

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«БРЯНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**КАФЕДРА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ И АВТОМАТИКИ**

**Широбокова О.Е.**

# **Модели и методы в расчетах систем электроснабжения**

учебно-методическое пособие  
для магистров, направления подготовки  
13.04.02 - «Электроэнергетика и электротехника»,  
очной и заочной формы обучения

Брянская область, 2019

УДК 658.26 (076)  
ББК 31.19  
Ш 64

Широбокова, О. Е. Модели и методы в расчетах систем электроснабжения: учебно-методическое пособие для магистров, направления подготовки 13.04.02 Электроэнергетика и электротехника / О. Е. Широбокова. – Брянск: Изд-во Брянская ГСХА, 2019 – 61 с.

В учебно-методическом пособии рассмотрены теоретические вопросы, а также практические вопросы, включающие методы исследования электрических цепей и их модели. Учебно-методическое пособие предназначено, для студентов - магистров, направления подготовки 13.04.02 Электроэнергетика и электротехника.

Разработали: Широбокова О.Е., канд. техн. наук, доц.

Рецензент: д.т.н., проф. Кисель Ю.Е.

*Рекомендовано к изданию методической комиссией института энергетики и природопользования БГАУ, Протокол №10 от 31 мая 2019 года.*

© Брянский ГАУ, 2019 г.

© Широбокова О.Е., 2019 г.

## Введение

Дисциплина модели и методы в расчетах систем электроснабжения базируется на курсе теоретические основы электротехники, специальная математика, электромагнитные и электромеханические переходные процессы, электроэнергетические системы и сети.

Цель освоения дисциплины: совершенствование методов расчета и анализа установившихся нормальных и аварийных режимов электрических сетей для повышения точности, достоверности и надежности работы энергосистем.

В результате освоения дисциплины формируются следующие основные компетенции:

ПК-3: Способен разрабатывать проект системы электропривода.

В учебно-методическом пособии рассматриваются основные сведения о расчете переходных процессов в электрических цепях с сосредоточенными параметрами. Рассмотрены ранее изученные в курсе ТОЭ методы расчета электрических цепей в переходный период. Изложена методика расчета электрических цепей, дается разбор типовых примеров к расчету переходных процессов в электрических цепях и приведены задачи для самостоятельного решения.

В приложении приведены операторные схемы замещения электрических цепей, способы перехода от оригинала (функции времени) к изображению (функции комплексной переменной).

Содержание пособия имеет назначение помочь студентам – магистрам электрических специальностей, углубить теоретические знания по применению методов расчета электрических цепей в переходных и установившихся режимах и получить практические навыки самостоятельного решения задач.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов специальности 130402 - «Электроэнергетика и электротехника», профиль электроэнергетические системы и комплексы всех форм обучения, изучающих курс «Модели и методы в расчетах систем электроснабжения». Оно может быть полезным также широкому кругу инженеров и технических работников, занимающихся вопросами электроснабжения.

## 1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

При анализе работы сети различают параметры элементов сети и параметры ее режимов. Параметрами элементов электрической - это сопротивления и проводимости, коэффициенты трансформации. К параметрам сети также относят электродвижущую силу (э.д.с.) источников и задающие токи (мощности) нагрузок. К параметрам режима относятся: значения частоты, токов в ветвях, напряжений в узлах, фазовых углов, полной, активной и реактивной мощностей электропередачи, а также значения, характеризующие несимметрию трехфазной системы напряжений или токов и несинусоидальность изменения напряжения и токов в течение периода основной частоты.

Под режимом сети понимается ее электрическое состояние.

Рассмотрим возможные режимы работы электрических систем.

При работе в нормальном установившемся режиме значения основных параметров (частоты и напряжения) равны номинальным или находятся в пределах допустимых отклонений от них, значения токов не превышают допустимых по условиям нагревания величин. Нагрузки изменяются медленно, что обеспечивает возможность плавного регулирования работы электростанций и сетей и удержание основных параметров в пределах допустимых норм. Отметим, что нормальным считается режим и при включении и отключении мощных линий или трансформаторов, а также для резко переменных (ударных) нагрузок. В этих случаях после завершения переходного процесса, который продолжается доли секунды, вновь наступает установившийся нормальный режим, когда значения параметров в контрольных точках системы оказываются в допустимых пределах.

В переходном неустановившемся режиме система переходит из установившегося нормального состояния в другое установившееся с резко изменившимися параметрами. Этот режим считается аварийным и наступает при внезапных изменениях в схеме и резких изменениях генераторных и потребляемых мощностей. В частности, это имеет место при авариях на станциях или сетях, например при коротких замыканиях и последующем отключении поврежденных элементов сети, резком падении давления пара или напоров воды и т.д. Во время аварийного переходного режима параметры режима системы в некоторых ее контрольных точках могут резко отклоняться от нормированных значений.

Сложность задачи поддержания требуемого уровня надежности функционирования систем электроснабжения (СЭС) обуславливается тремя особенностями, присущими только данным системам.

Первое – это жесткая связь процесса производства, передачи и потребления электроэнергии. Возникновение отказа на любом этапе производства (преобразования, передачи) электроэнергии мгновенно сказывается на функционировании потребителя.

Второе – скорость протекания процессов в системах электроснабжения исключает возможность включения в контур управления человека-оператора.

Третья особенность – топологическая сложность построения систем электроснабжения для энергоемких объектов, обуславливаемая необходимостью обеспечения многоуровневого резервирования.

Одним из путей повышения надежности функционирования СЭС является широкое внедрение в процесс их эксплуатации средств и методов диагностирования электрооборудования (ЭО), позволяющих выявлять возникающие в нем дефекты на ранних стадиях их развития и оценивать техническое состояние оборудования в периодах между ремонтами, в том числе и без вывода его из эксплуатации. При этом возникает необходимость предварительной оценки влияния вводимых мероприятий по диагностированию ЭО на надежность функционирования системы электроснабжения в целом. Для этого необходимо построение и совершенствование моделей и методов расчета и анализа установившихся нормальных и аварийных режимов электрических сетей для повышения точности, достоверности и надежности работы энергосистем.

*Электроэнергетическая система* - электрическая часть энергосистемы и питающиеся от неё приёмники электрической энергии, объединённые общностью процесса производства, передачи, распределения и потребления электрической энергии.

*Электрическая сеть* - объединение преобразующих подстанций, распределительных устройств, переключательных пунктов и соединяющих их линий электропередачи, предназначенных для передачи ЭЭ от электростанции к местам потребления и распределения её между потребителями. Электрическая сеть эквивалентна развитой высоковольтной сети электропередач. Отдельная электропередача в узком смысле представляет собой электрическую сеть. Развитая электрическая сеть, как по составу электроустановок, так и по функциональному назначению, образует систему передачи и распределения электроэнергии.

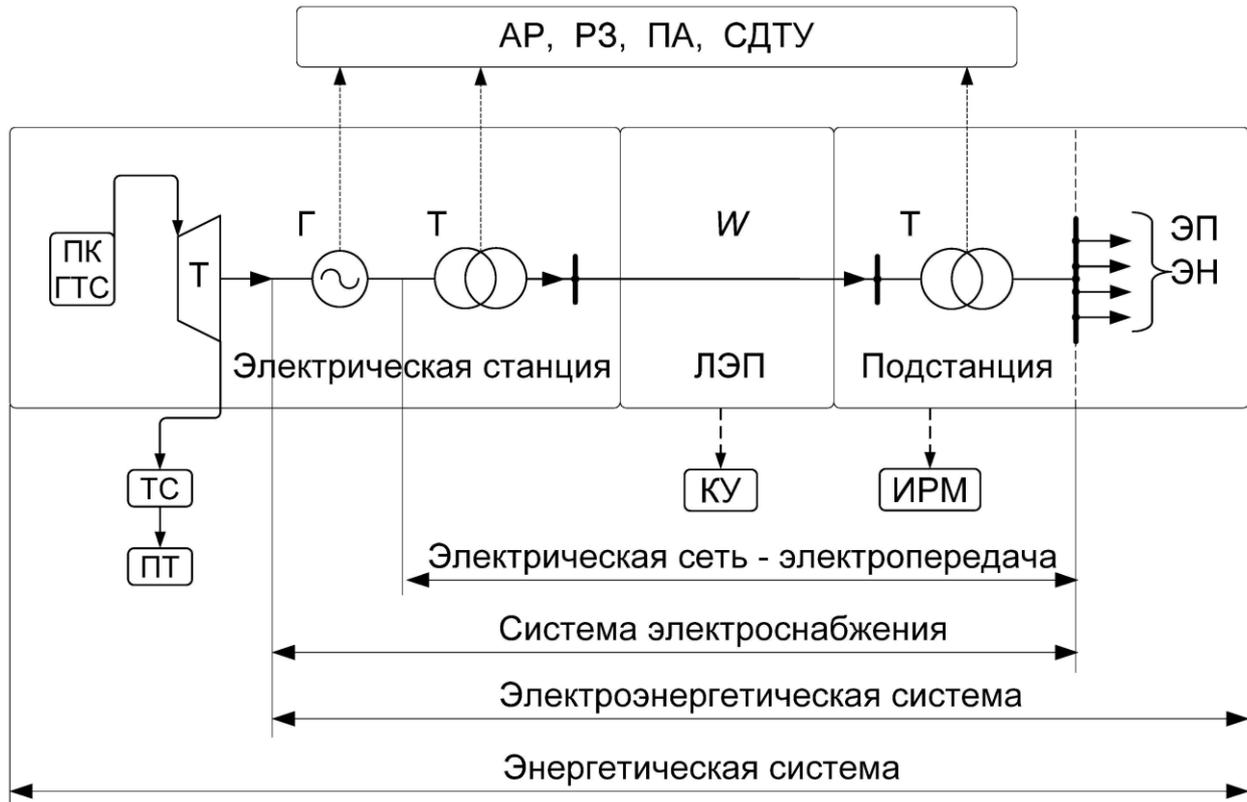


Рисунок 1.1 - Взаимосвязь объектов, обеспечивающих производство, передачу, распределение и потребление электрической и тепловой энергии

В современных условиях отдельные электропередачи и в целом системы передачи распределения электроэнергии не работают изолированно; они связывают (объединяют) большинство электрических станций в электроэнергетическую систему для совместной (параллельной) работы на общую электрическую нагрузку и централизованного снабжения электроэнергией всех потребителей.

*Энергетическая система (энергосистема)* - объединение электростанций, электрических и тепловых сетей (ТС) и ряда установок и устройств для производства, передачи, распределения и потребления электрической и тепловой энергии. Установки и устройства: источники энергии - паровые котлы (ПК) или гидротехнические сооружения (ГТС), турбины (Т), генераторы (Г); нагрузки - потребители электрические (ЭН) и тепловые (ПТ) и др.

Более широким, чем электрическая сеть, является понятие «система электроснабжения». Она объединяет все электроустановки, предназначенные для обеспечения потребителей электрической энергией. Из рис. 1.1 ясно, что система электроснабжения эквивалентна (с учетом ЭП) электрической части энергетической системы - электроэнергетической системе.

Электрическая сеть или эквивалентная ей система передачи и распределения электрической энергии, являющаяся частью электроэнергетической системы, должна удовлетворять

ряду требований: обеспечивать надёжное, а в отдельных случаях бесперебойное электроснабжение, устойчивость работы, питать потребители электроэнергией нормированного качества, удовлетворять условиям экономичности сооружения, эксплуатации и развития (расширения), безопасности и удобства эксплуатации, учитывать возможность выполнения релейной защиты, режимной и противоаварийной автоматики.

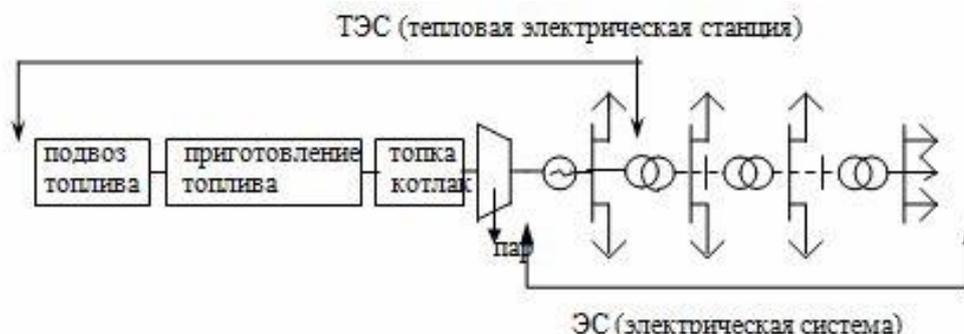


Рисунок 1.2 – Схема тепловой электрической станции

*Электроустановка* - установка, в которой производится, образуется или потребляется, распределяется электроэнергия. Может быть: открытая или закрытая (в помещении).

*Электрическая станция* - сложный технологический комплекс, на котором энергия природного источника преобразуется в энергию электрического тока или тепла.

Необходимо отметить, что электростанции (особенно тепловые, работающие на угле) являются основными источниками загрязнения окружающей среды энергетикой.

*Электроподстанция* - электроустановка, предназначенная для преобразования электроэнергии одного напряжения в другую при той же частоте.

*Электротрансформатор (ЛЭП)* - сооружение состоит из повышающих подстанций ЛЭП и понижающих подстанций (система проводов, кабелей, опор), предназначенных для передачи электроэнергии от источника к потребителю.

*Электрические сети* - совокупность ЛЭП и подстанций, т.е. устройства, соединяющие источник питания с потребителями энергии.

## 1.1 Классификация режимов

*Режимом* электрической системы называется ее состояние в какой-либо момент времени или на каком-либо интервале времени.

Переменные, характеризующие состояние системы, называются *параметрами режима* (см. п. 1.2). В зависимости от изменения параметров режима во времени различают *установившиеся* и *переходные* режимы.

*Установившимся* называется режим, параметры которого неизменны во времени или меняются по периодическому закону. Так, в электрических сетях переменного тока в установившемся режиме мгновенные значения токов и напряжений изменяются во времени по синусоидальному закону. При этом действующие значения остаются постоянными.

*Переходные режимы* (процессы) возникают при любых изменениях в системе и характеризуются непериодическим изменением параметров режима во времени. Наличие этих процессов обусловлено инерционностью системы. Они протекают при переходе от одного установившегося режима к другому. В некоторых случаях изменения приводят к тому, что нового установившегося режима не существует. Тогда переходный процесс приводит к «развалу» системы.

По условиям возникновения режимы электрических систем подразделяются на нормальные, аварийные, послеаварийные и ремонтные.

*Нормальным* называется установившийся режим, возникающий при нормальной схеме коммутаций в системе, причем параметры режима находятся в технически допустимых пределах.

*Аварийным* называется режим, возникающий в момент возникновения аварии и продолжающийся до ее устранения. Эти режимы в начальный момент времени всегда являются переходными; затем, при достаточной продолжительности аварии, они могут переходить в установившиеся.

*Послеаварийным* называется режим, который возникает после устранения аварии. Обычно при этом имеется в виду установившийся режим. Параметры послеаварийных режимов могут как находиться в технически допустимых пределах, так и выходить за эти пределы. В отдельных случаях послеаварийные режимы являются автоколебательными (действующие значения токов и напряжений меняются во времени по периодическому закону).

*Ремонтным* называется установившийся режим, возникающий после планового вывода в ремонт какого-либо элемента системы. В целом эти режимы сходны с послеаварийными, однако параметры ремонтных режимов должны находиться в технически допустимых пределах.

Кроме того, отдельно выделяются *особые* режимы электроэнергетических систем. К ним относятся:

- 1) режимы, параметры которых выходят за технически допустимые пределы, в частности несимметричные и несинусоидальные режимы;
- 2) режимы холостого хода линий электропередачи;
- 3) режимы, близкие к пределу по статической устойчивости;
- 4) различные неустойчивые режимы, в том числе автоколебательные.

## 1.2 Модели систем электроснабжения

Для анализа устойчивости электрических систем необходимо иметь общее математическое описание происходящих процессов. Для получения достоверных результатов, соответствующих реальной физической природе исследуемого явления, необходимо выбрать строевую математическую модель. Различают три типа математических моделей, называемых моделями кратковременных переходных процессов, моделями процессов средней длительности и процессов большой длительности. В моделях кратковременных переходных процессов детально воспроизводятся малоинерционные электрические элементы системы, процессы в которых практически происходят мгновенно. В моделях, в которых описываются процессы средней и большой длительности, основное внимание уделяется низкочастотным процессам, которые длятся до 10 с и более.

Существует несколько путей применения математического моделирования в задачах электроэнергетики.

Первый путь состоит в создании специальных программ и алгоритмов для решения задач на типовых ЦВМ, которые получили уже широкое применение при решении различных электроэнергетических задач и, несомненно, их дальнейшее применение получит еще больший размах.

Второй путь заключается в разработке и создании специализированных цифровых машин и методов решения конкретных задач, отвечающих определенным условиям и описываемых определенным классом уравнений. Сюда можно отнести кибернетическое моделирование и различные виды обобщенного моделирования.

Третий путь - создание гибридных устройств - аналогово-цифровых моделей, которые могут быть как универсальными, так и специально приспособленными к задачам электроэнергетики.

Четвертый путь - создание и построение графо-аналитических и графических моделей, мысленных структурных моделей и т.д.

Таким образом, необходимо уделять особое внимание, прежде всего выбору строгой и точной математической модели, описывающей исследуемый переходный процесс, а также наиболее эффективным и надежным методам численного интегрирования, необходимым для

расчета электромеханических переходных процессов в электрических системах, описываемых системой нелинейных дифференциальных уравнений высокого порядка. Однако правильный выбор математических моделей и численных методов, позволяющих с помощью ЦВМ быстро и достаточно точно получить ответ о поведении энергосистемы, является довольно важной, но трудной задачей.

