянию на результат и не могущими быть учтенными при проведении опыта. Рассеяние результатов измерения обычно подчиняется нормальному закону Гаусса.

Случайную погрешность полностью нельзя исключить опытным путем. Случайную погрешность, в отличие от систематической, можно уменьшить до минимума путем многократных измерений одной и той же величины в одинаковых условиях.

Наиболее достоверное значение измеряемой величины, полученное на основе многократных измерений – среднее арифметическое из ряда полученных измерений

$$\bar{X} = X_{cp} = \frac{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n}, \quad (5.8)$$

где X_1, \dots, X_n – результаты отдельных измерений, а n – число измерений.

Особый вид ошибок это **грубые ошибки** (или **промахи**) - они возникают в результате невнимательности экспериментатора. Например, измеряющий неверно прочитал или записал отсчет по измерительному инструменту.

Способ устранения грубых ошибок - правильное планирование эксперимента, внимательная и аккуратная работа при его проведении. Для устранения возможности появления промаха измерения в процессе выполнения эксперимента необходимо проводить несколько раз. Грубые ошибки по своей природе резко отличаются от указанных выше основных видов ошибок, поэтому обнаруженные промахи следует всегда исключать из рассмотрения при обработке результатов измерений.

Третий классификационный признак — способ выражения погрешности. По этому признаку различают абсолютную, относительную и относительную приведенную погрешности.

Абсолютная погрешность измерений ΔX — это разница между измеренным X и истинным X_u значениями физической величины по определению

$$\Delta X = X - X_u, \quad (5.9)$$

или в реальных условиях эксперимента

$$\Delta X = X - X_d. \quad (5.10)$$

Пример: Абсолютная погрешность измерения линейного размера $\Delta L = 0,5$ мм. При измерении длины карандаша $L1 = 170$ мм, это хорошая точность измерения. При измерении диаметра карандаша $L2 = 7$ мм — точность измерения невысокая.

Относительная погрешность измерения δ — это отношение абсолютной погрешности измерения ΔX к значению измеряемой величины X .

Относительная погрешность выражается в части от измеряемой величины или в %

$$\delta = \frac{\Delta X}{X_u} 100[\%] \approx \frac{\Delta X}{X_d} 100[\%]. \quad (5.11)$$

Относительная погрешность является характеристикой качества измерения.

Пример: Объект исследования тот же — карандаш длиной $L1 = 170$ мм и диаметром $L2 = 7$ мм. $\Delta L = 0,5$ мм.

Из примера видно, что при одинаковой величине абсолютной погрешности качество измерения в первом случае выше.

Относительная приведенная погрешность — отношение абсолютной погрешности к разности верхнего A_{\max} и нижнего A_{\min} пределов шкалы прибора, выраженное в %

$$\delta_{\text{ип}} = \frac{\Delta_x}{(A_{\text{max}} - A_{\text{min}})} 100 [\%]. \quad (12)$$

5.4.2 Оценка величин погрешностей

Так как истинное значение всегда остается неизвестным, оперируют понятием **оценка**. Оценка – приближенное значение величины с максимально возможной при имеющихся данных точностью.

Оценка величины систематической погрешности

Систематические ошибки условно можно разделить на четыре группы [5]:

1) **Ошибки, природа которых нам известна и величина может быть достаточно точно определена.** Такие ошибки могут быть устранены введением соответствующих поправок.

Пример: Рассмотрим измерение линейного размера латунного цилиндра при помощи стальной линейки, проградуированной при 0°C. Предположим, что диаметр цилиндра при 0°C равен 100 мм. Измерения проводятся при 25°C. Коэффициент линейного расширения латуни $19 \cdot 10^{-6} \text{ 1/град.}$, стали - $11 \cdot 10^{-6} \text{ 1/град.}$ Легко определить, что при нагревании на 25°C удлинение используемого участка линейки составит 0,27 мм, а увеличение диаметра цилиндра – 0,47 мм. Поправкой будет разница этих величин, т.е. 0,2 мм.

2) **Ошибки известного происхождения, но неизвестной величины.**

На шкале почти всех измерительных приборов указан класс их точности. Существующие приборы разделяются на следующие классы точности: 0,005; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5 (0,6); 1,0; 1,5 (1,6); 2,5; 4,0; 6,0. Погрешности прибора нормируются только для рабочей части шкалы. У приборов с равномерной шкалой рабочей частью является вся шкала. А для приборов с неравномерной шкалой рабочая часть начинается с 25 % от начального диапазона измерения. Чем меньше диапазон измерения, тем выше относительная погрешность.

Например, класс точности 0,5 означает, что показания прибора правильны с точностью 0,5 % от всей действующей шкалы прибора.

Пример: Если вольтметр имеет шкалу до 150 В и класс точности 0,5, то систематическая абсолютная погрешность измерения этим прибором может достигать:

$$\Delta_c = \frac{150В \cdot 0,5\%}{100\%} = 0,7В.$$

Если класс точности прибора не указан (например, штангенциркуль, микрометр, линейка), считается, что систематическая погрешность данного прибора равна половине цены деления шкалы.