### 1.3 Модель электрической системы с узлом комплексной нагрузки

Модель электрической системы с узлом комплексной нагрузки представляет собой физическую трехфазную модель электроэнергетической системы, снабженную виртуальными устройствами релейной защиты и автоматики (РЗА) и содержащую модели линий электропередач, силовых трансформаторов, синхронного генератора, выключателей, трехфазной сети, активной, индуктивной и емкостной нагрузок. Устройства РЗА реализованы на ПК в виде виртуальных контроллеров, получающих сигналы измерений и формирующих управляющие воздействия через плату ввода-вывода.

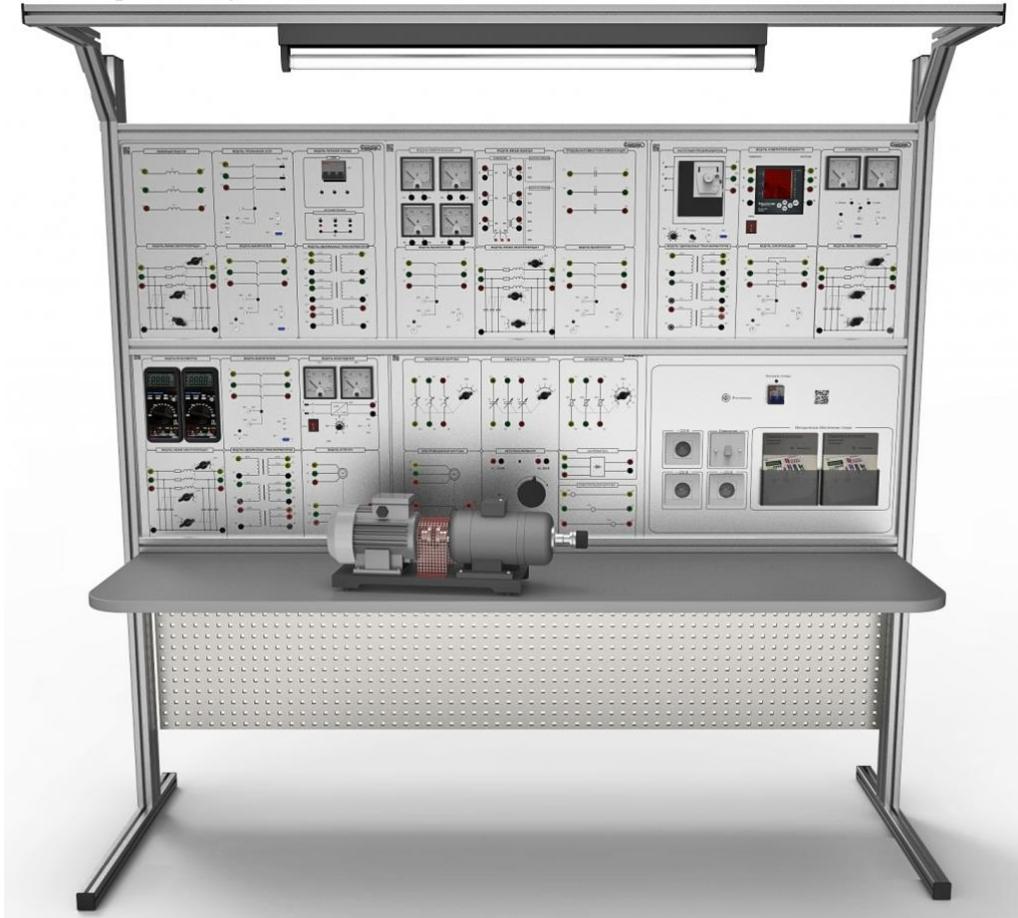


Рисунок 2. 1 - Модель электрической системы с узлом комплексной нагрузки

## 2 РАСЧЁТ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ

Для безопасного и максимально эффективного управления оборудованием электрической сети, принятия экономически эффективных и выверенных решений о необходимости проведения реконструкций, а также нового строительства, при замене отдельных элементов электрической сети необходимо выполнять расчеты электрических режимов.

Расчеты электрических режимов являются основой для принятия решений о развитии электрической сети, позволяют определить её состояние в заданный момент времени, как текущего, так и перспективного. От точности расчетов электрических режимов зависят:

надежность и устойчивость работы электрической сети, генерирующего оборудования, величина потерь электроэнергии и мощности, экономическая эффективность работы каждого конкретного элемента электрической сети и предприятия в целом.

Точность расчетов, от которых зависит устойчивая и надежная работа электроэнергетического оборудования, достигается путем математического моделирования реальных физических процессов, происходящих в энергосистеме при различных процессах.

Создание математической модели электрической сети с время-зависимыми данными позволит быстро создавать схему и моделировать режимы для любого периода времени с учетом планируемого сетевого строительства. Использование концепции сценариев дает возможность моделировать и анализировать перспективные режимы электрических сетей при различных долгосрочных прогнозах потребления электроэнергии. Использование различных методов, как автоматизированное проведение вариантных расчетов электрических режимов по списку всех возможных аварийных ситуаций с учетом нормальных и ремонтных схем, а высокая точность расчетов режимов электрической сети достигается путем создания математической модели, максимально приближенной к реальным физическим процессам оборудования электрических сетей. Кроме того, при разработке расчетных моделей электрических сетей необходимо осуществлять контроль логической и физической достоверности исходной информации.

Перечисленные мероприятия расчетов режимов электрической сети, расчетов токов короткого замыкания, статической и динамической устойчивости, коммутационных перенапряжений, разработки мероприятий по оптимизации электрических режимов позволяют:

- Повысить надежность работы электрической сети;
- Обеспечить подключение требуемого количества потребителей при минимуме затрат;
- Уменьшить потери электрической энергии и мощности в электрических сетях;
- Определить параметры оптимизации конфигурации и состава работающего оборудования;
- Оптимизировать управление существующих и определить места установки новых устройств компенсации реактивной мощности;
- Разработать рекомендации по оптимальному управлению режимами.

### Расчеты установившихся электрических режимов

Установившиеся электрические режимы характеризуются неизменными параметрами энергосистемы. Внутрисуточные изменения электропотребления и генерации рассматриваются как последовательность установившихся электрических режимов.

Расчеты установившихся электрических режимов выполняются на основании математической модели электрической сети, сформированной исходя из параметров линий электропередачи, трансформаторов, автотрансформаторов, шунтирующих реакторов, генераторов и др., а также с использованием результатов контрольных измерений поток распределения, нагрузок и уровней напряжения в электрических сетях энергосистем. Контрольные измерения производятся два раза в год в июне и декабре в часы минимальных и максимальных электрических нагрузок.

Расчеты электрических режимов выполняются для долгосрочного и краткосрочного планирования, а также для составления перспективных, на несколько лет, планов развития.

## **2.1 МЕТОДЫ РАСЧЕТА УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ**

### **2.1.1 Уравнения режимов**

Как правило, расчет установившихся режимов электрических систем с помощью ЭВМ производится на основе метода узловых напряжений. Существует несколько форм записи системы уравнений узловых напряжений.

Исходной (базовой) формой записи является *комплексная форма баланса токов*. Пусть сеть содержит  $n$  узлов с неизвестными напряжениями  $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dots, \dot{U}_n$ . Тогда система уравнений узловых напряжений в комплексной форме баланса токов имеет порядок  $n$ , а  $i$ -е уравнение системы имеет вид

$$\dot{U}_i Y_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \dot{U}_j Y_{ij} = \dot{I}_i, \quad (2.1)$$

где  $Y_{ii}$  – собственная проводимость  $i$ -го узла, равная сумме проводимостей ветвей, сходящихся в этом узле;  $Y_{ij}$  – взаимная проводимость  $i$ -го и  $j$ -го узлов, равная сумме проводимостей ветвей, непосредственно соединяющих эти узлы;  $\dot{I}_i$  – задающий ток  $i$ -го узла;

$$\dot{I}_i = \sum_{j=1}^{n_b} (\dot{U}_{\delta_j} Y_{i,\delta_j}) - \frac{S_i^*}{U_i^*}, \quad (2.2)$$

где  $n_b$  – количество базисных узлов (узлов, в которых заданы модуль и фаза напряжения);  $\dot{U}_{\delta_j}$  – напряжение  $j$ -го базисного узла;  $Y_{i,\delta_j}$  – взаимная проводимость  $i$ -го узла и  $j$ -го базисного узла;  $S_i^*$  – сопряженный комплекс мощности, потребляемой в  $i$ -м узле;  $U_i^*$  – сопряженный комплекс напряжения  $i$ -го узла.

Кроме узлов с неизвестными напряжениями и базисных узлов, сеть может содержать узлы, балансирующие по реактивной мощности, в которых заданы модули напряжений, а фазы являются неизвестными.

Введем единое обозначение для напряжений всех типов узлов:  $\dot{U}_i$ , где  $i$  – номер узла. Пронумеруем узлы следующим образом: узлы  $1 \dots n$  – с неизвестными напряжениями; узлы  $(n + 1) \dots m$  – балансирующие по реактивной мощности; узлы  $(m + 1) \dots k$  – базисные. Тогда уравнения узловых напряжений в комплексной форме баланса токов можно записать в следующем виде (с учетом (2.2)):

$$\dot{U}_i Y_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k \dot{U}_j Y_{ij} + \frac{S_i^*}{U_i^*} = 0. \quad (2.3)$$

Кроме формы баланса токов, при расчете режимов часто используют *форму баланса мощностей*. Уравнения узловых напряжений в комплексной форме баланса мощностей получаются умножением уравнений типа (2.3) на сопряженный комплекс напряжения  $i$ -го узла  $U_i^*$  и имеют следующий вид:

$$U_i^2 Y_{ii} - U_i^* \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k \dot{U}_j Y_{ij} + S_i^* = 0. \quad (2.4)$$

При непосредственном расчете режимов электрических сетей вместо комплексной формы используется *действительная форма записи* уравнений. Она получается путем разложения уравнений в комплексной форме на действительную и мнимую составляющие. При этом комплексы напряжений могут быть представлены в алгебраической форме (декартова система координат) или в тригонометрической форме (полярная система координат).

Запишем уравнения узловых напряжений в *действительной форме баланса мощностей в полярной системе координат*. Обозначим:

$$\dot{U}_i = U_i (\cos \delta_i + j \sin \delta_i), \quad (2.5)$$

$$Y_{ij} = g_{ij} - jb_{ij}, \quad (2.6)$$

$$S_i^* = P_i - jQ_i, \quad (2.7)$$

где  $U_i, \delta_i$  – модуль и фаза напряжения  $i$ -го узла;  $g_{ij}, b_{ij}$  – действительная и взятая с обратным знаком мнимая составляющие проводимости  $Y_{ij}$ ;  $P_i, Q_i$  – активная и реактивная мощности, потребляемые в  $i$ -м узле.

Подставим (2.5), (2.6) и (2.7) в (2.4):

$$U_i^2(g_{ii} - jb_{ii}) - U_i(\cos \delta_i - j \sin \delta_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k U_j (\cos \delta_j + j \sin \delta_j) (g_{ij} - jb_{ij}) + P_i - jQ_i = 0. \quad (2.8)$$

Разделим действительную и мнимую части (2.8). При этом учтем, что

$$(\cos \delta_i - j \sin \delta_i)(\cos \delta_j + j \sin \delta_j) = \cos(\delta_i - \delta_j) - j \sin(\delta_i - \delta_j).$$

В результате получим общий вид уравнений узловых напряжений в действительной форме баланса мощностей в полярной системе координат (первое уравнение соответствует действительной части (2.8), а второе – мнимой части):

$$U_i^2 g_{ii} - U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k U_j (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)) + P_i = 0, \quad (2.9)$$

$$U_i^2 b_{ii} - U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k U_j (b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)) + Q_i = 0. \quad (2.10)$$

Выражения (3.9) и (3.10) можно разделить на величину  $U_i$ . Тогда получим уравнения узловых напряжений в действительной форме баланса токов в полярной системе координат, сдвинутые относительно уравнений (3.3) на угол  $(-\delta_i)$ :

$$U_i g_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k U_j (g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)) + \frac{P_i}{U_i} = 0, \quad (2.11)$$

$$U_i b_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k U_j (b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)) + \frac{Q_i}{U_i} = 0. \quad (2.12)$$

Неизвестными в системе уравнений вида (2.11), (2.12) (или (2.9), (2.10)) являются модули напряжений  $U_1, \dots, U_n$  и фазы напряжений  $\delta_1, \dots, \delta_m$ . Соответственно общее число уравнений в системе равно  $(n + m)$ . Для каждого узла с неизвестными напряжениями записываются оба уравнения вида (2.11), (2.12) (или (2.9), (2.10)). Для каждого узла, балансирующего по реактивной мощности, используется только одно уравнение, например, (2.11) (или (2.9)).

## 2.2 Применение алгебры матриц для расчета режимов

Двухмерной *матрицей* называется упорядоченный набор чисел, расположенных в виде таблицы. В дальнейшем будем обозначать матрицы большими буквами, выделенными жирным шрифтом (без курсива), например **A**.

Если число строк в матрице равно числу столбцов, то матрица называется *квадратной*.

Матрица, состоящая из одного столбца, называется *матрицей-столбцом*, *вектор-столбцом* или просто *вектором*. Матрица, состоящая из одной строки, называется *матрицей-строкой*.

Элементы матриц обозначаются с использованием двух индексов, например,  $a_{i,j}$ , где  $i$  – номер строки,  $j$  – номер столбца. Элементы, для которых  $i = j$ , составляют *главную диагональ* матрицы.

Если для всех элементов квадратной матрицы выполняется равенство  $a_{i,j} = a_{j,i}$ , то такая матрица называется *симметричной*.

Матрица, все элементы которой, за исключением главной диагонали, равны нулю, называется *диагональной* матрицей.

Матрица, все ненулевые элементы которой сосредоточены вблизи главной диагонали (включая саму диагональ), называется матрицей *ленточного типа*.

Диагональная матрица, у которой все элементы главной диагонали равны 1, называется *единичной* матрицей. Единичная матрица имеет стандартное обозначение **E**.

*Суммой матриц A и B* с элементами  $a_{i,j}$  и  $b_{i,j}$  называется матрица **C**, каждый элемент которой  $c_{i,j} = a_{i,j} + b_{i,j}$ . Очевидно, что складываемые матрицы должны иметь одинаковые размеры (количества строк и столбцов).

*Произведением матрицы A с элементами  $a_{i,j}$  на число x* называется матрица **B**, каждый элемент которой  $b_{i,j} = xa_{i,j}$ .

*Произведением матриц A и B* с элементами  $a_{i,j}$  и  $b_{i,j}$  называется матрица **C**, каждый элемент которой  $c_{i,j} = \sum_{k=1}^n a_{i,k} b_{k,j}$ , где  $n$  – число столбцов матрицы **A**, которое должно быть

равно числу строк матрицы **B**. В общем случае  $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$ , однако  $\mathbf{AE} = \mathbf{EA} = \mathbf{A}$ , где **E** – единичная матрица.

*Транспонированием матрицы A* с элементами  $a_{i,j}$  называется замена ее строк столбцами. В результате получается транспонированная матрица  $\mathbf{A}^T$ , каждый элемент которой  $a_{i,j}^T = a_{j,i}$ .

*Обратной* по отношению к матрице **A** называется матрица  $\mathbf{A}^{-1}$ , для которой выполняется условие  $\mathbf{A} \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{E}$ .

Алгебра матриц является наиболее общим и эффективным средством записи и преобразования систем алгебраических уравнений. Матричная форма записи системы уравнений баланса токов (2.1) имеет вид

$$\mathbf{Y}\dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{I}}, \quad (2.13)$$

где **Y** – матрица собственных и взаимных проводимостей узлов с неизвестными напряжениями (матрица узловых проводимостей);  $\dot{\mathbf{U}}$  – вектор-столбец неизвестных напряжений;  $\dot{\mathbf{I}}$  – вектор-столбец задающих (узловых) токов.

Матрица узловых проводимостей имеет следующую структуру:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_{1,1} & -Y_{1,2} & \dots & -Y_{1,n} \\ -Y_{2,1} & Y_{2,2} & \dots & -Y_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -Y_{n,1} & -Y_{n,2} & \dots & Y_{n,n} \end{pmatrix},$$

где  $n$  – число узлов с неизвестными напряжениями.

Матрица  $\mathbf{Y}$  является квадратной и симметричной. При большом числе узлов она становится *разреженной*, то есть содержит много нулевых элементов. Данное свойство часто используется при расчете сложных электрических систем. Однако элементы главной диагонали всегда отличны от нуля.

Вектор-столбцы  $\dot{\mathbf{U}}$  и  $\dot{\mathbf{I}}$  имеют вид

$$\dot{\mathbf{U}} = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dots \\ \dot{U}_n \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{I}} = \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dots \\ \dot{I}_n \end{pmatrix}.$$

Умножим обе части уравнения (2.13) слева на матрицу  $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1}$ :

$$\mathbf{Z}\mathbf{Y}\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{Z}\dot{\mathbf{I}}. \quad (2.14)$$

Матрица  $\mathbf{Z}$ , обратная матрице узловых проводимостей, называется *матрицей собственных и взаимных сопротивлений* или *матрицей узловых сопротивлений*. Поскольку  $\mathbf{Z}\mathbf{Y} = \mathbf{E}$ , то (2.14) принимает вид

$$\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{Z}\dot{\mathbf{I}}. \quad (3.15)$$

Если уравнения режима линейны, то выражение (2.15) является их решением. Если уравнения нелинейны, то (2.15) позволяет найти напряжения в узлах сети методом последовательных приближений. При этом на каждом шаге расчета уточняются значения узловых токов.

Метод расчета режима, основанный на использовании выражения (2.15), называется *методом обратной матрицы*. Он обладает быстрой сходимостью (то есть позволяет найти решение при сравнительно небольшом числе итераций). Однако нахождение обратной матрицы связано с громоздкими вычислениями. Кроме того, матрица  $\mathbf{Z}$  не содержит нулевых элементов, что не дает возможности упростить расчеты сложных систем с учетом их топологии. Поэтому метод обратной матрицы имеет ограниченное применение, главным образом в сетях с небольшим числом узлов. Он эффективен в тех случаях, когда для одной и той же сети производятся многократные расчеты режимов, поскольку обратная матрица при этом вычисляется только один раз.

При расчете режима методом обратной матрицы выражение (2.15) обычно записывается не в комплексной форме, а в действительной форме в декартовой системе координат. Сопротивления, напряжения и токи представляются следующим образом:

$$Z_{ij} = R_{ij} + jX_{ij}, \quad (2.16)$$

$$\dot{U}_i = U'_i + jU''_i, \quad (2.17)$$

$$\dot{I}_i = I'_i + jI''_i. \quad (2.18)$$

В соответствии с (2.15) можно записать

$$U'_i + jU''_i = \sum_{k=1}^n (R_{ik} + jX_{ik})(I'_k + jI''_k) = \sum_{k=1}^n [R_{ik}I'_k - X_{ik}I''_k + j(X_{ik}I'_k + R_{ik}I''_k)].$$

Последнему выражению эквивалентно матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}' \\ \mathbf{U}'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{X} \\ \mathbf{X} & \mathbf{R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}' \\ \mathbf{I}'' \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

которое и представляет собой действительную форму (2.15). Здесь матрицы записаны в так называемой блочной форме, то есть составлены из нескольких матриц.  $\mathbf{U}'$  и  $\mathbf{U}''$  – векторы действительных и мнимых составляющих напряжений;  $\mathbf{I}'$  и  $\mathbf{I}''$  – векторы действительных и мнимых составляющих узловых токов;  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{X}$  – квадратные матрицы действительных и мнимых составляющих узловых сопротивлений.

### 2.3 Частные случаи расчета режимов электрических сетей

В настоящем параграфе рассматриваются методы расчета режимов электрических сетей простой конфигурации, не требующие использования ЭВМ. К ним относятся:

1. Методы расчета режимов разомкнутых питающих сетей «по данным конца» и «по данным начала».

2. Методы расчета режимов простых замкнутых сетей с одинаковыми напряжениями источников питания (частный случай – кольцевые сети) и с разными напряжениями источников.

3. Методы расчета режимов распределительных сетей.

Методы расчета «по данным начала» и «по данным конца» при задании нагрузок постоянной мощностью изложены в [1]. Более общим способом задания нагрузок являются статические характеристики по напряжению. В этом случае расчет «по данным конца» производится в целом согласно [1], однако нагрузки потребителей рассчитываются по их статическим характеристикам в зависимости от напряжений.

Расчет «по данным начала» при задании нагрузок статическими характеристиками рассмотрен в [2].

Методы расчета режимов простых замкнутых сетей с одинаковыми и разными напряжениями источников при задании нагрузок постоянной мощностью изложены в [1]. Расчет режимов сетей этой же конфигурации, но при задании нагрузок статическими характеристиками, рассмотрен в [2].

Расчеты режимов распределительных сетей также рассмотрены в [1]. Обычно они производятся при упрощающих допущениях [1], которые справедливы при задании нагрузок постоянной мощностью (или, что в данном случае равносильно, постоянным током). Если нагрузки заданы статическими характеристиками, то режимы распределительных сетей рассчитываются так же, как режимы сетей более высокого напряжения (питающих).

Часто линии распределительных сетей имеют большое количество ответвлений с примерно одинаковой электрической нагрузкой. В этом случае нагрузку можно рассматривать как *равномерно распределенную вдоль линии*. Такая модель позволяет существенно упростить расчет и анализ режима, так как при этом уменьшается число узлов в сети.

Рассмотрим расчет режима линии с равномерно распределенной нагрузкой (рис. 3.1). Известно напряжения источника питания  $U_0$ , ток нагрузки  $i$  на единицу длины линии, А/м, и коэффициент мощности нагрузки  $\cos\varphi$ , одинаковый по всей длине линии. Требуется определить ток, потребляемый от источника (то есть в начале линии), напряжение в конце линии, а также потери активной мощности.

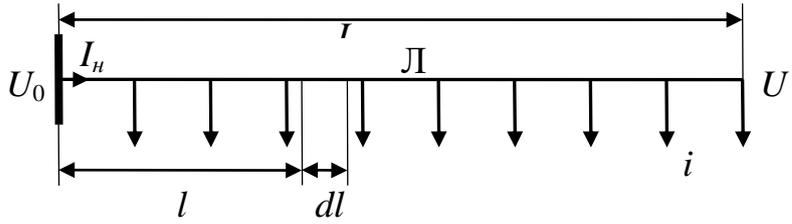


Рисунок 2.1 - Линия с распределенной нагрузкой

Ток в начале линии рассчитывается по очевидному выражению:

$$I_n = iL, \quad (2.20)$$

где  $L$  – длина линии.

Падение напряжения и потери активной мощности на участке малой длины  $dl$ , расположенном на расстоянии  $l$  от начала линии, соответственно равны

$$dU = \frac{P(l)r_0 + Q(l)x_0}{U_{ном}} dl = \sqrt{3}(r_0 \cos\varphi + x_0 \sin\varphi)I(l)dl, \quad (2.21)$$

$$dP = 3I^2(l)r_0 dl, \quad (2.22)$$

где  $P(l)$ ,  $Q(l)$  и  $I(l)$  – активная мощность, реактивная мощность и ток в линии на расстоянии  $l$  от начала;  $r_0$  и  $x_0$  – погонные активное и индуктивное сопротивления линии (формула (3.21) определяет продольную составляющую падения напряжения, вычисляемую по номинальному напряжению, которая в распределительных сетях принимается равной падению напряжения [1]).

Проинтегрируем последние выражения по длине линии с учетом того, что  $I(l) = i \cdot (L - l)$ . В результате получим общее падение напряжения и суммарные потери мощности в линии:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \int_0^L dU = \int_0^L \sqrt{3}i(L-l)(r_0 \cos\varphi + x_0 \sin\varphi)dl = \sqrt{3}i(r_0 \cos\varphi + x_0 \sin\varphi) \int_0^L (L-l)dl = \\ &= -\sqrt{3}i(r_0 \cos\varphi + x_0 \sin\varphi) \frac{(L-l)^2}{2} \Big|_0^L = \sqrt{3}i(r_0 \cos\varphi + x_0 \sin\varphi) \frac{L^2}{2}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\Delta P = \int_0^L dP = 3i^2 r_0 \int_0^L (L-l)^2 dl = -3i^2 r_0 \frac{(L-l)^3}{3} \Big|_0^L = i^2 r_0 L^3. \quad (2.24)$$

С учетом (2.20) эти формулы можно записать в следующем виде:

$$\Delta U = \frac{\sqrt{3}}{2} I_n (r_0 \cos\varphi + x_0 \sin\varphi) L, \quad (2.25)$$

$$\Delta P = I_n^2 r_0 L. \quad (2.26)$$

Напряжение в конце линии

$$U = U_0 - \Delta U. \quad (2.27)$$

Если ли бы вся нагрузка  $I_n$  была сосредоточена в конце линии, то падение напряжения и потери мощности были бы равны

$$\Delta U' = \sqrt{3}I_n(r_0 \cos \varphi + x_0 \sin \varphi)L, \quad (2.28)$$

$$\Delta P' = 3I_n^2 r_0 L. \quad (2.29)$$

Отсюда видно, что падение напряжения в линии с распределенной нагрузкой в два раза меньше, а потери мощности – в три раза меньше, чем с той же нагрузкой, сосредоточенной в конце линии.

## 2.4 Численные методы решения уравнений режима

### 2.4.1 Общие положения

Все методы решения уравнений и их систем можно разделить на *аналитические* и *численные*.

При аналитических (прямых) методах искомые значения переменных определяются как явные функции известных параметров уравнений. Например, если уравнения режима электрической сети (2.13) линейны (известны значения узловых токов), то их аналитическим решением является выражение (2.15).

Численными (итерационными) методами решения уравнений называются различные методы последовательных приближений. При этом расчет производится на основе рекуррентных соотношений вида

$$x_i^{[p+1]} = F_i(x_1^{[p]}, x_2^{[p]}, \dots, x_n^{[p]}) \quad (2.30)$$

или

$$x_i^{[p+1]} = F_i(x_1^{[p+1]}, \dots, x_{i-1}^{[p+1]}, x_i^{[p]}, \dots, x_n^{[p]}), \quad (2.31)$$

где  $p$  – номер итерации (приближения);  $n$  – общее число неизвестных (и уравнений);  $F_i$  – некоторые функции, вид которых зависит от решаемых уравнений и/или используемого численного метода.

Решение систем линейных алгебраических уравнений может производиться как аналитическими, так и численными методами. Нелинейные уравнения и их системы решаются, как правило, численными методами; аналитическое решение существует лишь в частных случаях (например, для квадратных уравнений).

Одним из численных методов расчета режима электрической сети является метод обратной матрицы в случае нелинейных уравнений режима. При этом рекуррентное соотношение в матричной комплексной форме имеет вид

$$\dot{\mathbf{U}}^{[p+1]} = \mathbf{Z}\dot{\mathbf{I}}^{[p]}, \quad (2.32)$$

где  $\dot{\mathbf{U}}^{[p+1]}$  – вектор  $[p+1]$ -го приближения напряжений;  $\dot{\mathbf{I}}^{[p]}$  – вектор  $p$ -го приближения узловых токов, каждый компонент которого вычисляется по формуле (2.2) через сопряженный комплекс  $p$ -го приближения соответствующего напряжения.

Кроме метода обратной матрицы, для расчета режима электрических сетей используются следующие численные методы:

- метод Зейделя;
- метод Ньютона и его модификации.

### 2.4.2. Метод Зейделя

Данный метод основан на использовании выражения (2.31). Рекуррентные соотношения получаются путем простого преобразования исходных уравнений. Оно производится таким образом, чтобы в левой части каждого уравнения осталась только неизвестная, соответствующая номеру уравнения в системе.

Для решения по методу Зейделя уравнения режима электрических сетей обычно записываются в действительной форме баланса токов в декартовой системе координат, однако может использоваться и комплексная форма записи. Рекуррентные соотношения (в комплексной форме) легко получаются из уравнений (2.3) и имеют следующий вид:

$$\dot{U}_i^{[p+1]} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[ \sum_{j=1}^{i-1} \dot{U}_j^{[p+1]} Y_{ij} + \sum_{j=i+1}^n \dot{U}_j^{[p]} Y_{ij} + \sum_{j=n+1}^k \dot{U}_j Y_{ij} - \frac{S_i^*}{U_i^{*[p]}} \right]. \quad (2.33)$$

Нумерация узлов соответствует введенной в п. 3.1, но узлы, балансирующие по реактивной мощности, отсутствуют.

Алгоритм решения уравнений режима методом Зейделя.

1. Задаются нулевые приближения действительных  $U'$  и мнимых  $U''$  составляющих искомых напряжений. Обычно принимают  $U_i'^{[0]} = U_{ном}$ ,  $U_i''^{[0]} = 0$ .

2. Последовательно (в порядке нумерации уравнений) вычисляются  $[p+1]$ -е приближения напряжений по формуле (2.33).

3. Для всех искомых напряжений проверяются условия

$$\left| \frac{U_i'^{[p+1]} - U_i'^{[p]}}{U_i'^{[p+1]}} \right| < \varepsilon, \quad (2.34)$$

$$\left| \frac{U_i''^{[p+1]} - U_i''^{[p]}}{U_i'^{[p+1]}} \right| < \varepsilon, \quad (2.35)$$

где  $\varepsilon$  – заданная точность расчета (в знаменателе последнего выражения стоит действительная составляющая напряжения вместо мнимой, что позволяет избежать деления на число, близкое к нулю, а также применить в (2.34) и (2.35) одно и то же значение  $\varepsilon$ ).

Если условия (2.34) и (2.35) выполнены для всех узлов, то расчет заканчивается, и решением является последнее приближение напряжений.

Если хотя бы для одного узла не выполнилось хотя бы одно из этих условий, то производится возврат к пункту 3.

В рассмотренном виде метод Зейделя применительно к расчету режимов электрических сетей обладает медленной сходимостью (то есть решение уравнений происходит с большим числом итераций). Для частичного устранения этого недостатка применяется *ускоренный метод Зейделя*. Он отличается от рассмотренного рекуррентной формулой, в которую вводится ускоряющий коэффициент  $t$ :

$$\dot{U}_i^{[p+1]} = \dot{U}_i^{[p]} + t \Delta \dot{U}_i, \quad (2.36)$$

где

$$\Delta \dot{U}_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[ \sum_{j=1}^{i-1} \dot{U}_j^{[p+1]} Y_{ij} + \sum_{j=i+1}^n \dot{U}_j^{[p]} Y_{ij} + \sum_{j=n+1}^k \dot{U}_j Y_{ij} - \frac{S_i^*}{U_i^{*[p]}} \right] - \dot{U}_i^{[p]}. \quad (2.37)$$



$$\frac{dW}{dX} = \begin{pmatrix} \frac{\partial W_1}{\partial x_1} & \frac{\partial W_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial W_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial W_2}{\partial x_1} & \frac{\partial W_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial W_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \ddot{W}_n}{\partial x_1} & \frac{\partial \ddot{W}_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \ddot{W}_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}.$$

В результате решения системы (3.40) на каждом шаге итерационного процесса определяются значения невязок переменных. Рекуррентная формула метода Ньютона имеет вид

$$x_i^{[p+1]} = x_i^{[p]} + \Delta x_i. \quad (2.41)$$

При расчете режимов электрических сетей методом Ньютона уравнения записываются в форме баланса мощностей или баланса токов в полярной системе координат.

Алгоритм решения уравнений баланса токов методом Ньютона.

1. Задается начальное приближение модулей и фаз напряжений. Рекомендуется принимать  $U_i^{[0]} = U_{ном}$ ,  $\delta_i^{[0]} = 0$ .

2. Вычисляются значения функций  $W_i$  при данном приближении переменных:

$$W_i = \begin{cases} W_{a,i}, & i = 1 \dots n, \\ W_{p,i-n}, & i = (n+1) \dots 2n, \\ W_{a,i-n}, & i = (2n+1) \dots (n+m). \end{cases} \quad (2.42)$$

Здесь нумерация узлов соответствует принятой в п. 3.1;  $W_{a,i}$ ,  $W_{p,i}$  – действительная (активная) и мнимая (реактивная) составляющие уравнений баланса токов, вычисляемые при  $p$ -м приближении переменных:

$$\begin{aligned} W_{a,i} = & U_i^{[p]} g_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j^{[p]} (g_{ij} \cos(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]}) - b_{ij} \sin(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]})) - \\ & - \sum_{j=n+1}^m U_j (g_{ij} \cos(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]}) - b_{ij} \sin(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]})) - \\ & - \sum_{j=m+1}^k U_j (g_{ij} \cos(\delta_i^{[p]} - \delta_j) - b_{ij} \sin(\delta_i^{[p]} - \delta_j)) + \frac{P_i^{[p]}}{U_i^{[p]}} = 0, \quad i = 1 \dots n, \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$W_{p,i} = U_i^{[p]} b_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j^{[p]} (b_{ij} \cos(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]}) + g_{ij} \sin(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]})) -$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{j=n+1}^m U_j (b_{ij} \cos(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]}) + g_{ij} \sin(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]})) - \\
& - \sum_{j=m+1}^k U_j (b_{ij} \cos(\delta_i^{[p]} - \delta_j) + g_{ij} \sin(\delta_i^{[p]} - \delta_j)) + \frac{Q_i^{[p]}}{U_i^{[p]}} = 0, \quad i = 1 \dots n, \quad (2.44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{a,i} = & U_i g_{ii} - \sum_{j=1}^n U_j^{[p]} (g_{ij} \cos(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]}) - b_{ij} \sin(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]})) - \\
& - \sum_{\substack{j=n+1 \\ j \neq i}}^m U_j (g_{ij} \cos(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]}) - b_{ij} \sin(\delta_i^{[p]} - \delta_j^{[p]})) - \\
& - \sum_{j=m+1}^k U_j (g_{ij} \cos(\delta_i^{[p]} - \delta_j) - b_{ij} \sin(\delta_i^{[p]} - \delta_j)) + \frac{P_i}{U_i^{[p]}} = 0, \quad i = (n+1) \dots m. \quad (2.45)
\end{aligned}$$

В формулах (2.43) и (2.44) учтено, что активная и реактивная мощности нагрузки могут зависеть от напряжения, и поэтому они также вычисляются заново на каждой итерации. Выражение (2.45) соответствует узлам, балансирующим по реактивной мощности. Значение  $P_i$  для этих узлов постоянно (и отрицательно, если мощность генерируется).

3. Проверяются условия

$$|W_i| < \varepsilon, \quad (2.46)$$

где  $\varepsilon$  – заданная точность решения.

Если эти условия выполнены для всех узлов, то расчет заканчивается, и решением является последнее приближение переменных. Если условие (2.46) не выполнилось хотя бы для одного узла, то осуществляется переход к пункту 4.