Систематические ошибки, вносимые измерительными приборами второй группы, как правило, не могут быть точно оценены и исключены. Могут быть определены лишь их наибольшие значения.

Пример: Измерить ток $I = 65,3$ мА при помощи миллиамперметра класса точности 1,0 со шкалой 75 мА.

Мы можем записать $I = (65,3 \pm 0,75)$ мА. Это значит, что измеренное значение лежит где-то в пределах $64,5 < I < 66,1$ мА. Более точно о величине измеренного тока мы сказать ничего не можем.

3) Существование ошибок, о существовании которых мы не предполагаем, хотя их величина их может быть значительной.

Иногда бывает, что какая-либо физическая величина измеренная с точностью, например, до 2 – 3%, в действительности может в 2 раза и более отличаться от действительного значения.

Пример: Определение плотности по объему и весу тела. Мы можем совершить грубую ошибку, если измеряемый объект содержал внутри пустоты.

Один из наиболее надежных способов оценки правильности полученного результата – проведение измерения интересующей нас величины другим методом в других условиях. Совпадение результатов измерений служит хотя и известной, но не абсолютной гарантией их правильности. Бывают случаи, когда при измерении разными методамиотягчены одной и той же ускользнувшей от экспериментатора систематической ошибкой, и в этом случае оба совпавшие друг с другом результата окажутся одинаково неверными, как, например, в следующем примере.

4) Ошибки, обусловленные свойствами объекта исследования.

Пример: Определение удельного сопротивления проводника, площадь поперечного сечения которого имеет непостоянное значение или материал имеет инородные включения.

Из сказанного выше вытекает следующее правило - *систематическая погрешность не может быть уменьшена путем увеличения числа идентичных измерений.*

В таблице 5.1 приведены некоторые виды систематических погрешностей, а так же некоторые способы их обнаружения и оценки.

Таблица 5.1 – Оценка систематических погрешностей

№ п/п	Тип систематической погрешности	Способ оценки или исключения	Пример
1	Постоянная погрешность известной величины и знака.	Может быть исключена путем введения поправки (положительной или отрицательной)	Смещение стрелки прибора от нулевого положения на известное число делений шкалы.
2	Погрешность градуировки прибора.	Может быть оценена по известному классу точности прибора или по цене деления шкалы прибора (исключить нельзя).	Цена деления линейки равна 1 мм. Систематическая погрешность градуировки оценивается 0,5 мм.
3	Погрешность округления числа.	Оценивается как половина последнего указанного при округлении разряда числа.	Если число π округлено до 3,14, то погрешность округления оценивается 0,005, если π округлено до 3,1, то погрешность округления равна 0,05.
4	Погрешность, о которой экспериментатор только догадывается.	Погрешность может быть обнаружена путем измерения одной и той же величины с помощью разных методов в разных условиях.	Обнаружение разноплечности весов путем взвешивания на них тела попеременно на левой и правой чашках.

Оценка величины случайной погрешности

Если систематические ошибки устранены (сведены к минимуму), то точность измерений определяется погрешностью измерительных приборов и случайными ошибками.

При этом возможно два случая:

Случай 1. Случайные ошибки меньше погрешности измеритель-

ных приборов. Если в результате ряда измерений получается *постоянное в пределах точности приборов* значение, то ошибка измерения определяется погрешностью измерительных приборов. Измерение физической величины при этом проводится только один раз (для исключения промаха рекомендуется проводить два измерения) а результат записывается в виде

$$X = X_i \pm \Delta_X, \quad \delta_X = \frac{\Delta_X}{X} \cdot 100\%, \quad (5.13, 5.14)$$

где X_i - результат измерения, а Δ_X - абсолютная погрешность измерительного прибора, δ_X – относительная погрешность измерения величины X .

Это означает только то, что истинное значение измеряемой величины лежит где-то в интервале от $X - \Delta_X$ до $X + \Delta_X$.

Случай 2. Случайные ошибки больше погрешности измерительных приборов. Если результат измерения физической величины определяют случайные ошибки, то оценка погрешности измерения физической величины разделяется на два этапа: оценку истинного значения измеряемой величины X_u и определение случайной погрешности измерения этой величины $\Delta_{сл}$.

Для большинства измерений наилучшей оценкой истинного X_u или правильное действительного X_d значения измеряемой величины, как показано в математической теории погрешностей, является среднее арифметическое ряда значений искомой величины полученных путем повторных измерений этой величины

$$X_u \approx \bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad (5.15)$$

где n - количество проведенных измерений величины X .

В запись оценки случайной ошибки входят два числа:

- величина доверительной вероятности или коэффициент надежности α ;
- величина самой ошибки (или так называемый доверительный интервал $\pm \Delta_X$).