4. Вычисляются компоненты матрицы Якоби  $a_{i,j}$  при данном приближении переменных:

$$a_{i,j} = \begin{cases} \frac{\partial W_{a,i}}{\partial U_j}, & i = 1 \dots n, j = 1 \dots n, \\ \frac{\partial W_{a,i}}{\partial \delta_{j-n}}, & i = 1 \dots n, j = (n+1) \dots (n+m), \\ \frac{\partial W_{p,i-n}}{\partial U_j}, & i = (n+1) \dots 2n, j = 1 \dots n, \\ \frac{\partial W_{p,i-n}}{\partial \delta_{j-n}}, & i = (n+1) \dots 2n, j = (n+1) \dots (n+m), \\ \frac{\partial W_{a,i-n}}{\partial U_j}, & i = (2n+1) \dots (n+m), j = 1 \dots n, \\ \frac{\partial W_{a,i-n}}{\partial \delta_{j-n}}, & i = (2n+1) \dots (n+m), j = (n+1) \dots (n+m). \end{cases}$$

Например, производная функции  $W_{a,i}$  по напряжению  $U_i$  равна

$$\frac{\partial W_{a,i}}{\partial U_i} = g_{ii} + \frac{1}{U_i^{[p]}} \frac{\partial P_i}{\partial U_i} - \frac{P_i^{[p]}}{(U_i^{[p]})^2}, \quad (2.47)$$

где производная активной мощности вычисляется при  $U_i = U_i^{[p]}$ .

5. Составляется и решается линейная система (3.40), которая имеет порядок  $(n + m)$ . Обычно для ее решения используется метод Гаусса.
6. Определяется  $(p+1)$ -е приближение переменных:

$$\begin{aligned} U_i^{[p+1]} &= U_i^{[p]} + \Delta x_i, & i = 1 \dots n, \\ \delta_i^{[p+1]} &= \delta_i^{[p]} + \Delta x_{i+n}, & i = 1 \dots m. \end{aligned}$$

7. Осуществляется возврат к пункту 2.

Метод Ньютона имеет в среднем лучшую сходимость, чем метод Зейделя. Однако алгоритм расчета по методу Ньютона более сложный, и каждая итерация включает в себя большее количество вычислений.

В целом метод Ньютона и метод Зейделя конкурента способны. Но возможности расчета режимов электрических сетей методом Ньютона шире, чем методом Зейделя. Поэтому метод Ньютона является более распространенным.

#### 2.4.4. Модификации метода Ньютона

Как указано выше, в среднем метод Ньютона обладает быстрой и надежной сходимостью. Тем не менее, в определенных случаях (режимы, близкие к пределу по статической устойчивости, резко неоднородные сети) сходимость метода Ньютона замедляется, и возможна ситуация, когда он будет расходиться. Для расчета таких режимов используются мо-

дификации метода Ньютона, имеющие улучшенную сходимость: *методы по параметру* и *методы второго порядка*.

Методы Ньютона по параметру по своей идее аналогичны ускоренному методу Зейделя. В рекуррентные формулы также вводится параметр  $t$ :

$$U_i^{[p+1]} = U_i^{[p]} + t\Delta x_i, \quad i = 1 \dots n,$$

$$\delta_i^{[p+1]} = \delta_i^{[p]} + t\Delta x_{i+n}, \quad i = 1 \dots m.$$

Основная трудность использования данного метода состоит в правильном выборе значения  $t$ . Существует оптимальное значение, которое обеспечивает наиболее быструю сходимость. В то же время неправильный подбор этого параметра может привести, наоборот, к замедлению сходимости. В общем случае  $t \leq 1$ .

Методы Ньютона второго порядка учитывают не только линейные, но и квадратичные члены разложения в ряд Тейлора (вторые производные). Разложение  $i$ -го уравнения системы (2.38) примет следующий вид:

$$W_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial W_i}{\partial x_j} \Delta x_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 W_i}{\partial x_j \partial x_k} \Delta x_j \Delta x_k = 0. \quad (2.48)$$

Учет вторых производных значительно улучшает сходимость метода. Однако система, составленная из уравнений (2.48), сама по себе является нелинейной. Методы Ньютона второго порядка предусматривают не точное, а приближенное решение этой системы на каждом шаге итерационного процесса. Оно может осуществляться различными способами, и по объему вычислений приблизительно соответствует решению двух систем линейных уравнений той же размерности.

Методы Ньютона второго порядка используются для решения уравнений режима в форме баланса мощностей, поскольку относительно модулей напряжения эти уравнения уже являются квадратичными, и система уравнений после разложения оказывается близка к исходной.

Рассмотренные модификации метода Ньютона представляют собой его усложненные варианты. Существует также упрощенная модификация: метод Ньютона с постоянной матрицей Якоби (рассчитанной при нулевом приближении). Этот метод сходится несколько медленнее, чем стандартный метод Ньютона, однако на каждой итерации, кроме нулевой, производится меньшее количество вычислений. Метод Ньютона с постоянной матрицей Якоби эффективен при расчете «легких» режимов, когда не возникает проблем со сходимостью.

## 2.5 Алгоритмизация методов расчета режимов

Алгоритм расчета режима электрической сети не ограничивается только решением уравнений режима. В целом расчет режима включает следующие этапы:

1. Определение параметров схемы замещения электрической сети.
2. Вычисление параметров (коэффициентов) уравнений режима.
3. Решение уравнений режима (вычисление напряжений в узлах сети).
4. Расчет токов, мощностей и потерь мощности.

Примерная блок-схема алгоритма расчета режима электрической сети на ЭВМ показана на рис. 3.4.

На этапе определения параметров схемы замещения вычисляются:

- сопротивления продольных ветвей  $R_{ij}, X_{ij}$  ( $i, j$  – номера узлов в начале и конце ветви);
- проводимости поперечных ветвей  $G_i, B_i$  ( $i$  – номер узла, от которого отходит данная поперечная ветвь);
- коэффициенты трансформации идеальных трансформаторов  $k_{mpi,j}$  (трансформация производится от узла  $i$  к узлу  $j$ ).

Для примера на рис. 3.2 показан фрагмент сети, содержащий воздушную линию ВЛ, двухобмоточный трансформатор Т, кабельную линию КЛ и нагрузку  $S$ . Схема замещения приведена на рис. 3.3. На этой схеме  $Z_{1,2} = R_{1,2} + jX_{1,2}$  – сопротивление воздушной линии;  $Z_{2,3} = R_{2,3} + jX_{2,3}$  – сопротивление трансформатора;  $R_{3,4}$  – сопротивление кабельной линии (активное). Проводимости поперечных ветвей имеются только в узлах 1 и 2:  $B_1 = -B_l, G_2 = G_m, B_2 = B_m - B_l$ . Здесь  $B_l$  – емкостная проводимость воздушной линии;  $G_m$  и  $B_m$  – активная и индуктивная проводимости ветви намагничивания трансформатора, которые соответствуют комплексной проводимости  $Y_m$ .

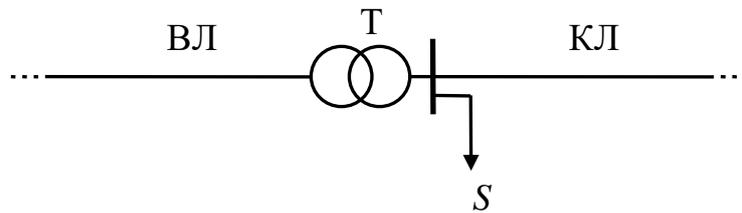


Рисунок 2.2 - Фрагмент сети

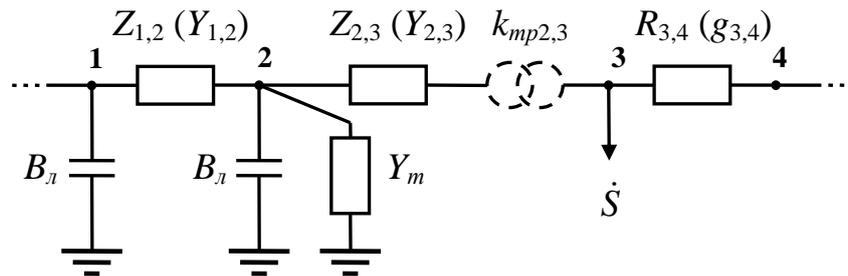


Рисунок 2.3 - Схема замещения фрагмента сети

Вычисление параметров уравнений режима включает:

- расчет взаимных проводимостей узлов сети  $g_{ij}, b_{ij}$ ;

Вычисление параметров уравнений режима включает:

- расчет взаимных проводимостей узлов сети  $g_{ii}, b_{ii}$ ;
- приведение сети к одному уровню напряжения;
- расчет собственных проводимостей узлов сети  $g_{ii}, b_{ii}$ ;
- при необходимости – вычисление некоторых других параметров.

Взаимная проводимость в комплексной форме

$$Y_{ij} = \frac{1}{Z_{ij}} = \frac{1}{R_{ij} + jX_{ij}} = \frac{R_{ij} - jX_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}.$$

Отсюда получаем следующие расчетные выражения для активной и индуктивной проводимостей:

$$g_{ij} = \frac{R_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}, \quad b_{ij} = \frac{X_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}. \quad (2.49)$$

После расчета взаимных проводимостей сеть приводится к одному классу напряжения. Приведение осуществляется по фактическим коэффициентам трансформации. Обычно сеть приводится к наиболее высокому уровню напряжения.

Операция приведения сети к одному классу напряжения заключается в пересчете взаимных проводимостей и проводимостей поперечных ветвей. Приведенная проводимость получается путем деления исходной проводимости на произведение квадратов коэффициентов трансформации, отделяющих участок сети, к которому осуществляется приведение, от участка сети, которому принадлежит данная проводимость:

$$g_{ij,np} = \frac{g_{ij,ucx}}{\prod k_{mp}^2}, \quad b_{ij,np} = \frac{b_{ij,ucx}}{\prod k_{mp}^2}. \quad (2.50)$$

Например, если сеть, показанная на рис. 2.3, приводится к уровню напряжения воздушной линии, то проводимость кабеля пересчитывается по формуле

$$g_{3,4,np} = \frac{g_{3,4,ucx}}{k_{mp2,3}^2}.$$

Следующим шагом при определении параметров уравнений является расчет собственных проводимостей узлов. Эти проводимости вычисляются путем суммирования взаимных проводимостей ветвей, сходящихся в данном узле, и проводимости поперечной ветви данного узла. Например, собственные проводимости узла 2 на рис. 3.3 равны

$$g_{2,2} = g_{1,2} + g_{2,3} + G_2, \quad b_{2,2} = b_{1,2} + b_{2,3} + B_2.$$

После определения всех параметров уравнений режима осуществляется решение этих уравнений. Данный шаг представляет собой «ядро» алгоритма расчета режима электрической сети, к которому относится основное количество вычислительных операций. В результате определяются напряжения в узлах сети, приведенные к одному классу напряжения.

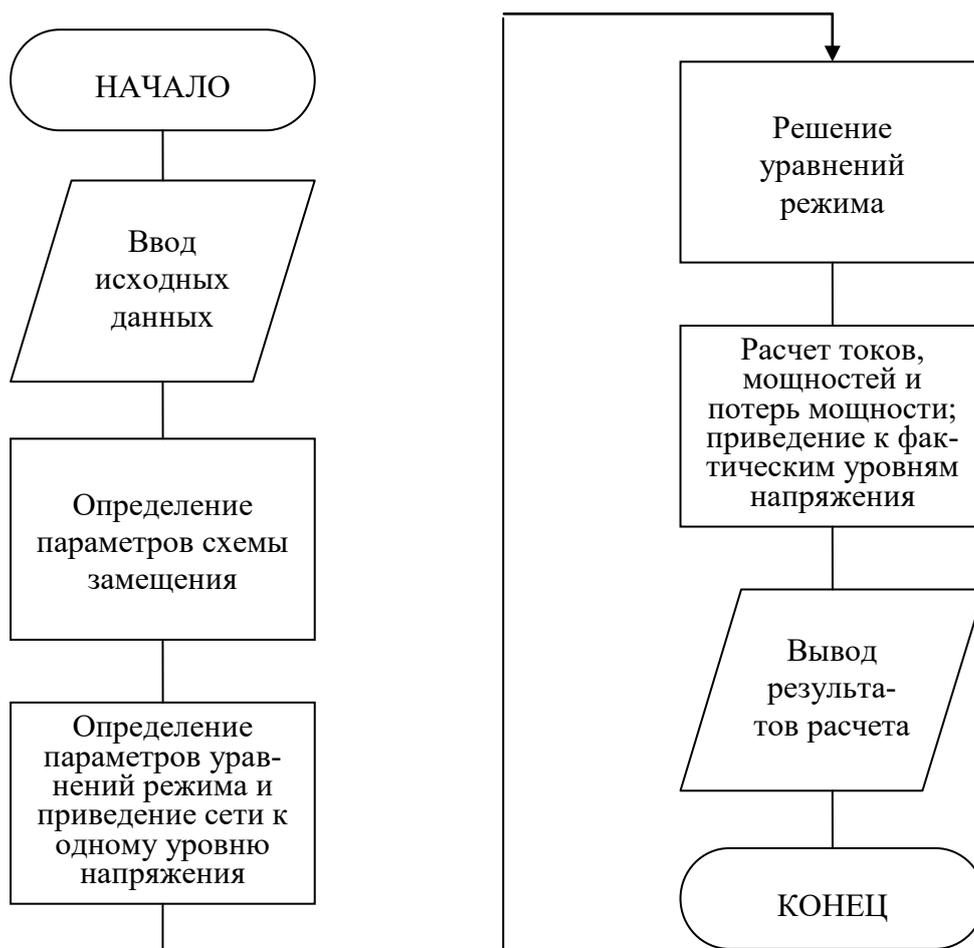


Рисунок 2.4 - Укрупненная блок-схема алгоритма расчета режима электрической сети

На заключительном этапе расчета режима осуществляется:

- вычисление мощностей, передаваемых через элементы сети;
- расчет генерируемых мощностей и мощностей потребителей (за исключением тех, которые являются постоянными);
- определение потерь мощности в элементах сети и суммарных потерь мощности;
- вычисление токов в ветвях сети;
- обратное приведение параметров режима к фактическим классам напряжения.

Расчет токов, мощностей и потерь мощности производится через напряжения по достаточно простым формулам, которые в комплексной форме приведены в п. 1.2. Параллельно осуществляется обратное приведение параметров режима к фактическим классам напряжения. При этом токи могут быть вычислены как до обратного приведения напряжений, так и после. В первом случае обратное приведение производится для токов и напряжений, а во втором случае – только для напряжений.

## 2.6 Учет слабой заполненности матрицы узловых проводимостей

Одним из топологических свойств электрических сетей является слабая заполненность (разреженность) матрицы узловых проводимостей. Каждый узел сети соединяется лишь с небольшим числом других узлов, и, таким образом, значительная часть взаимных проводимостей равна нулю. При этом, чем больше узлов содержит сеть, тем менее заполненной является матрица узловых проводимостей.

Правильный учет данного свойства при расчетах режимов позволяет существенно уменьшить объем вычислений и используемой памяти ЭВМ. Существуют различные способы учета разреженности матрицы узловых проводимостей. Достаточно простым и в то же время эффективным способом является приведение матрицы к ленточному типу путем изменения нумерации узлов. Оно осуществляется по следующим правилам:

1. Выбирается узел с наименьшей степенью (степенью называется число ветвей, сходящихся в данном узле) или один из таких узлов, если их несколько. Этому узлу присваивается номер 1.
2. Нумеруются узлы, смежные с узлом 1, в порядке возрастания их степеней.
3. То же самое производится для остальных пронумерованных узлов в порядке возрастания их номеров.

В качестве примера на рис. 2.5 приведена схема сети, узлы которой пронумерованы по данным правилам.

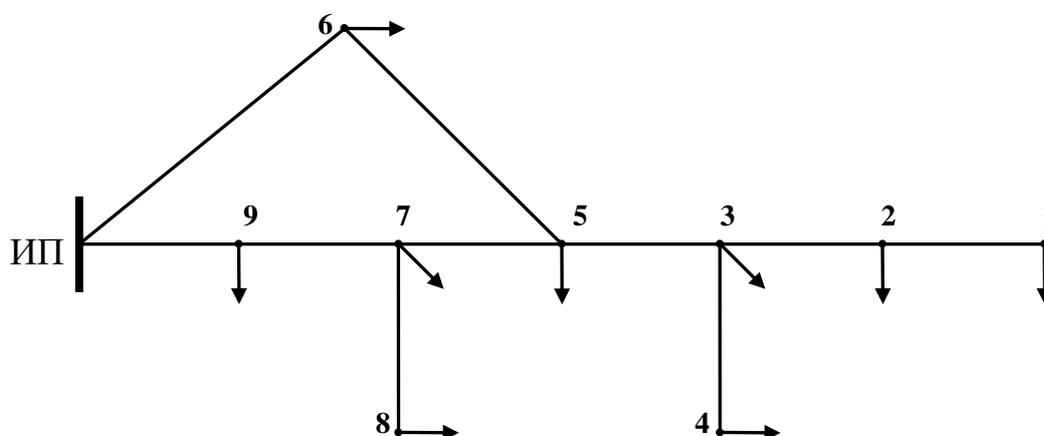


Рисунок 2.5 - Пример нумерации узлов (стрелками обозначены нагрузки потребителей)

Построена также матрица соединений узлов сети  $\mathbf{S}$ . Если узлы, соответствующие номерам строки и столбца, соединены друг с другом, то данный элемент матрицы равен 1. В противном случае соответствующий элемент равен 0. Элементы главной диагонали равны 1.

Матрица соединений имеет то же расположение нулевых элементов, что и матрица узловых проводимостей. Видно, что полученная ниже матрица относится к ленточному типу.

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## 2.7 Существование, единственность и устойчивость решения уравнений режима

Данный вопрос в целом рассмотрен в [1]. Ниже приводятся только основные положения.

Уравнения режима электрической сети обычно имеют не одно решение, а несколько (на практике – два). Наличие нескольких решений обусловлено нелинейностью уравнений. При этом одно из двух решений является устойчивым, а другое – неустойчивым.

Повышение нагрузок потребителей и/или понижение напряжений источников приводит к тому, что устойчивое и неустойчивое решения «сближаются». Режим, при котором эти решения совпадают, называется предельным по статической устойчивости.

При еще более низких напряжениях источников или более высоких нагрузках установившегося режима не существует.

Чем больше сопротивления элементов сети, тем ближе предел по статической устойчивости и вероятнее «исчезновение» режима.

## 2.8. Сходимость итерационного процесса

*Сходимостью* итерационного процесса решения уравнений называется его способность приходить к решению. В противном случае говорят, что процесс *расходится*.

По характеру приближения значений переменных к решению различают *апериодическую* и *колебательную* сходимости (рис. 2.6, 2.7). Расходимость также может иметь апериодический (рис. 2.8) и колебательный характер. В некоторых случаях наблюдается «зацикливание» итерационного процесса, когда через определенное число итераций значения переменных начинают повторяться, не сходясь к решению (рис. 2.9).

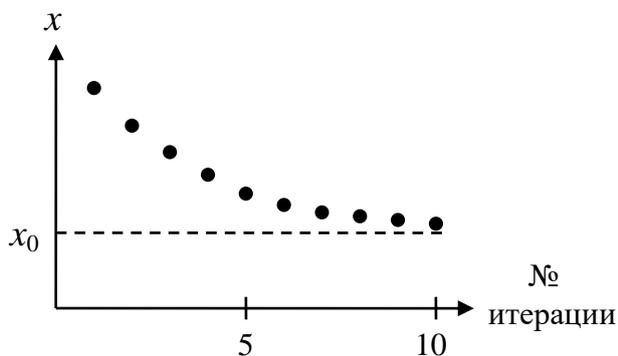


Рисунок 2.6 - Апериодическая сходимость  
( $x$  – переменная;  $x_0$  – решение)

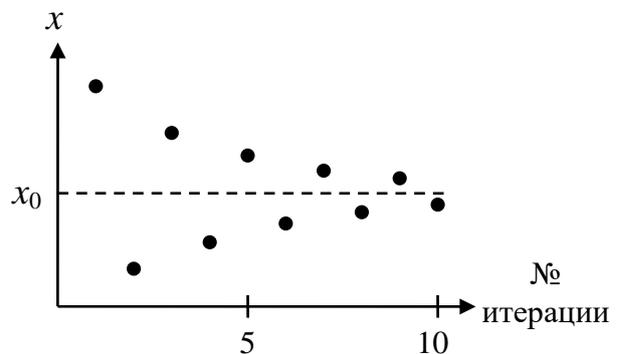


Рисунок 2.7 - Колебательная сходимость

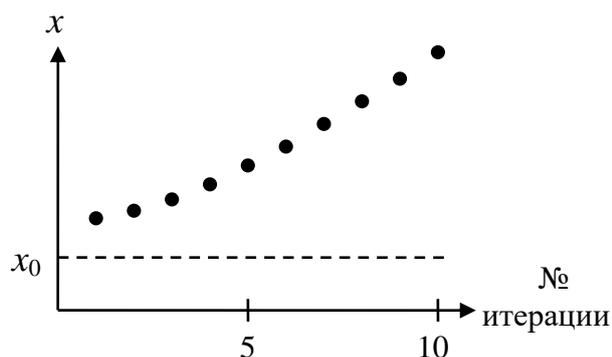


Рисунок 2.8 - Аперриодическая расходимость

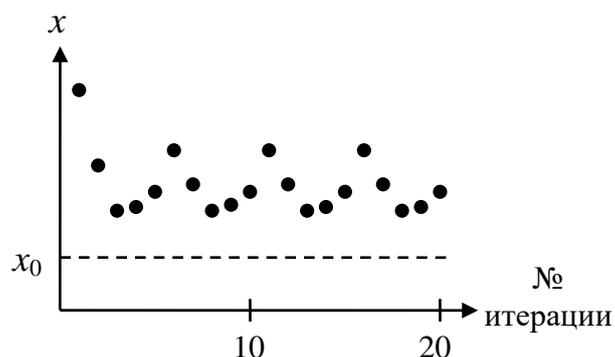


Рисунок 2.9 - «Защикливание» итерационного

Сходимость итерационного процесса зависит от вида решаемых уравнений, от числовых значений их коэффициентов, от метода решения, а также от начального приближения переменных. На рис. 2.10–3.14 показаны различные случаи сходимости и расходимости итерационных процессов решения уравнения с одним неизвестным методами Ньютона и простой итерации. Метод простой итерации представляет собой аналог метода Зейделя для одного уравнения, которое записывается в виде  $x = f(x)$ . Ход итерационного процесса показан на рисунках штриховой ломаной линией, состоящей из горизонтальных и вертикальных участков. При решении методом Ньютона уравнение записывается в виде  $W(x) = 0$ . Графическая интерпретация решения представляет собой ломаную линию, состоящую из касательных к исходной кривой и вертикальных участков.

При расчете режимов электрических сетей сходимость ухудшается, если режим приближается к пределу по статической устойчивости и/или если сеть резко неоднородна. Сходимость метода Зейделя также замедляется при увеличении размерности системы уравнений (числа узлов). При использовании метода Ньютона сходимость почти не зависит от размерности.

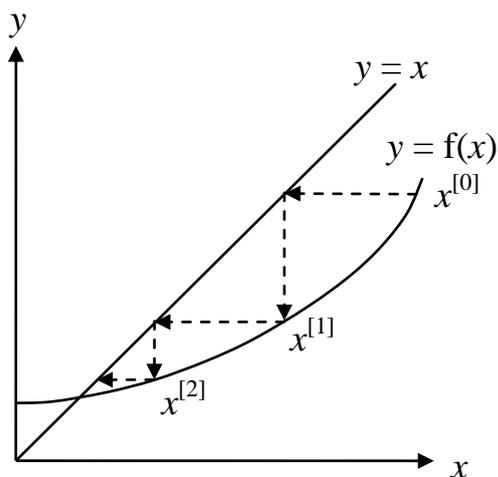


Рисунок 2.10 - Аперриодическая сходимость

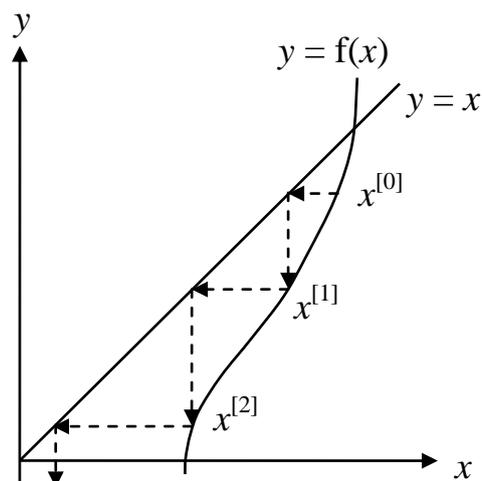


Рисунок 2.11 - Аперриодическая расходимость метода простой итерации

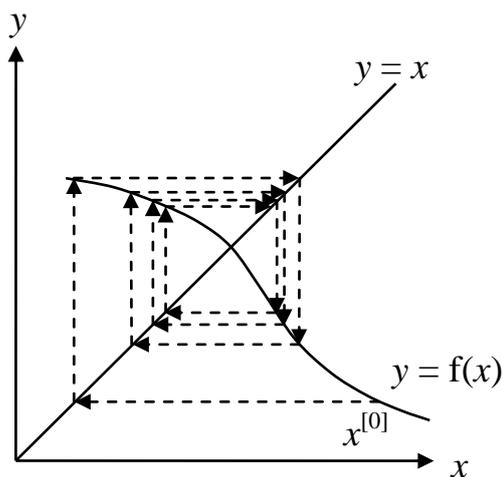


Рисунок 2.12 - Колебательная (медленная) сходимость метода простой

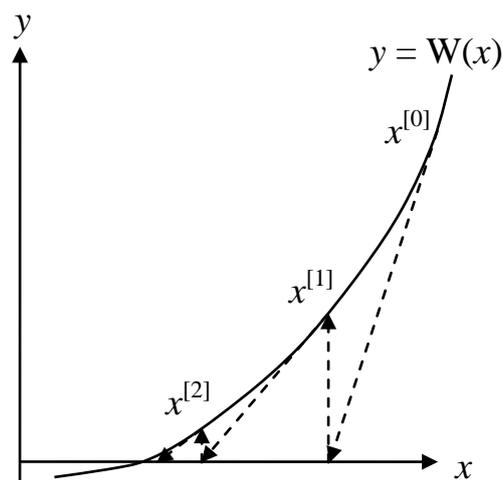


Рисунок 2.13 - Аperiodическая сходимость

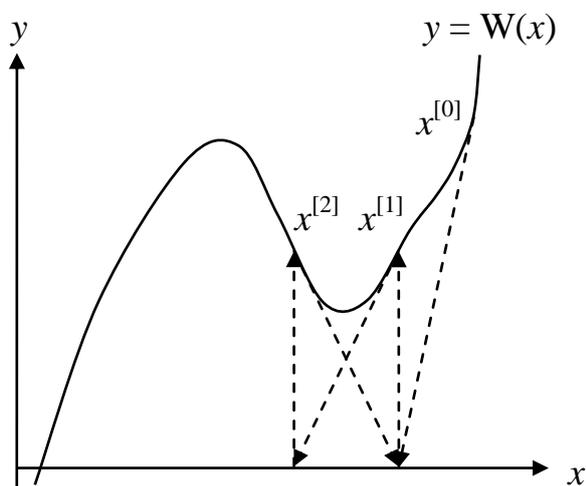


Рисунок 2.14 - «Зацикливание» итерационного процесса метода Ньютона

Существуют математические критерии сходимости численных методов, которые позволяют определить, сойдется ли итерационный процесс, не решая самих уравнений. Однако для уравнений режима электрических сетей такая проверка сходимости является более сложной задачей, чем само решение уравнений. Поэтому при расчете режимов критерии сходимости обычно не используются.

## 2.9 Особые режимы электрических систем

Расчет особых режимов обычно представляет собой более сложную задачу по сравнению с расчетом нормальных режимов. Различные особые режимы часто требуют индивидуальных методов расчета и индивидуальных форм записи уравнений. Однако такие режимы обычно «охватывают» сравнительно небольшие части электрической системы, поэтому число узлов при расчете особых режимов сравнительно невелико. Ниже рассмотрены несимметричные и несинусоидальные режимы как наиболее характерные и часто встречающиеся.

### 2.9.1 Расчет несимметричных режимов методом фазных координат

Несимметрия режима трехфазных электрических сетей в той или иной степени имеет место всегда. Однако если составляющие обратной и нулевой последовательностей токов и напряжений малы, то режим считается симметричным.

Практическим критерием симметрии режима может являться соответствие коэффициентов обратной и нулевой последовательностей требованиям ГОСТ. Однако пределы этих коэффициентов согласно ГОСТ приняты исходя из технических условий работы электрооборудования, а не из допустимой погрешности расчета. По этой причине понятие «симметричный режим» с точки зрения ГОСТ может не совпадать с этим понятием с точки зрения расчета режима. Кроме того, сделать вывод о соответствии режима ГОСТ часто можно только после его расчета.

Несимметрия режима может иметь следующие причины:

- 1) неравномерное распределение нагрузок по фазам;
- 2) неодинаковые сопротивления (проводимости) разных фаз элементов сети (характерно для воздушных линий);
- 3) работа сети при одной или двух отключенных фазах какой-либо линии.

*Метод фазных координат* заключается в том, что уравнения режима записываются через фазные токи и напряжения. Рассмотрим трехфазную линию электропередачи. Схема замещения для расчета несимметричных режимов (без учета емкостных проводимостей) показана на рис. 2.15. Известны фазные напряжения в начале линии  $\dot{U}_{0,A}$ ,  $\dot{U}_{0,B}$ ,  $\dot{U}_{0,C}$ , мощности нагрузок  $\dot{S}_A$ ,  $\dot{S}_B$ ,  $\dot{S}_C$ , а также параметры линии: комплексные сопротивления фаз  $Z_A$ ,  $Z_B$ ,  $Z_C$  и взаимные междуфазные индуктивные сопротивления  $X_{AB}$ ,  $X_{BC}$ ,  $X_{AC}$ . Требуется определить фазные токи в линии  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$ ,  $\dot{I}_C$ , и фазные напряжения в конце линии  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$ ,  $\dot{U}_C$ .

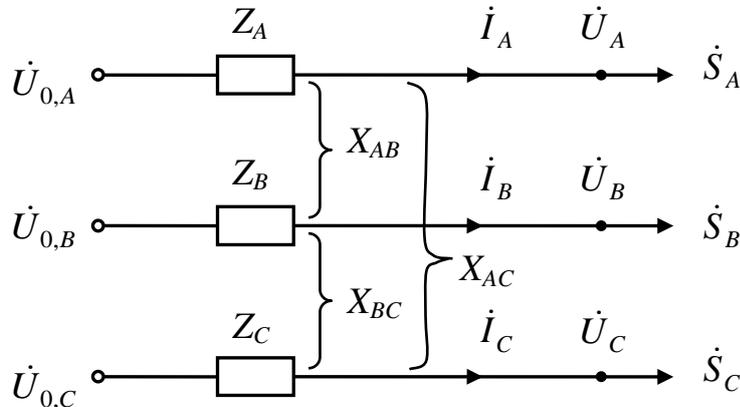


Рисунок 2.15 - Схема замещения линии для расчета несимметричных режимов

Уравнения режима можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{U}_{0,A} - \dot{U}_A = \dot{I}_A Z_A + j\dot{I}_B X_{AB} + j\dot{I}_C X_{AC}, \\ \dot{U}_{0,B} - \dot{U}_B = j\dot{I}_A X_{AB} + \dot{I}_B Z_B + j\dot{I}_C X_{BC}, \\ \dot{U}_{0,C} - \dot{U}_C = j\dot{I}_A X_{AC} + j\dot{I}_B X_{BC} + \dot{I}_C Z_C, \\ \dot{I}_A = S_A^* / U_A^*, \\ \dot{I}_B = S_B^* / U_B^*, \\ \dot{I}_C = S_C^* / U_C^*. \end{cases} \quad (2.51)$$

То же в матричной форме (первые три уравнения):

$$\dot{\mathbf{U}}_0 - \dot{\mathbf{U}} = \mathbf{Z}_\Phi \dot{\mathbf{I}}, \quad (2.52)$$

где  $\dot{\mathbf{U}}_0$  и  $\dot{\mathbf{U}}$  – вектор-столбцы фазных напряжений в начале и конце линии;  $\dot{\mathbf{I}}$  – вектор-столбец фазных токов;  $\mathbf{Z}_\Phi$  – матрица сопротивлений, которая имеет вид

$$\mathbf{Z}_\Phi = \begin{pmatrix} Z_A & jX_{AB} & jX_{AC} \\ jX_{AB} & Z_B & jX_{BC} \\ jX_{AC} & jX_{BC} & Z_C \end{pmatrix}.$$

Уравнения в фазных координатах можно записать также для более сложной сети. В результате решения этих уравнений определяются фазные напряжения в узлах сети и токи в ветвях. Очевидно, что размерность системы уравнений при наиболее компактной записи в три раза больше, чем для той же сети в симметричном режиме.

Система (2.51) справедлива как для несимметричного, так и для симметричного режима. Если напряжения в начале линии симметричны, а нагрузки фаз одинаковы, то режим будет симметричным при следующих условиях:

1. Одинаковы сопротивления фаз  $Z_A = Z_B = Z_C$ ;
2. Одинаковы взаимные индуктивные сопротивления  $X_{AB} = X_{BC} = X_{AC} = X_M$ .

При этом токи также образуют симметричную систему, т.е.  $\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_C = a \dot{I}_A$ , где  $a = e^{j120^\circ}$ . Преобразуем первое уравнение системы (2.51) при данных условиях:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{0,A} - \dot{U}_A &= \dot{I}_A Z_A + ja^2 \dot{I}_A X_M + ja \dot{I}_A X_M = \dot{I}_A [Z_A + jX_M (a^2 + a)] = \\ &= \dot{I}_A (Z_A - jX_M) = \dot{I}_A Z. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Величина  $Z = Z_A - jX_M$  представляет собой сопротивление линии, используемое при обычных расчетах симметричных режимов.

## 2.9.2 Расчет несимметричных режимов методом симметричных составляющих

Данный метод состоит в том, что уравнения режима записываются через *симметричные составляющие* токов и напряжений, т.е. через составляющие *прямой, обратной и нулевой* последовательности.

Прямая последовательность (обозначается индексом «1») представляет собой обычную симметричную систему:  $\dot{I}_{B1} = a^2 \dot{I}_{A1}$ ,  $\dot{I}_{C1} = a \dot{I}_{A1}$ .

Обратная последовательность (обозначается индексом «2») также симметрична, но имеет противоположное чередование фаз:  $\dot{I}_{B2} = a \dot{I}_{A2}$ ,  $\dot{I}_{C2} = a^2 \dot{I}_{A2}$ .

Составляющие нулевой последовательности (обозначается индексом «0») одинаковы по величине и по фазе:  $\dot{I}_{A0} = \dot{I}_{B0} = \dot{I}_{C0}$ .