Доверительной вероятностью или коэффициентом надежности α называется вероятность того, что результат измерения отличается от истинного значения на величину не более чем Δ_X (в некоторых источниках доверительная вероятность обозначается буквой P).

Доверительным интервалом называется интервал значений от $X - \Delta_X$ до $X + \Delta_X$.

Чем большим выбирается доверительный интервал, т.е. чем больше задаваемая величина Δ_X , тем вероятнее, что результаты последующих измерений не выйдут за его пределы.

Задав одну из этих величин, т.е. Δ_X или α , можно используя методы теории случайных ошибок найти другую.

Удобнее всего случайную погрешность определять используя понятие стандартной или средней квадратичной ошибки S_n . Если мы ограничим доверительный интервал в пределах $\pm S_n$, вероятность того, что при последующих измерениях результат измерения попадет в этот предел будет равна 68% (доверительная вероятность или по-другому коэффициент надежности 0,68). Доверительная вероятность удвоенного интервала $\pm 2S_n$ равна 0,95, утроенной $\pm 3S_n - 0,997$.

Средняя квадратичная ошибка S_n определяется по формуле

$$S_n = \sqrt{\frac{(\bar{X} - X_1)^2 + (\bar{X} - X_2)^2 + \dots + (\bar{X} - X_n)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - X_i)^2}{n-1}}, \quad (5.16)$$

где n - число измерений;

X_i - значение измеряемой величины при i -ом измерении;

\bar{X} - среднее значение измеряемой величины.

Если число измерений очень велико, то величина S_n стремится к некоторому постоянному пределу σ .

Строго говоря, именно величина σ и называется средней квадратичной ошибкой. Ее квадрат и есть дисперсия измерения

$$D = \sigma^2. \quad (5.17)$$

Средней квадратичной ошибкой среднего арифметического \bar{X} ряда измерений называется величина

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (5.18)$$

Если были бы известна σ или $\sigma_{\bar{X}}$, то для заданного доверительного интервала можно было бы вычислить доверительную вероятность α , используя формулы распределения Гаусса.

На практике, как правило, число измерений невелико и величины σ и $\sigma_{\bar{X}}$ неизвестны, а известны только величины или средней квадратичной ошибки S_n (5.16) или средней квадратичной ошибки среднего арифметического X_i ряда измерений n

$$S'_n = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n(n-1)}}. \quad (5.19)$$

$S_n \rightarrow \sigma$ при $n > 100$. Для малого числа измерений вместо распределения Гаусса используется распределение Стьюдента. Для нахождения границ доверительного интервала $\pm \Delta_X$ используется так называемый коэффициент Стьюдента $t_{\alpha,n}$, зависящий от величины доверительной вероятности α и числа измерений n

$$t_{\alpha,n} = \frac{\sqrt{n} \Delta_X}{S_n} = \frac{\Delta_X}{S'_n}, \quad (5.20)$$

где S_n – средняя квадратичная ошибка, S'_n – средняя квадратичная погрешность среднего арифметического \bar{X} ряда из n измерений, откуда

$$\Delta_X = t_{\alpha,n} \cdot \frac{S_n}{\sqrt{n}} = t_{\alpha,n} \cdot S'_n. \quad (5.21)$$

В таблице 5.2 приведены значения коэффициентов Стьюдента, рассчитанных по числу измерений n и величине доверительной вероятности α , в которой значение коэффициента находится на пересечении строки, соответствующей известному n и столбца, соответствующего искомой α .

Таблица 5.2 – Значения коэффициентов Стьюдента

α n-1	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
1	3,1	6,31	12,7	31,8	63,7	636,6
2	1,9	2,92	4,30	6,96	9,92	31,6
3	1,6	2,35	3,18	4,54	5,04	12,9
4	1,5	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	1,5	2,02	2,57	3,36	4,03	6,87
6	1,4	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,4	1,89	2,36	3,00	3,50	5,41
8	1,4	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	1,4	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,4	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,4	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	1,4	1,78	2,18	2,68	3,05	4,32
13	1,4	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,3	1,76	2,14	2,62	2,98	4,14
15	1,3	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,3	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
17	1,3	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
18	1,3	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,3	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	1,3	1,72	2,09	2,53	2,85	3,85

5.4.3 Суммирование систематической и случайной погрешностей

Систематическая и случайная ошибки близки друг к другу и в одинаковой степени влияют на результат измерений. Тогда суммарная ошибка опыта Δ_x найдется по формуле

$$\Sigma = \sqrt{\Delta_x^2 + (t_{\alpha,n} \cdot S_x)^2}. \quad (5.22)$$

На основании вышесказанного можно сформулировать следующие правила выбор методики измерения физической величины:

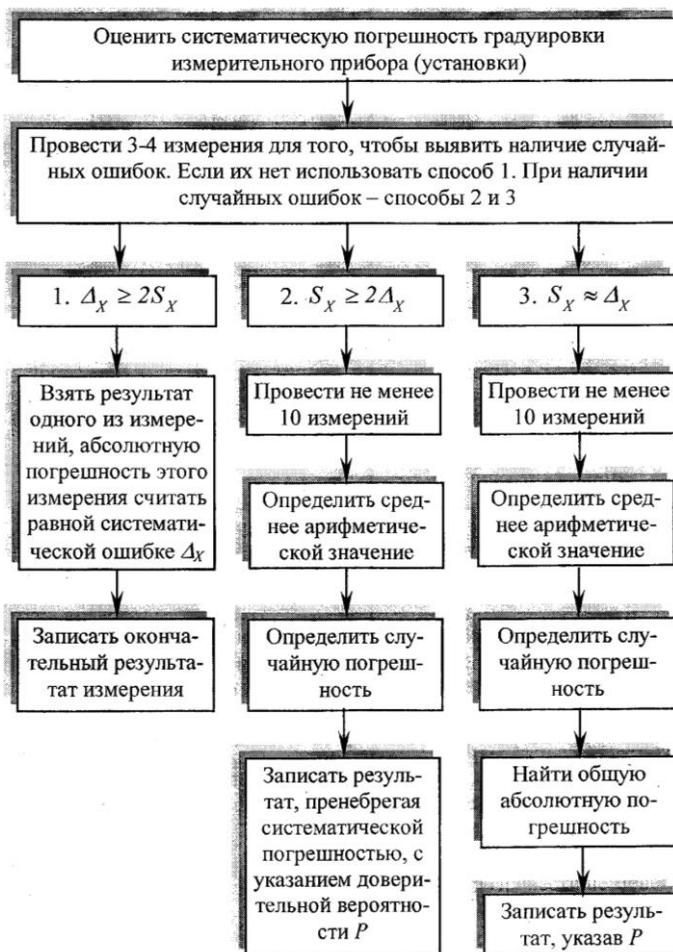


Рисунок 5.19 – Обобщенная схема порядка определения погрешности при проведении измерений физических величин

1. Если систематическая погрешность в два и более раз больше, чем случайная $\Delta_X \geq 2S_X$, то случайной погрешностью можно пренебречь, т.е. считать, что $\Sigma \approx \Delta_X$. Так как Δ_X не уменьшается при увеличении количества измерений n достаточно проведение трех - четырех измерений для того, чтобы убедиться, что показания прибора повторяются без случайных отклонений и промахи отсутствуют.

2. Если случайная погрешность более чем в 2 раза превышает систематическую $S_X \geq 2\Delta_X$, то систематической погрешностью можно пренебречь, т.е. считать, что $\Sigma \approx S_X$. При этом необходимо проводить

максимально возможное число измерений для уменьшения случайной погрешности S_x .

3. Если обе составляющие общей абсолютной погрешности соизмеримы, то следует их суммировать пользуясь формулой (5.22) (расчетную формулу необходимо выбирать соответственно с необходимой величиной доверительной вероятности α полученного результата, а число измерений n необходимо по возможности увеличивать для уменьшения величины случайной погрешности S_x).

Задание

В соответствии с индивидуальным заданием:

- вычислить абсолютную Δ_x и относительную δ погрешности измерения физической величины;
- сравнить абсолютную погрешность Δ_x с погрешностью измерительного прибора Δ ;
- определить стратегию нахождения суммарной погрешности и саму суммарную погрешность Σ измерения данной физической величины.

Лабораторная работа №6

Регрессионный анализ данных однофакторного эксперимента

6.1 Первичная обработка экспериментальных данных

В этом разделе приводится методика исследования результатов наблюдений на наличие грубых ошибок, исключения последних из дальнейших расчетов, вычисление оценок истинных значений наблюдаемых параметров, составление таблицы обработанных данных для последующего анализа.

Рассмотрим нахождение уравнения регрессии методом избранных точек на следующем примере.

Найти зависимость доли времени T_n поворотов в балансе общего времени смены в функции длины L_r рабочего гона. Результаты проведения опытов приведены в таблице 6.1.

Таблица 6.1 - Результаты проведения опытов

$T_n, \%$	46	28	20	18	14	13	9	11	8	2
	48	29	24	17	15	14	11	10	9	9
	44	30	22	19	16	12	13	9	10	10
$L_r, \text{ м}$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

Из таблицы видно, что выполнено 10 опытов ($m=10$) с трехкратной повторностью каждого ($n=3$).

Где $i=1K m$ - номер опыта;

$j=1K n$ - номер измерений в данном опыте.

Истинное значение измеряемой величины принято оценивать средним арифметическим нескольких измерений

$$\bar{Y} = \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_j, \quad (6.1)$$

Мерой рассеяния (изменчивости) результатов измерений относительно оценки истинного значения - среднего арифметического - является дисперсия

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (Y_j - \bar{Y})^2}{n-1}, \quad (6.2)$$

Корень квадратный из дисперсии называется средним квадратическим отклонением или стандартом

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (Y_j - \bar{Y})^2}{n-1}}, \quad (6.3)$$

Для большинства технических измерений можно принять наибольшей предельной ошибкой величину, примерно равную плюс-минус трем стандартам

$$\Delta_{II} \approx \pm 3 \cdot S, \quad (6.4)$$

Более точно наибольшую ошибку можно определить, заменив коэффициент 3 в (6.4) на значение t - критерия Стьюдента, определяющееся повторностью измерений и заданной надежностью результатов.

Из теории ошибок известно, что повторность опытов зависит от допускаемой ошибки в долях стандарта и заданной надежностью ре-

зультата. Здесь под надежностью подразумевается вероятность получения тех же результатов при новых.

В практике большинства эксплуатационных исследований достаточно надежность опыта равная 0,7. Для исследований, связанных с конструкциями машин, необходимо выбирать надежность не менее 0,9.

Пусть, например, следует измерить микрометром какую-либо деталь. Предельная ошибка при этом составит:

$$\Delta_{\text{п}} = 0,01 = 3 \cdot S \text{ (мм)}.$$

Тогда для обеспечения надежности 0,7 достаточно одного измерения, а 0,9 - уже два.

В данном примере приводится таблица уже выполненных измерений, здесь мы должны принять имеющиеся повторность и количество опытов и по ним определить значение t (оно находится в столбике «ошибка»).

Таблица 6.2 - Необходимая повторность опытов

Ошибка	Надёжность опыта							
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99	0,999
3,0	1	1	1	1	2	3	4	5
2,0	1	1	1	2	3	4	5	7
1,0	2	2	3	4	5	7	11	17
0,5	3	4	6	9	13	18	31	50
0,4	4	6	8	12	19	27	46	74
0,3	6	9	13	20	32	46	48	127
0,2	13	19	19	43	70	99	171	277
0,1	47	72	169	266	273	387	668	1098

При измерениях или оформлении результатов эксперимента возможны так называемые «грубые ошибки». В основном это человеческий фактор. Например, исследователь посмотрел не на тот прибор, записал данные не в тот столбик, ошибся с количеством нулей и т.д. Возможны грубые отклонения и под действием внешних случайных факторов. Ошибочные данные необходимо выявить и исключить из дальнейших расчетов.

Результаты измерений, содержащие грубые ошибки, должны быть выявлены и из расчетов исключены.

Для этого необходимо определить доверительные границы для каждой серии опытов (для каждого столбика данных), т.е. минимальное и максимальное правдоподобные значения исследуемой величины $Y_i(\min)$ и $Y_i(\max)$ (в данном случае $T_{\pi i}(\min)$ и $T_{\pi i}(\max)$).

Доверительные границы согласно теории вероятности находятся по следующим формулам:

$$Y_i(\min) = \bar{Y}_i - t \cdot S_i \quad (6.5)$$

$$Y_i(\max) = \bar{Y}_i + t \cdot S_i, \quad (6.6)$$

Затем проверить выходит ли минимальное значение вариационного ряда за нижнюю доверительную границу и максимальное - за верхнюю. Если выходят, то эти результаты содержат грубые ошибки и их необходимо из дальнейших расчетов исключить.

Проведем исследование первого столбца (таблица 6.1) аргументов на наличие грубых ошибок:

$$\bar{T}_{\pi} = \frac{46 + 48 + 44}{3} = 46;$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{(46 - 46)^2 + (46 - 48)^2 + (46 - 44)^2}{3 - 1}} = 2;$$

Так как данные исследования можно отнести к эксплуатационным по таблице 6.2 примем $t=1$, тогда:

$$T_{\pi}(\min) = 46 - 2 = 44; \quad T_{\pi}(\max) = 46 + 2 = 48.$$

Ни одно из значений не выходит за доверительные границы, следовательно, грубых ошибок нет. Таким же образом проверим остальные столбцы. При исследовании последнего столбца выяснилось:

$$\bar{T}_{\pi 10} = 7, \quad S_{10} = 4.36,$$

$$T_{\pi 10}(\min) = 7 - 4.36 = 2.64,$$

$$T_{\pi 10}(\max) = 7 + 4.36 = 11.36.$$

Здесь видно, что минимальное значение $T_{\Pi 10} = 2$ выходит за нижнюю доверительную границу $T_{\Pi}(\min) = 2,64$, следовательно, имеет место грубая ошибка и содержащее измерение следует из дальнейшего анализа исключить. Уточненная оценка истинного значения составит:

$$\bar{T}_{\Pi 10} = \frac{9+10}{2} = 9,5.$$

В результате вычислений получаем таблицу обработанных исходных данных.

Таблица 6.3 - Таблица обработанных исходных данных

$\bar{T}_{\Pi}, \%$	46	29	22	17	15	14	11	10	9	9,5
$I_{\Gamma}, \text{м}$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

6.2 Метод избранных точек

Суть метода избранных точек удобно уяснить на примере. Пусть нам нужно подобрать аналитическую зависимость для времени поворота T_{Π} в функции длины гона I_{Γ} , используя таблицы 6.3. обработанных результатов наблюдений.