Симметричные составляющие являются одним из способов представления несимметричной системы фазных токов или напряжений. Ток или напряжение каждой фазы представляет собой сумму симметричных составляющих:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0}, \quad (2.54)$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2} + \dot{I}_{B0} = a^2 \dot{I}_{A1} + a \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0}, \quad (2.55)$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} + \dot{I}_{C0} = a \dot{I}_{A1} + a^2 \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0}. \quad (2.56)$$

Последние три выражения являются формулами перехода от симметричных составляющих к фазным величинам (координатам).

Получим обратные формулы для перехода от фазных координат к симметричным составляющим. Умножим (3.55) на величину  $a$ , (3.56) – на  $a^2$ , и после этого сложим (3.54), (3.55) и (3.56):

$$\dot{I}_A + a \dot{I}_B + a^2 \dot{I}_C = 3 \dot{I}_{A1} + (1 + a^2 + a) \dot{I}_{A2} + (1 + a + a^2) \dot{I}_{A0}.$$

Отсюда, учитывая равенство  $1 + a + a^2 = 0$ , получим формулу для составляющей прямой последовательности:

$$\dot{I}_{A1} = \frac{1}{3} (\dot{I}_A + a \dot{I}_B + a^2 \dot{I}_C). \quad (2.57)$$

Формула для составляющей обратной последовательности выводится аналогично:

$$\dot{I}_{A2} = \frac{1}{3} (\dot{I}_A + a^2 \dot{I}_B + a \dot{I}_C). \quad (2.58)$$

Сложив (2.54), (2.55) и (2.56), после несложных преобразований получим третью формулу перехода:

$$\dot{I}_{A0} = \frac{1}{3} (\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C). \quad (2.59)$$

Запишем первые три уравнения системы (3.51), выразив фазные напряжения и токи через их симметричные составляющие:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{0,A1} - \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{0,A2} - \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{0,A0} - \dot{U}_{A0} = \dot{I}_{A1} (Z_A + ja^2 X_{AB} + ja X_{AC}) + \\ + \dot{I}_{A2} (Z_A + ja X_{AB} + ja^2 X_{AC}) + \dot{I}_{A0} (Z_A + j X_{AB} + j X_{AC}), \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} a^2 (\dot{U}_{0,A1} - \dot{U}_{A1}) + a (\dot{U}_{0,A2} - \dot{U}_{A2}) + \dot{U}_{0,A0} - \dot{U}_{A0} = a^2 \dot{I}_{A1} (Z_B + ja X_{AB} + ja^2 X_{BC}) + \\ + a \dot{I}_{A2} (Z_B + ja^2 X_{AB} + ja X_{BC}) + \dot{I}_{A0} (Z_B + j X_{AB} + j X_{BC}), \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned} a (\dot{U}_{0,A1} - \dot{U}_{A1}) + a^2 (\dot{U}_{0,A2} - \dot{U}_{A2}) + \dot{U}_{0,A0} - \dot{U}_{A0} = a \dot{I}_{A1} (Z_C + ja^2 X_{AC} + ja X_{BC}) + \\ + a^2 \dot{I}_{A2} (Z_C + ja X_{AC} + ja^2 X_{BC}) + \dot{I}_{A0} (Z_C + j X_{AC} + j X_{BC}). \end{aligned} \quad (2.62)$$

Произведем с этими уравнениями те же преобразования, с помощью которых получены формулы (3.57), (3.58) и (3.59). В результате система примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{0,A1} - \dot{U}_{A1} = \dot{I}_{A1} \frac{Z_A + Z_B + Z_C - j X_{AB} - j X_{BC} - j X_{AC}}{3} + \\ + \dot{I}_{A2} \frac{Z_A + a^2 Z_B + a Z_C + j 2 a X_{AB} + j 2 X_{BC} + j 2 a^2 X_{AC}}{3} + \\ + \dot{I}_{A0} \frac{Z_A + a Z_B + a^2 Z_C + j(1+a) X_{AB} - j X_{BC} + j(1+a^2) X_{AC}}{3}, \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{0,A2} - \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A1} \frac{Z_A + a Z_B + a^2 Z_C + j 2 a^2 X_{AB} + j 2 X_{BC} + j 2 a X_{AC}}{3} + \\ + \dot{I}_{A2} \frac{Z_A + Z_B + Z_C - j X_{AB} - j X_{BC} - j X_{AC}}{3} + \\ + \dot{I}_{A0} \frac{Z_A + a^2 Z_B + a Z_C + j(1+a^2) X_{AB} - j X_{BC} + j(1+a) X_{AC}}{3}, \end{aligned} \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{0,A0} - \dot{U}_{A0} = \dot{I}_{A1} \frac{Z_A + a^2 Z_B + a Z_C + j(1+a^2) X_{AB} - j X_{BC} + j(1+a) X_{AC}}{3} + \\ + \dot{I}_{A2} \frac{Z_A + a Z_B + a^2 Z_C + j(1+a) X_{AB} - j X_{BC} + j(1+a^2) X_{AC}}{3} + \\ + \dot{I}_{A0} \frac{Z_A + Z_B + Z_C + j 2 X_{AB} + j 2 X_{BC} + j 2 X_{AC}}{3}. \end{aligned} \quad (2.65)$$

Если линия симметрична, т.е.  $Z_A = Z_B = Z_C$  и  $X_{AB} = X_{BC} = X_{AC} = X_M$ , то система уравнений значительно упростится:

$$\dot{U}_{0,A1} - \dot{U}_{A1} = \dot{I}_{A1} (Z_A - j X_M), \quad (2.66)$$

$$\dot{U}_{0,A2} - \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A2} (Z_A - j X_M), \quad (2.67)$$

$$\dot{U}_{0,A0} - \dot{U}_{A0} = \dot{I}_{A0} (Z_A + j 2 X_M). \quad (2.68)$$

Обозначим

$$Z_1 = Z_2 = Z_A - jX_M, \quad (3.69)$$

$$Z_0 = Z_A + j2X_M. \quad (3.70)$$

Величины  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $Z_0$  называются сопротивлениями линии токам прямой, обратной и нулевой последовательности. С учетом этого уравнения режима окончательно примут вид

$$\dot{U}_{0,A1} - \dot{U}_{A1} = \dot{I}_{A1} Z_1, \quad (2.71)$$

$$\dot{U}_{0,A2} - \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A2} Z_2, \quad (2.72)$$

$$\dot{U}_{0,A0} - \dot{U}_{A0} = \dot{I}_{A0} Z_0. \quad (2.73)$$

Видно, что указанные уравнения могут решиться *независимо друг от друга*. Таким образом, если элементы сети симметричны, то метод симметричных составляющих позволяет понизить размерность системы уравнений в три раза по сравнению с методом фазных координат. Это справедливо также и для более сложных сетей.

Если элементы сети несимметричны, то метод симметричных составляющих не приводит к снижению размерности системы. Более того, по сравнению с методом фазных координат расчеты усложняются, поскольку элементы матрицы сопротивлений (коэффициенты уравнений) определяются по громоздким формулам, что хорошо видно из уравнений (3.63), (3.64) и (3.65). Однако в некоторых случаях метод симметричных составляющих позволяет получить более точные результаты, чем метод фазных координат. Кроме того, составляющие обратной и нулевой последовательности более информативны, чем сами фазные токи и напряжения.

### 3.9.3 Расчет неполнофазных режимов

В сетях выше 1000 В наиболее выраженная не симметрия наблюдается при несимметричных коротких замыканиях и в неполно фазных режимах. Первые относятся к аварийным режимам и в настоящем курсе не рассматриваются. Неполно фазными называются те режимы, которые возникают при отключении одной или двух фаз какой-либо линии. Это режимы не являются аварийными и могут существовать длительное время. Такой вид не симметрии называется *продольной*.

Рассмотрим режим воздушной линии при отключении фазы А. Используем метод симметричных составляющих. Ток в поврежденной фазе  $I_A = 0$ . Для моделирования этого условия в фазу А вводится фиктивная

ЭДС  $\dot{E}_A$  такой величины, которая и обеспечит равенство тока нулю (рис. 2.16).

При расчете режимов, сильно отличающихся от нормального, нагрузка обычно задается постоянным сопротивлением. Предположим, что она представляет собой симметричный элемент с сопротивлениями  $Z_{нА} = Z_{нВ} = Z_{нС}$ , которые условно соединены в звезду. Однако для расчета несимметричных режимов этих сопротивлений недостаточно. Требуется знать сопротивление нагрузки прямой, обратной и нулевой последовательности  $Z_{н1}$ ,  $Z_{н2}$  и  $Z_{н0}$  (одинаковые для всех фаз). Эти величины рассчитываются по различным формулам в зависимости от типа электроприемников.

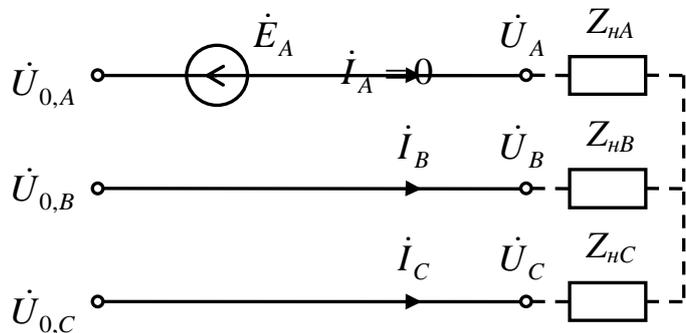


Рис. 2.16. Расчетная схема отключения фазы А

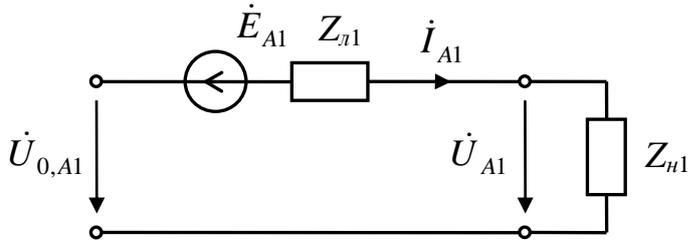


Рисунок 3.17 - Схема замещения прямой последовательности для расчета неполно фазных режимов ли-

Схема замещения прямой последовательности показана на рис. 3.17. Для остальных последовательностей схемы имеют аналогичный вид.

Поскольку фиктивные ЭДС в фазах В и С равны нулю, то

$$a^2 \dot{E}_{A1} + a \dot{E}_{A2} + \dot{E}_{A0} = a \dot{E}_{A1} + a^2 \dot{E}_{A2} + \dot{E}_{A0} = 0, \quad (3.74)$$

где  $\dot{E}_{A1}$ ,  $\dot{E}_{A2}$ ,  $\dot{E}_{A0}$  – фиктивные ЭДС соответственно прямой, обратной и нулевой последовательности фазы А.

Из (3.74) следует, что  $\dot{E}_{A1} = \dot{E}_{A2} = \dot{E}_{A0}$ . С учетом этого система уравнений режима записывается в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{U}_{0,A1} = \dot{E}_{A1} + \dot{i}_{A1}(Z_{l1} + Z_{n1}), \\ \dot{U}_{0,A2} = \dot{E}_{A1} + \dot{i}_{A2}(Z_{l1} + Z_{n2}), \\ \dot{U}_{0,A0} = \dot{E}_{A1} + \dot{i}_{A0}(Z_{l0} + Z_{n0}), \\ \dot{i}_{A1} + \dot{i}_{A2} + \dot{i}_{A0} = 0. \end{cases} \quad (3.75)$$

где  $\dot{i}_{A1}$ ,  $\dot{i}_{A2}$ ,  $\dot{i}_{A0}$  – токи прямой, обратной и нулевой последовательности фазы А;  $Z_{l1}$  – сопротивление линии прямой последовательности, равное сопротивлению обратной последовательности;  $Z_{l0}$  – сопротивление линии нулевой последовательности; последнее уравнение системы получается из равенства тока в фазе А нулю.

Система (3.75) содержит 4 неизвестных:  $\dot{i}_{A1}$ ,  $\dot{i}_{A2}$ ,  $\dot{i}_{A0}$ ,  $\dot{E}_{A1}$ . Она является линейной и легко решается. После этого определяются напряжения в конце линии. Так, напряжение фазы А прямой последовательности

$$\dot{U}_{A1} = \dot{i}_{A1} Z_{n1}.$$

Моделирование режима и составление уравнений при отключении двух фаз производится аналогичным образом. Очевидно, что система уравнений в этом случае будет отличаться от (3.75).

#### 2.9.4 Расчет несинусоидальных режимов

В электрических системах всегда имеются нелинейные элементы, которые при приложении к ним синусоидального напряжения потребляют нелинейный ток. Однако режим считается несинусоидальным только в том случае, если искажения кривых токов и напряжений

Фазные напряжения в начале линии  $\dot{U}_{0,A}$ ,  $\dot{U}_{0,B}$  и  $\dot{U}_{0,C}$  будем считать известными. Рассмотрим общий случай, когда их система может быть несимметричной. Составляющие прямой, обратной и нулевой последовательности этих напряжений  $\dot{U}_{0,A1}$ ,  $\dot{U}_{0,A2}$ ,  $\dot{U}_{0,A0}$  определяются по выражениям, аналогичным (3.57), (3.58), (3.59).

значительны (на уровне или выше допустимых пределов ГОСТ). Причиной возникновения таких режимов является наличие нелинейных электроприемников (с тиристорными преобразователями, дуговых печей и т.д.).

Анализ и расчет несинусоидальных режимов основан на разложении кривых токов и напряжений в ряды Фурье:

$$u(t) = U_0 + \sum_{v=1}^n U_{v,\max} \sin(v\omega \cdot t + \varphi_v), \quad i(t) = I_0 + \sum_{v=1}^n I_{v,\max} \sin(v\omega \cdot t + \psi_v), \quad (3.76)$$

где  $U_0, I_0$  – постоянные составляющие напряжения и тока (в электрических сетях обычно отсутствуют);  $v$  – номер гармоники;  $U_{v,\max}, I_{v,\max}$  – амплитудные значения напряжения и тока  $v$ -й гармоники;  $\varphi_v$  и  $\psi_v$  – начальные фазы напряжения и тока  $v$ -й гармоники;  $\omega \approx 314$  рад/с – круговая частота основной гармоники;  $n$  – наибольший номер учитываемой гармоники (теоретически равен бесконечности, на практике обычно не превышает 40).

Расчет несинусоидальных режимов электрических сетей обычно производится по методу наложения, согласно которому расчеты гармоник с разными номерами осуществляются *независимо друг от друга*.

Режим, соответствующий основной гармонике, рассчитывается так же, как обычный нормальный режим.

Расчеты режимов, соответствующих высшим гармоникам, имеют следующие особенности:

1. Нелинейные электроприемники, являющиеся источниками высших гармоник, моделируются как источники тока соответствующей частоты (обычно с внутренними сопротивлениями);
2. Остальные электроприемники задаются постоянными сопротивлениями;
3. ЭДС источников питания равны нулю;
4. Параметры схемы замещения (сопротивления и проводимости) зависят от частоты и поэтому для разных гармоник имеют разные значения.

Активные сопротивления токам  $v$ -й гармоники определяются по выражению

$$R_v = k_v R_-, \quad (3.77)$$

где  $R_-$  – сопротивление постоянному току;  $k_v$  – коэффициент, учитывающий поверхностный эффект и эффект близости.

Значение  $k_v$  увеличивается при возрастании номера гармоники и зависит от типа элемента сети, материала и сечения провода. В общем случае  $k_v \geq 1$ .

Индуктивные сопротивления продольных ветвей статических элементов (без вращающихся частей) равны

$$X_v = \begin{cases} v \cdot X_1, & v \text{ не кратно трем,} \\ v \cdot X_0, & v \text{ кратно трем,} \end{cases} \quad (3.78)$$

где  $X_1$  – индуктивное сопротивление элемента на основной частоте (прямой последовательности);  $X_0$  – индуктивное сопротивление нулевой последовательности на основной частоте.

Индуктивные сопротивления продольных ветвей элементов с вращающимися частями:

$$X_\nu = \begin{cases} \nu \cdot X_1, & \nu = 4, 7, 10, \dots, \\ \nu \cdot X_2, & \nu = 2, 5, 8, \dots, \\ \nu \cdot X_0, & \nu = 3, 6, 9, \dots, \end{cases} \quad (3.79)$$

где  $X_1, X_2, X_0$  – индуктивные сопротивления соответственно прямой, обратной и нулевой последовательности на основной частоте.

Емкостные проводимости линий:

$$B_\nu = \begin{cases} \nu \cdot B_1, & \nu \text{ не кратно трем,} \\ \nu \cdot B_0, & \nu \text{ кратно трем,} \end{cases} \quad (3.80)$$

где  $B_1, B_0$  – емкостные проводимости соответственно прямой и нулевой последовательности на основной частоте.

Ветви намагничивания трансформаторов при расчете высших гармоник обычно не учитываются, поскольку напряжения гармоник малы, а индуктивные сопротивления ветвей намагничивания, наоборот, велики. При необходимости эти сопротивления можно определить по формулам (3.78). Активные сопротивления ветвей намагничивания рассчитываются более сложным образом.

После расчета режимов, соответствующих каждой гармонике, определяются результирующие параметры несинусоидального режима:

- действующие значения напряжений и токов;
- потери активной мощности;
- коэффициенты, характеризующие искажение кривой напряжения;
- другие параметры, например, передаваемые мощности.

Действующие значения напряжений и токов рассчитываются по формулам

$$U = \sqrt{\sum_{\nu=1}^n U_\nu^2}, \quad I = \sqrt{\sum_{\nu=1}^n I_\nu^2}, \quad (3.81)$$

где  $U_\nu, I_\nu$  – действующие значения напряжения и тока  $\nu$ -й гармоники.