Построим координатные оси, выберем масштаб и нанесем точки - результаты наблюдений.

Далее необходимо проанализировать расположение построенных точек. Если точки располагаются приблизительно на одной прямой, зависимость можно аппроксимировать линейной функцией – формула (6.7). Если из построенных точек вырисовывается явно кривая линия, необходимо применить полином второго порядка – формула (6.8).

$$y = a + b \cdot x, \quad (6.7)$$

$$y = a + b \cdot x + c \cdot x^2. \quad (6.8)$$

Положение прямой определяется двумя точками. Положение кривой второго порядка – тремя.

Анализируя расположение построенных точек T_{Π} в функции I_{Γ} , можно отметить, что прямая линия для аппроксимации экспериментальных данных здесь не подойдет. Лучшее описание даст кривая второго порядка типа:

Здесь неизвестными являются коэффициенты **a**, **b**, **c**. Их три, по-

этому выбираем на рисунке 6.1 три точки и, используя их координаты, составим систему трех уравнений.

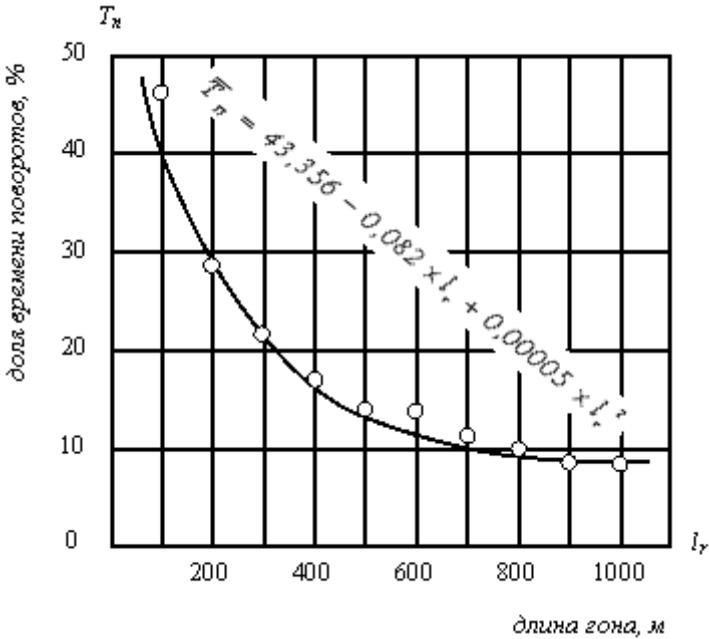


Рисунок 6.1 - График зависимости доли времени поворотов от длины гона.

На наш взгляд искомая кривая лучшим образом опишет наблюдаемый процесс, если пройдет через точки 1 (200, 29), 2 (500, 15), 3 (800, 10). Тогда получим:

$$\begin{aligned} 29 &= a + 200 \cdot b + 200^2 \cdot c \\ 15 &= a + 500 \cdot b + 500^2 \cdot c \\ 10 &= a + 800 \cdot b + 800^2 \cdot c \end{aligned}$$

Решая систему уравнений, получим $a=43,356$, $b=-0,0818$, $c=0,0000501$. Тогда искомая аналитическая зависимость примет вид:

$$\hat{T}_p = 43,356 - 0,0818 \cdot l_r + 0,0000501 \cdot l_r^2. \quad (6.9)$$

Теперь представим в виде таблицы значения аргумента и соответствующие им средние \bar{T}_{II} (по таблице 6.3) вычисленные по уравнению регрессии \hat{T}_{II} (по формуле(6.9)) значения функции, ошибки аппроксимации.

Таблица 6.4 - Оценка качества аппроксимации

$I_{Г}, м$	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
\bar{T}_{II}	46	29	22	17	25	14	11	10	9	9,5
\hat{T}_{II}	35,7	29	23,3	18,6	15	12,3	10,6	10	10,3	11,6
$\Delta_i = \bar{T}_{II} - \hat{T}_{II}$	10,3	0	-1,3	-1,6	0	1,7	0,4	0	-1,3	-2,15

Используя результаты вычислений из таблицы 6.4, нанесем на рисунок 6.1 точки T_{II} , соединим их и получим изображение искомой кривой. Над полученной зависимостью необходимо написать ее аналитическое выражение (6.9).

Для оценки качества аппроксимации, используя значение ошибок Δ_i из таблицы 6.4 и формулу 6.2, подсчитаем остаточную дисперсию:

$$S_{ост}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{n - 1} = 0,84 .$$

Необходимо отметить, что значения Δ_i во многом определяются качеством выбора точек, здесь - 1, 2, 3 и типом зависимости. Чем точнее аналитическая зависимость описывает изучаемый процесс, тем меньше значение $S_{ост}^2$.

Лабораторная работа №7

Рандомизация плана эксперимента.

Построение латинских квадратов

7.1 Рандомизация плана эксперимента

В технике чаще встречаются так называемые **невоспроизводимые эксперименты**. Такой эксперимент протекает во времени необратимо без возможности его изменения или повторения. Можно утверждать,

что все эксперименты невоспроизводимы в том смысле, что ни один образец или прибор после использования не возвращается к идентичному состоянию.

Если изменения, вносимые в процессе эксперимента, настолько малы, что их невозможно обнаружить, такие эксперименты считаются **воспроизводимыми** и полагают, что по желанию прибор можно вернуть в любое предыдущее состояние. В таких экспериментах допускается выбор последовательности условий; мы рассмотрим два основных типа экспериментов. При первом типе можно взять верхнее или нижнее предельное значение независимой случайной величины и изменять его последовательно до достижения другого предельного значения. При втором типе выбранные значения можно чередовать случайным образом, беря то большее, то меньшее значение. Первый план называют **последовательным**, а второй - **случайным (рандомизированным)**.

Очевидно, что последовательный план целесообразно применять при проведении испытаний материалов. Существуют и другие, более тонкие эксперименты, где также необходим последовательный план.

Вместе с тем существует большая область научных исследований, где лучше всего подходит частично или полностью рандомизированный план. Наиболее характерными условиями, определяющими преимущество такого плана, являются следующие.

1. Естественные эффекты могут обнаруживать тенденцию к изменению в процессе эксперимента. Наиболее характерным примером таких условий является проведение натурных исследований оборудования, чувствительного к изменению внешних погодных факторов. Атмосферное давление может увеличиваться, температура окружающей среды может постепенно возрастать или падать, влажность воздуха может изменяться. Если независимая переменная X непрерывно варьируется, то зависимая переменная Y может изменяться как вследствие изменения переменной X , так и вследствие изменения метеорологических условий. Если же переменная X изменяется случайным образом, то исключается возможность ошибочно принять влияние метеословий за влияние переменной X .

2. В процессе эксперимента может изменяться работоспособность оператора. Наиболее вероятно совершенствование навыка или, наоборот, появление усталости у персонала, получающего данные и обслуживающего аппаратуру. Важно знать, обусловлены те или иные эффекты увеличением переменной X или же вызваны ухудшением точности показаний прибора перед концом смены. Если переменная X

изменяется случайным образом, то смешивания этих двух факторов не произойдет.

3. Механические воздействия могут вызвать изменение переменной X . Это, по-видимому, наиболее важная причина применения рандомизированных планов. Допустим, что требуется проверить работу нового резца в производственных условиях. Необходимо определить оптимальную скорость резания для данного инструмента, обеспечивающую максимальный выход продукции (производительность) и чтобы при этом процент брака не превышал некоторой заданной величины. В этом эксперименте имеется одна независимая переменная - скорость резания, а зависимой переменной является выход продукции Y .

Однако в таком эксперименте имеется одна явная внешняя переменная - рабочий, обслуживающий станок. Если бы было, например, 20 рабочих, то каким образом следовало бы выбрать типичного, или среднего, представителя для проведения эксперимента? Рабочие могут в значительной мере отличаться друг от друга по мастерству, физической силе и т.д., поэтому выбор единственного «среднего» рабочего для проведения эксперимента не имеет смысла. Тогда каким-либо способом выберем случайным образом четырех рабочих, каждый из которых будет работать полную смену при заданной скорости обработки. Чтобы сбалансировать эксперимент, выберем четыре различные скорости обработки, чтобы каждый рабочий за четыре дня опробовал каждую из четырех скоростей. Этим достигается рандомизация эксперимента по такой внешней переменной, как рабочий. Обозначив скорости цифрами 1, 2, 3 и 4, а рабочих буквами A , B , C и D , можно получить следующий план (табл. 7.1).

Таблица 7.1 – Рандомизация по внешней переменной

Рабочий	День недели			
	понедельник	вторник	среда	четверг
A	1	2	3	4
B	1	2	3	4
C	1	2	3	4
D	1	2	3	4

Такой план не учитывает влияния последовательности изменения условий эксперимента. Энтузиазм, интерес, а возможно, и страх, которые вызывает у рабочего новый инструмент в понедельник, к четвергу могут ослабнуть, и по этой причине может снизиться произво-

дительность. И наоборот, может появиться натренированность, и производительность увеличится. Мы не провели рандомизацию по такой внешней переменной, как рабочий день. Допустим теперь, что для каждого рабочего выбор номеров скорости обработки производится по жребию и таким образом рандомизируется последовательность их появления (табл. 7.2).