Потери активной мощности в каком-либо элементе равны

$$\Delta P = 3 \sum_{\nu=1}^n I_\nu^2 R_\nu. \quad (3.82)$$

Согласно ГОСТ, искажение кривой напряжения характеризуется коэффициентом искажения синусоидальности кривой напряжения  $k_{нс}$ , а также коэффициентами  $\nu$ -й гармонической составляющей  $k_\nu$ :

$$k_{нс} = \frac{1}{U_1} \sqrt{\sum_{v=2}^n U_v^2}, \quad (3.83)$$

$$k_v = \frac{U_v}{U_1}. \quad (3.84)$$

Передаваемая активная мощность равна сумме активных мощностей отдельных гармоник. В симметричном режиме

$$P = 3 \sum_{v=1}^n I_v U_{v,\phi} \cos(\varphi_v - \psi_v), \quad (3.85)$$

где  $U_{v,\phi}$  – фазное напряжение  $v$ -й гармоники.

Несинусоидальные режимы характеризуются еще несколькими мощностями, которые можно определить по соответствующим формулам.

### 3 ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ

#### 3.1 Общие положения

Электрические системы являются управляемыми. Управляющие воздействия позволяют при одной и той же совокупности электрических нагрузок реализовывать различные режимы системы. В связи с этим возникает задача выбора оптимального режима.

*Оптимизацией* называется поиск экстремального значения некоторой функции. Эта функция называется *целевой*. Параметр, который она определяет, является критерием оптимизации. Переменные, от которых зависит целевая функция, называются *оптимизируемыми переменными*. На них могут накладываться *технические ограничения* в виде равенств и неравенств.

Под оптимальным режимом электрической системы обычно подразумевается режим, наиболее экономичный из всех возможных. Таким образом, критерием оптимизации в общем случае является один из критериев экономической эффективности, например, приведенные затраты.

Реализация оптимального режима осуществляется с помощью средств управления и не связана с установкой нового оборудования. Поэтому капиталовложения отсутствуют, и вместо приведенных затрат в качестве критерия оптимизации используются эксплуатационные издержки. Эти издержки включают в себя:

- стоимость энергоносителей (топлива)  $C_{ЭН}$ ;
- ущерб от перерывов электроснабжения  $У$ ;
- затраты на ремонт и обслуживание оборудования  $I_p$ ;
- выплаты по различным процентам.

Последние две составляющие при оптимизации режима остаются неизменными, и поэтому их можно исключить из рассмотрения. Тогда целевая функция (критерий оптимизации) примет вид

$$F = C_{ЭН} + Y. \quad (4.1)$$

Ущерб от перерывов электроснабжения (фактор надежности) учитывается, только если оптимизация связана с изменением конфигурации сети или состава работающего оборудования. Однако даже и в этих задачах фактор надежности чаще всего не входит в состав критерия оптимизации, а учитывается только в технических ограничениях. Поэтому, если при оптимизации состав работающего оборудования и конфигурация сети не изменяются, или если надежность учитывается только в технических ограничениях, то критерием оптимизации является стоимость энергоносителей:

$$F = C_{ЭН}. \quad (4.2)$$

В ряде случаев вместо стоимости энергоносителей более целесообразно использовать расход условного топлива  $B$ :

$$F = B. \quad (4.3)$$

Критерии (4.2) и (4.3) применяются при оптимизации режимов электроэнергетических систем, включая электростанции. Если оптимизируется режим только электрической сети, а режимы электростанций остаются неизменными, то расход энергии изменяется только за счет потерь электроэнергии в сети  $\Delta W$  (при заданном потреблении энергии нагрузкой). Поэтому критерием оптимизации режимов электрических сетей являются потери активной мощности или энергии:

$$F = \Delta P, \quad (4.4)$$

$$F = \Delta W. \quad (4.5)$$

Критерий (4.4) используется при оптимизации текущего режима, то есть на короткий интервал времени (до одного часа), в течение которого параметры режима можно считать неизменными. При оптимизации режима электрической сети на более длительные интервалы времени необходимо использовать критерий (4.5).

Во всех рассмотренных случаях оптимальному режиму соответствует минимум целевой функции.

Оптимизируемыми переменными являются регулируемые параметры элементов электроэнергетической системы. К этим параметрам относятся:

- активные мощности генераторов;
- реактивные мощности генераторов и компенсирующих устройств (БСК, синхронных компенсаторов и т.д.);
- напряжения генераторов;
- коэффициенты трансформации силовых трансформаторов и линейных регуляторов (вольтдобавочных трансформаторов);
- конфигурация сети;
- состав работающего оборудования.

Кроме этого, в специальных случаях возможны дополнительные оптимизируемые переменные: параметры управляемых линий электропередачи, преобразовательных подстанций и т.д. Также в оптимизации могут участвовать электроприемники, если возможно изменение их режима без нарушения технологического процесса.

Конкретный набор переменных зависит от решаемой задачи. Часть переменных явля-

ются непрерывными величинами, а часть – дискретными. Наличие последних значительно осложняет решение задачи оптимизации режима.

На оптимизируемые переменные накладываются технические ограничения как в форме равенств, так и в форме неравенств.

Основным ограничением-равенством является *система уравнений режима*, которая (обычно в неявной форме) задает взаимосвязь между оптимизируемыми переменными, другими параметрами режима и составляющими целевой функции.

Ограничения-неравенства накладываются как на сами оптимизируемые переменные, так и на величины, функционально зависящие от этих переменных:

1. На активные мощности генераторов

$$P_{ген} \leq P_{max}. \quad (4.6)$$

2. На реактивные мощности генераторов и компенсирующих устройств

$$Q_{min} \leq Q_{ген(ку)} \leq Q_{max}. \quad (4.7)$$

3. На величины напряжений в узлах сети, в том числе на выводах генераторов и электроприемников

$$U_{min} \leq U \leq U_{max}. \quad (4.8)$$

4. На мощности, передаваемые через трансформаторы, по допустимым нагрузкам трансформаторов  $S_{дон}$ , определяемым с учетом перегрузочной способности,

$$S_{тр} \leq S_{дон}. \quad (4.9)$$

5. На допустимые токовые нагрузки линий и других элементов сети

$$I \leq I_{дон}. \quad (4.10)$$

6. На значения номеров регулировочных ответвлений силовых трансформаторов и линейных регуляторов (вольтдобавочных трансформаторов)

$$n_{отв, min} \leq n_{отв} \leq n_{отв, max}. \quad (3.11)$$

Если при оптимизации предполагается изменение конфигурации сети или состава работающего оборудования, то вводится также техническое ограничение, по надежности электроснабжения исходя из категоричности электроприемников. Это ограничение запрещает конфигурации сети и составы работающего оборудования, не удовлетворяющие требованию надежности.

### 3.2 Методы оптимизации

При оптимизации режимов электроэнергетических систем наибольшее распространение получили *метод множителей Лагранжа* и *градиентные методы*. Также используется

метод динамического программирования и некоторые другие. В настоящее время разрабатываются альтернативные алгоритмы оптимизации режимов, в частности, с использованием методов нечеткой логики и эволюционных алгоритмов.

Метод множителей Лагранжа. Пусть имеется целевая функция  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . На переменные  $x_1, \dots, x_n$  этой функции наложено  $m$  ограничений-равенств  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  (в каждое конкретное ограничение могут входить не все переменные, а только их часть). Тогда задача оптимизации формулируется следующим образом:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min, \quad (4.12)$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (4.13)$$

Если  $m = n$ , то равенства (4.13) определяют однозначный набор значений  $x_1, \dots, x_n$ , и оптимизация невозможна. Поэтому, чтобы режим был оптимизируемым, должно выполняться условие  $m < n$ . Разность  $(n - m)$  называется *числом степеней свободы* системы и представляет собой количество переменных, которые в процессе оптимизации могут варьироваться независимо друг от друга.

Метод множителей Лагранжа состоит в переходе от условной оптимизации (4.12), (4.13) к безусловной. Этот переход осуществляется путем замены целевой функции (4.12) на *функцию Лагранжа*, которая имеет вид

$$L(x_1, \dots, x_n, \lambda_1, \dots, \lambda_m) = F(x_1, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x_1, \dots, x_n), \quad (4.14)$$

где  $\lambda_i$  – вспомогательные переменные, которые называются *множителями Лагранжа*.

Экстремум функции Лагранжа определяется классическим способом, т.е. из условия равенства нулю частных производных по всем переменным  $x_i, \lambda_j$ . В результате получается следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0, & j = 1, \dots, n, \\ g_i = 0, & i = 1, \dots, m. \end{cases} \quad (4.15)$$

Если все  $g_i = 0$ , то экстремум функции Лагранжа совпадает с экстремумом исходной целевой функции. Из (4.15) видно, что данное условие выполняется. Таким образом, значения  $x_1, \dots, x_n$ , полученные путем решения системы (4.15), являются решением задачи оптимизации.

Метод множителей Лагранжа является единственным методом оптимизации, который позволяет найти общее решение задачи (если система (4.15) решается аналитически). Однако на практике составление и решение этой системы часто бывает связано с громоздкими вычислениями. Кроме того, метод Лагранжа не позволяет непосредственно учесть ограничения-неравенства.

Градиентные методы представляют собой численные методы оптимизации, реализующие переход от предыдущего приближения переменных  $x_1, \dots, x_n$  к следующему на основе вычисления производных целевой функции  $F$ . В простейшем случае рекуррентное соотношение метода имеет вид

$$x_i^{[p+1]} = x_i^{[p]} - t \frac{\partial F}{\partial x_i}, \quad (4.16)$$

где  $p$  – номер приближения;  $t$  – шаг метода; производные вычисляются при  $p$ -м приближении переменных.

Совокупность производных  $\partial F/\partial x_i$ , взятых с обратным знаком, определяет направление убывания целевой функции, т.е. ее *градиент*. Поэтому выражение (3.16) при правильном выборе шага будет последовательно приближать переменные к искомой точке минимума.

Расчет заканчивается при выполнении условия

$$|F^{[p+1]} - F^{[p]}| \leq \varepsilon, \quad (4.17)$$

где  $\varepsilon$  – заданная точность.

Вместо условия (4.17) могут также использоваться другие способы контроля сходимости итерационного процесса.

Сходимость градиентных методов оптимизации в значительной мере определяется величиной шага  $t$ . Существует оптимальный шаг, обеспечивающий наиболее быструю сходимость; с другой стороны, неверный выбор шага может привести, наоборот, к расходимости метода. Определение величины  $t$  представляет собой довольно сложную задачу и является частью алгоритма оптимизации.

Главное преимущество градиентных методов перед методом Лагранжа заключается в том, что градиентные методы позволяют учесть ограничения-неравенства. При оптимизации режимов электрических систем этот учет осуществляется на основе *метода штрафных функций* (см. п. 4.4).

Описание других методов оптимизации можно найти в специальной литературе.

### 3.3 Оптимизация распределения активных мощностей между электростанциями

Пусть система содержит  $m$  тепловых электростанций и один базисный узел. Для каждой тепловой электростанции имеется своя зависимость расхода условного топлива от вырабатываемой активной мощности  $B_i = f(P_{ген,i})$ , которая называется *расходной характеристикой*. Если бы расходные характеристики были линейными и одинаковыми для всех станций, то суммарный расход условного топлива не зависел бы от распределения активных мощностей между электростанциями. В действительности эти характеристики нелинейны и различны. Поэтому изменение распределения генерируемых активных мощностей приводит к изменению расхода условного топлива. Таким образом, существует оптимальное распределение активных мощностей, соответствующее минимуму расхода условного топлива или минимуму затрат на топливо.

Выберем в качестве критерия оптимизации расход условного топлива. Соответствующая целевая функция (4.3) преобразуется к виду

$$F = \sum_{i=1}^{m+1} B_i, \quad (4.18)$$

где под  $(m + 1)$ -й станцией понимается базисный узел, расходная характеристика которого также считается известной.

Выше указывалось, что ограничениями-равенствами являются уравнения режима системы. В рассматриваемой задаче уравнение записывается упрощенно в форме баланса активных мощностей:

$$\sum_{i=1}^{m+1} P_{ген,i} - \sum_{i=1}^k P_{н,i} - \Delta P_{\Sigma} = 0, \quad (4.19)$$

где  $P_i$  – мощность  $i$ -й нагрузки;  $k$  – число нагрузок;  $\Delta P_{\Sigma}$  – суммарные потери мощности в сети.

Предположим, что при любом распределении мощностей режим является допустимым. Тогда ограничения-неравенства отсутствуют. В этом случае оптимизация производится методом множителей Лагранжа.

Функция Лагранжа

$$L = \sum_{i=1}^{m+1} B_i + \lambda \left( \sum_{i=1}^{m+1} P_{ген,i} - \sum_{i=1}^k P_{н,i} - \Delta P_{\Sigma} \right). \quad (4.20)$$

Мощности нагрузок считаются постоянными величинами, а потери – функцией генерируемых мощностей, за исключением мощности базисного узла. Тогда система (3.15) принимает вид

$$\begin{cases} \frac{\partial B_i}{\partial P_{ген,i}} + \lambda \left( 1 - \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial P_{ген,i}} \right) = 0, & i = 1, \dots, m, \\ \frac{\partial B_{m+1}}{\partial P_{ген,m+1}} + \lambda = 0, \\ \sum_{i=1}^{m+1} P_{ген,i} - \sum_{i=1}^k P_{н,i} - \Delta P_{\Sigma} = 0. \end{cases} \quad (4.21)$$

Обозначим

$$\varepsilon_i = \frac{\partial B_i}{\partial P_{ген,i}}, \quad \sigma_i = \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial P_{ген,i}}. \quad (4.22)$$

Величина  $\varepsilon_i$  называется *относительным приростом расхода топлива* на  $i$ -й электростанции и является нелинейной функцией генерируемой мощности. Зависимости  $\varepsilon_i(P_{ген,i})$  при оптимизации режима задаются в аналитической форме.

Величина  $\sigma_i$  называется *относительным приростом потерь* при изменении мощности  $i$ -й станции. Зависимости  $\sigma_i(P_{ген,i})$  при оптимизации задаются линейными функциями, поскольку сами потери имеют квадратичную зависимость от мощностей.

С учетом этих обозначений систему (4.21) можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \varepsilon_i + \lambda(1 - \sigma_i) = 0, & i = 1, \dots, m, \\ \varepsilon_{m+1} + \lambda = 0, \\ \sum_{i=1}^{m+1} P_{ген,i} - \sum_{i=1}^k P_{н,i} - \Delta P_{\Sigma} = 0. \end{cases} \quad (4.23)$$

Система (4.23) включает в себя  $(m+2)$  уравнения с неизвестными  $P_{ген,1}, \dots, P_{ген,m+1}, \lambda$ . Решение ее производится численными методами (поскольку уравнения нелинейны). В результате определяются оптимальные значения генерируемых мощностей  $P_{ген,1}, \dots, P_{ген,m+1}$ .

В более общем случае кроме ограничения-равенства имеются также ограничения-неравенства. При этих условиях оптимизация обычно производится градиентными методами с использованием метода штрафных функций.

### 3.4 Оптимизация режима электрической сети по напряжению, реактивной мощности и коэффициентам трансформации

В данной задаче активные мощности электростанций (кроме базисных узлов) задаются постоянными величинами. Поэтому целевой функцией при оптимизации текущего режима обычно являются потери активной мощности в сети  $\Delta P$ .

Иногда вместо потерь мощности в качестве критерия оптимума используются следующие величины:

- суммарное потребление активной мощности от источников  $P_{\Sigma}$ ;
- сумма затрат на электроэнергию и экономического ущерба от отклонений напряжения на выводах электроприемников в единицу времени  $C_{W+\Delta U}$ .

Если нагрузки заданы постоянными мощностями, то минимумы функций  $\Delta P$  и  $P_{\Sigma}$  совпадают. В случае задания нагрузок статическими характеристиками эти минимумы различаются, причем режим, оптимальный по критерию  $P_{\Sigma}$ , смещен относительно режима, оптимального по критерию  $\Delta P$ , в сторону меньшего потребления мощности нагрузками. Однако такое смещение не всегда оправдано, так как:

- а) снижение электропотребления обычно достигается за счет уменьшения напряжения на выводах электроприемников, что может отрицательно сказаться на их работе;
- б) регулирующие эффекты нагрузки по мощности и энергии могут не совпадать и даже иметь противоположные знаки [3], вследствие чего минимизация потребляемой мощности в каждый момент времени не приводит к минимальному электропотреблению за весь интервал времени.

Первый из этих недостатков можно устранить, используя критерий  $C_{W+\Delta U}$ . Однако, как правило, ущербы от отклонений напряжения недостаточно хорошо известны.

Таким образом, наиболее обоснованным критерием оптимизации текущего режима электрической сети являются потери активной мощности.

Ограничения-равенства представляют собой систему уравнений режима (обычно одна из форм уравнений узловых напряжений). Ограничениями-неравенствами являются условия (4.7)–(4.11).

Наибольшее распространение при решении данных задач получили градиентные методы в сочетании с методом штрафных функций.

Метод штрафных функций состоит в исключении ограничений-неравенств на основе специального преобразования целевой функции. Это преобразование осуществляется прибавлением к исходному выражению так называемых *штрафных функций*.

Запишем ограничения-неравенства на переменную  $f$  следующим образом:

$$f \leq f_{\max}, \quad (4.24)$$

$$f \geq f_{\min}. \quad (4.25)$$

Штрафные функции для каждого из этих ограничений имеют вид

$$Ш_i = k_i (f - f_{np})^2, \quad (4.26)$$

где  $f_{np}$  – предельное значение переменной, под которым подразумевается  $f_{\max}$  или  $f_{\min}$ ;  $k_i$  – коэффициент, представляющий собой некоторое положительное число, если соответствующее ограничение-неравенство не выполняется, и равный нулю при выполнении неравенства.