Таблица 7.2 – Первый вариант рандомизированного плана

Рабочий	День недели			
	понедельник	вторник	среда	четверг
A	1	2	3	4
B	3	4	1	2
C	2	1	4	3
D	4	3	2	1

Это более совершенный план, но его можно улучшить. Заметим, что при рандомизации скорости 1 и 4 выпали в основном на последние два дня. Ослабление интереса к завершающему этапу эксперимента может привести к повышению производительности на средних скоростях, которая фактически не связана с изменением скорости. Произведем полную рандомизацию эксперимента таким образом, чтобы в данный день каждая скорость обработки встречалась только один раз и чтобы ни один рабочий не использовал одну и ту же скорость обработки больше одного дня (табл. 7.3).

Таблица 7.3 – Второй вариант рандомизированного плана

Рабочий	День недели			
	понедельник	вторник	среда	четверг
A	1	2	3	4
B	3	4	1	2
C	2	1	4	3
D	4	3	2	1

Мы построили так называемый **латинский квадрат**.

Однако мы можем еще дальше усовершенствовать эксперимент, связанный с испытанием резцов. Если каждого рабочего закрепить за данным станком (а станки могут значительно отличаться друг от друга), то вследствие различий между станками может появиться систематическая ошибка. Обозначая станки буквами W, X, Y, Z, распределим условия эксперимента между станками таким образом, чтобы

каждый рабочий обслуживал каждый станок только один день и чтобы на каждой скорости каждый станок работал только один день (табл. 7.4).

Таблица 7.4 – Третий вариант рандомизированного плана

Рабочий	День недели			
	понедельник	вторник	среда	четверг
A	1	2	3	4
B	1	2	3	4
C	1	2	3	4
D	1	2	3	4

Использование **греко-латинского квадрата** позволяет усреднить влияние таких факторов, как рабочий день, станок и рабочий. Рассмотренный пример представляет собой **однофакторный эксперимент**, в котором имеется одна независимая переменная X и одна зависимая переменная Y .

7.2 Построение латинских квадратов

Латинский квадрат n -го порядка – это квадрат $n \times n$, заполненный элементами некоторого множества таким образом, что в каждой строке и каждом столбце каждый элемент из этого множества встречался только один раз (см. рис. 7.1).

Греко-латинский квадрат - это квадрат $n \times n$ в каждой клетке которого стоят 2 числа, каждое из которых может принимать значения из некоторого множества (см. рис. 7.2). При этом выполняются следующие условия:

1. В каждой строке и столбце каждое значение встречается один раз на первом месте в паре, и один раз на втором.
2. Каждое значение стоит в паре с каждым другим значением и с самим собой по одному разу.

Такое название они получили так как их изобретатель Леонард Эйлер использовал для их построения буквы латинского и греческого алфавита.

Циклический сдвиг – очень простая схема построения латинских квадратов. Она работает для латинских квадратов любого порядка. Каждая следующая строка (или каждый следующий столбец) латинского квадрата получается из предыдущей строки (или столбца) цик-

лическим сдвигом с постоянным шагом k . Для квадрата порядка n шаг k может быть таким, что у k нет общих делителей с n , кроме 1.

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

Рисунок 7.1 – Латинский квадрат

$A\alpha$	$B\gamma$	$C\beta$
$C\gamma$	$A\beta$	$B\alpha$
$B\beta$	$C\alpha$	$A\gamma$

Рисунок 7.2 – Греко-латинский квадрат

Задание

По индивидуальному заданию рандомизировать план эксперимента.

Литература

1. Абомелик Т.П. Методология планирования эксперимента: методические указания к лабораторным работам: метод. указания. Ульяновск: УлГТУ, 2011. 38 с.
2. Дивин А.Г., Пономарев С.В., Мозгова Г.В. Методы и средства измерений, испытаний и контроля : учебное пособие. В 5 ч. Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. Ч. 2. 108 с.
3. Методы исследований и организация экспериментов / под ред. проф. К.П. Власова. М.: Изд-во «Гуманитарный Центр», 2002. 256 с.
4. Рыжков И.Б. Основы научных исследований и изобретательства: учеб. пособие для вузов. СПб.: Лань, 2013. 224 с.
5. Пастушенков А.Г. Методы измерения физических величин. Ч. 1. Виды, методы и средства измерений: учеб. пособие. Тверь: Тверской гос. ун-т, 2001. 90 с.
6. Тон В.В. Основы научных исследований и испытаний машин и оборудования природообустройства: учеб. пособие. М.: Изд-во Московского государственного горного университета, 2005. 121 с.

Учебное издание

Дьяченко Антон Вячеславович

Основы научных исследований и патентование

методические указания для выполнения лабораторных занятий
и самостоятельной работы
для обучающихся по направлению подготовки
23.03.02 – Наземные транспортно-технологические комплексы

Редактор Осипова Е.Н.

Подписано к печати 21.05.2018 г. Формат 60x84. 1/16.
Бумага офсетная. Усл. п. 4,30. Тираж 25 экз. Изд. № 6000.

Издательство Брянского государственного аграрного университета
243365, Брянская обл., Выгоничский район, с. Кокино, Брянский ГАУ