Если исходной целевой функцией являются потери мощности  $\Delta P$ , то преобразованная целевая функция принимает вид

$$\Psi = \Delta P + \sum_{i=1}^n Ш_i, \quad (4.27)$$

где  $n$  – общее число ограничений-неравенств, каждое из которых записывается в виде (4.24) или (4.25).

Основной частью алгоритма градиентных методов оптимизации является вычисление производных функции  $\Psi$  по оптимизируемым переменным  $y_i$ . При этом данная функция в общем случае зависит от  $y_i$  как явным образом, так и опосредованно через зависимые переменные  $x_j$ , которые являются неявными функциями  $y_i$ . Поэтому зависимость  $\Psi$  от  $y_i$  можно записать следующим образом:

$$\Psi = f[y_i, x_1(y_i), \dots, x_n(y_i)], \quad (4.28)$$

где  $n$  – число зависимых переменных.

Тогда искомые производные вычисляются по выражению

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y_i} = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial y_i} \right|_{\text{явн}} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial y_i}, \quad (4.29)$$

где  $\left. \frac{\partial \Psi}{\partial y_i} \right|_{\text{явн}}$  – производная, определяемая только из явной зависимости  $\Psi$  от  $y_i$ .

Естественными зависимыми переменными  $x_j$  являются модули и фазы напряжений в узлах сети  $U_i, \delta_i$  (если используются уравнения узловых напряжений). Однако на практике более удобным оказалось использование величин  $W_j$ , соответствующих записи уравнений режима в форме (4.28). Тогда выражение (4.29) принимает вид

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y_i} = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial y_i} \right|_{\text{явн}} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial W_j} \cdot \frac{\partial W_j}{\partial y_i}. \quad (4.30)$$

Если  $\Psi$  рассматривается как функция величин  $W_j$ , а под  $x_j$  подразумеваются модули и фазы напряжений  $U_i, \delta_i$ , то можно записать

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Psi}{\partial W_j} \cdot \frac{\partial W_j}{\partial x_i}. \quad (4.31)$$

Производные  $\frac{\partial \Psi}{\partial x_i}$  и  $\frac{\partial W_j}{\partial x_i}$  легко определяются непосредственным дифференцированием

соответствующих функций. После этого на основе (3.31) составляется система линейных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Psi}{\partial x_1} = \frac{\partial \Psi}{\partial W_1} \cdot \frac{\partial W_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \Psi}{\partial W_2} \cdot \frac{\partial W_2}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial \Psi}{\partial W_n} \cdot \frac{\partial W_n}{\partial x_1}, \\ \frac{\partial \Psi}{\partial x_2} = \frac{\partial \Psi}{\partial W_1} \cdot \frac{\partial W_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \Psi}{\partial W_2} \cdot \frac{\partial W_2}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial \Psi}{\partial W_n} \cdot \frac{\partial W_n}{\partial x_2}, \\ \dots, \\ \frac{\partial \Psi}{\partial x_n} = \frac{\partial \Psi}{\partial W_1} \cdot \frac{\partial W_1}{\partial x_n} + \frac{\partial \Psi}{\partial W_2} \cdot \frac{\partial W_2}{\partial x_n} + \dots + \frac{\partial \Psi}{\partial W_n} \cdot \frac{\partial W_n}{\partial x_n}, \end{cases} \quad (4.32)$$

Путем решения этой системы вычисляются значения производных  $\frac{\partial \Psi}{\partial W_j}$ .

Производные  $\frac{\partial W_j}{\partial y_i}$  определяются простым дифференцированием уравнений режима,

поскольку переменные  $y_i$  являются коэффициентами в этих уравнениях или входят в выражения для коэффициентов. После этого по формуле (4.30) вычисляются искомые производные целевой функции по оптимизируемым переменным.

### 3.5 Краткая характеристика других задач оптимизации

Рассмотренные выше задачи оптимизации распределения активных мощностей между электростанциями и оптимизации режима сети по напряжению, реактивной мощности и коэффициентам трансформации в действительности являются частями более общей задачи *комплексной оптимизации режима электроэнергетической системы*. В этой задаче целевой функцией является расход или стоимость условного топлива, а оптимизируемыми переменными – активные мощности электростанций, напряжения генераторов, реактивные мощности всех ее источников, а также коэффициенты трансформации. В качестве ограничений-равенств обычно используются уравнения узловых напряжений. Также задаются все необходимые ограничения-неравенства.

Комплексная оптимизация дает более обоснованный результат, чем частные задачи, рассмотренные в пп. 4.3 и 4.4. Тем не менее, в связи со сложностью комплексной оптимизации, на практике более распространено раздельное решение частных задач.

Оптимизация режима электрической сети по напряжению, реактивной мощности и коэффициентам трансформации во многих случаях разделяется на еще более частные задачи. К ним относится *оптимизация потокораспределения в замкнутых сетях*, а также *оптимизация режима только по реактивной мощности*.

Оптимизация потокораспределения в замкнутых сетях состоит в приведении естественного потокораспределения к *экономическому*, которому соответствует минимум потерь активной мощности. Оптимизируемыми переменными при этом являются напряжения ис-

точников питания и коэффициенты трансформации. Изменение этих параметров приводит к изменению уравнивающих мощностей, обусловленных разностями напряжений узлов в замкнутых контурах. Тем самым осуществляется воздействие на потокораспределение. Можно показать, что экономическое потокораспределение соответствует потокораспределению, которое наблюдалось бы в *однородной* сети при отсутствии уравнивающих мощностей (однородной называется сеть, на всех участках которой отношения индуктивного сопротивления к активному одинаковы).

Оптимизация режима только по реактивной мощности обычно осуществляется в разомкнутых сетях. В этих сетях влияние напряжений на потери активной мощности выражено значительно слабее, чем в замкнутых. Кроме того, часто оно оказывается недостаточно изученным, если неизвестны статические характеристики нагрузок по напряжению.

Для решения данной задачи широко применяется метод *динамического программирования*, который позволяет легко учесть дискретность реактивных мощностей источников.

Во всех рассмотренных выше задачах конфигурация сети предполагается неизменной. Вместе с тем изменение конфигурации может быть эффективным средством снижения потерь мощности и энергии. Наиболее распространенной задачей такого типа является *оптимизация точек размыкания распределительных сетей*. Это возможно в так называемых *петлевых* сетях, которые сконструированы как замкнутые, но работают в разомкнутом режиме. Каждый контур сети может размыкаться в различных точках. Рассматриваемая задача состоит в поиске таких точек размыкания, при которых потери активной мощности или энергии минимальны.

## 4 ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ РЕЖИМАМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Электрические системы относятся к управляемым системам, причем управление является *необходимым* условием их нормального функционирования. Оно включает следующие задачи:

- управление активной мощностью электростанций;
- регулирование напряжения и реактивной мощности в электрических сетях;
- управление с помощью противоаварийной автоматики;
- некоторые другие задачи, например, изменение конфигурации сети, регулирование режима управляемых линий электропередачи, управление режимом сети постоянного тока с помощью преобразовательных подстанций.

Управление активной мощностью электростанций имеет две цели: 1) поддержание частоты; 2) минимизация расхода или стоимости энергоносителей.

Поддержание частоты является самой важной частью всей системы управления.

Регулирование напряжения и реактивной мощности направлено на поддержание напряжений в узлах сети в допустимых пределах (при выполнении других технических ограничений), а также на минимизацию потерь активной мощности и энергии (оптимизация режима). При этом в ряде случаев преследуется только первая цель, а оптимизация не осуществляется. Этот упрощенный подход используется в следующих ситуациях: а) если отсутствуют регулируемые источники реактивной мощности, а влияние напряжения на потери энергии слабо выражено или плохо изучено; б) в послеаварийных режимах, продолжительность которых мала, и поэтому потери энергии можно не учитывать.

В целом система управления включает в себя как автоматическую часть, так и часть, в которой решения принимает человек. В простейшем случае автоматика настраивается на срабатывание при изменении какого-либо параметра режима. В более сложных задачах

управляющие воздействия рассчитываются на основе математических моделей. Поэтому система управления всегда включает в себя ЭВМ. В настоящее время активно идет процесс синтеза ЭВМ и системной автоматики.

## 5 Варианты индивидуального задания и пример выполнения ИЗ

Исходными данными для выполнения ИДЗ являются расчетная схема распределительной сети, изображенная на рис.4.1, и основные технические параметры элементов схемы электроснабжения, приведенные в табл.41.

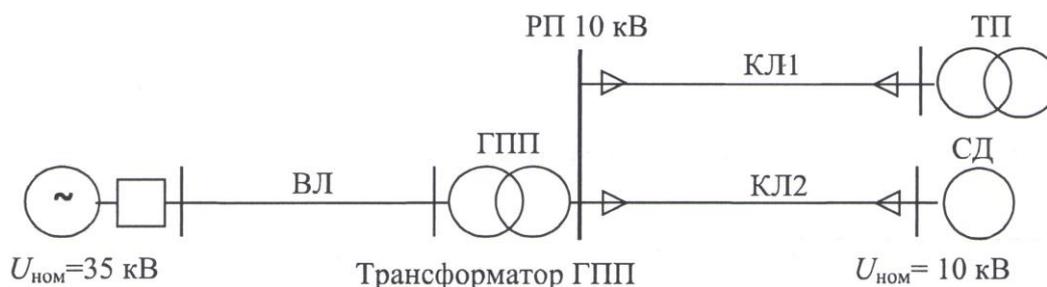


Рисунок 5.1 - Расчетная схема распределительной сети

Таблица 5.1

### Варианты заданий

№ вар	Система	ВЛ		Трансформатор ГПП		КЛ1		КЛ2	
		$S_{кз}, \text{МВА}$	$S, \text{мм}^2$	$l, \text{км}$	$S, \text{МВА}$	$U_{кз}, \%$	$S, \text{мм}^2$	$l, \text{км}$	$S, \text{мм}^2$
1	5000	АС-240	5,6	40	11	150	1,2	95	0,5
2	4000	АС-185	10,2	32	10,5	120	0,6	70	1,2
3	3000	АС-150	5,4	25	10,5	120	0,8	95	0,6
4	2000	АС-120	6,8	16	10,5	95	1,2	50	0,8
5	2000	АС-150	10,5	25	11	95	1,2	120	0,3
6	3000	АС-120	4,1	32	11	70	0,4	70	0,2
7	1000	АС-95	2,2	16	10,5	50	0,2	70	0,5
8	1000	АС-70	3,4	10	10,5	35	0,4	50	0,2
9	2000	АС-240	12,5	32	11	120	2,2	95	1,1
10	3000	АС-185	5	25	10,5	70	3,5	50	0,4

При расчете токов КЗ в сетях выше 1000 В обязателен учет индуктивных сопротивлений элементов сети: электродвигателей, трансформаторов, реакторов, воздушных и кабельных линий, токопроводов. Активное сопротивление

учитывается для воздушных ЛЭП с малым сечением проводов и со стальными проводами, а также для кабельных линий большой протяженности с малым сечением жил. Целесообразно учитывать активное сопротивление, если  $r_{\Sigma} \geq x_{\Sigma} / 3$ , где  $r_{\Sigma}$ ,  $x_{\Sigma}$  - суммарные активное и реактивное сопротивления сети от источника питания до места КЗ.

Активное сопротивление трансформаторов также необходимо учитывать в расчетах токов КЗ, если  $r_{\text{тр}} \geq 0,3 x_{\text{тр}}$ . Кроме этого, на сопротивление влияет изменение числа витков обмоток устройствами регулирования напряжения. Учесть действительное положение ответвлений каждого трансформатора в распределительных сетях практически невозможно, поскольку их положение изменяется в зависимости от значения нагрузки, схемы и режима работы сети. Поэтому при расчетах принимается, что все трансформаторы включены на основное ответвление, соответствующее их номинальному напряжению.

Все сопротивления схемы замещения подсчитывают в именованных (Ом) или в относительных единицах. При расчете в относительных единицах задаются базовыми величинами: напряжением  $U_6$  и мощностью  $S_6$ .

Расчетные формулы для моделирования элементов системы электроснабжения приведены в таблице 6.2.

Таблица 6.2  
Расчетные формулы для определения сопротивлений

Элемент ЭУ, его схема и исходный параметр	Схема замещения	Расчетные формулы	
		именованные единицы, Ом	относительные единицы
Генератор $X_d, \%$		$x = \frac{X_d \%}{100} \cdot \frac{U_{\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}}$	$x = \frac{X_d \%}{100} \cdot \frac{S_6}{S_{\text{ном}}}$
Энергосистема $I_{\text{откл.ном}}$ $S_{\text{кз.сист}}$ $x_{\text{сист}}$		$x = \frac{U_{\text{ср.ном}}}{\sqrt{3} I_{\text{откл.ном}}}$ или $x = \frac{U_{\text{ном}}^2}{S_{\text{кз.сист}}}$	$x = \frac{S_6}{\sqrt{3} I_{\text{откл.ном}} U_{\text{ср.ном}}}$ или $x = \frac{S_6}{S_{\text{кз.сист}}}$
Двухобмоточный трансформатор $u_{\text{кз}}, \%$		$x = \frac{u_{\text{кз}} \%}{100} \cdot \frac{U_{\text{ср.ном}}^2}{S_{\text{номтр}}}$	$x = \frac{u_{\text{кз}} \%}{100} \cdot \frac{S_6}{S_{\text{номтр}}}$
Реактор $x_p, \text{Ом}$		$x = x_p \frac{U_{\text{ном}}^2}{U_{\text{ср}}^2}$	$x = x_p \frac{S_{\text{ном}}^2}{U_{\text{ср}}^2}$
Линия $r_0, x_0$		$x = x_0 l$ $r = r_0 l$	$x = x_0 l \frac{S_6}{U_{\text{ср.ном}}^2}$ $r = r_0 l \frac{S_6}{U_{\text{ср.ном}}^2}$

$S_{\text{ном}}$  - номинальные мощности элементов, МВА;

$S_6$  - базовая мощность, МВА;

$S_{\text{кз.сист}}$  - мощность КЗ энергосистемы, МВА;

$I_{\text{откл.ном.}}$  - номинальный ток отключения выключателя, кА;

$u_{\text{кз}}$  - напряжение КЗ трансформатора, %;

$x_{\text{р}}$  - сопротивление реактора, Ом;

$r_0, x_0$  - активное и индуктивное сопротивления линии на 1 км длины;

$l$  - длина линии, км;

$X_d$  - сверхпереходное индуктивное сопротивление генератора;

$U_{\text{ср}}$  - среднее напряжение в месте установки данного элемента, кВ.

## 5.1 Пример расчета

Задача 1. Для схемы электроснабжения цеховой подстанции (рис. 5.2) требуется составить схему замещения для расчета токов КЗ; определить сопротивления элементов схемы электроснабжения; наметить и обозначить на расчетной схеме и схеме замещения точки расчета токов КЗ; определить токи КЗ и составить «сводную ведомость токов КЗ».

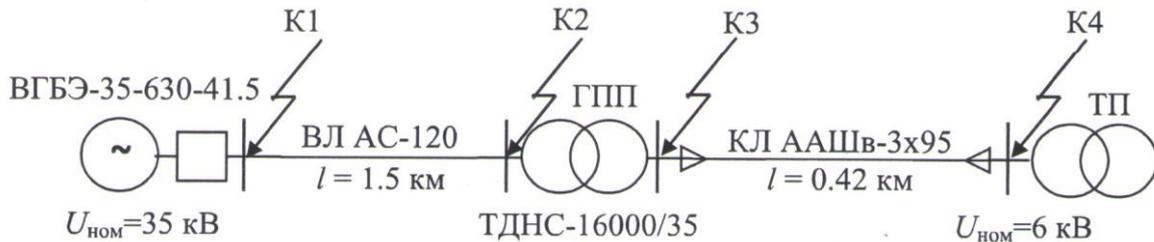


Рисунок 5.2 - Расчетная схема распределительной сети

### Определение сопротивлений

На подстанции энергосистемы установлен выключатель высокого напряжения ВГБЭ-35-630-41,5 с номинальным током отключения КЗ  $I_{\text{откл.ном}} = 41,5$  кА.

Принимаем  $U_{\text{ср.ном}} = 37$  кВ.

Определяем мощность КЗ системы;

$$S_{\text{кз.сист}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{ср.ном}} \cdot I_{\text{откл.ном}} = \sqrt{3} \cdot 37 \cdot 41,5 = 2660 \text{ МВА.}$$

Расчет ведем в относительных единицах. Производим расчёт сопротивлений сети, принимая базисную мощность  $S_{\text{б}} = 100$  МВА.

1. Сопротивление энергосистемы:

$$x_{\text{сист}} = \frac{S_{\text{б}}}{S_{\text{кз.сист}}} = \frac{100}{2660} = 0,038;$$

2. Сопротивление воздушной линии 35 кВ:

$$r_{\text{вл}} = \frac{r_0 \cdot l \cdot S_{\text{б}}}{U_{\text{ср.ном}}^2} = \frac{0,27 \cdot 1,5 \cdot 100}{37^2} = 0,03;$$

$$x_{\text{вл}} = \frac{x_0 \cdot l \cdot S_{\text{б}}}{U_{\text{ср.ном}}^2} = \frac{0,309 \cdot 1,5 \cdot 100}{37^2} = 0,034,$$

где:  $l = 1,5$  км - длина воздушной линии;

$U_{\text{ср.ном}}$  = базисное напряжение данной ступени трансформации, кВ;

$r_0 = 0,27$  Ом/км - активное сопротивление провода АС-120 (табл. 1.6, [9]);

$x_0 = 0,309$  Ом/км - индуктивное сопротивление провода АС-120 (табл. 1.11, [9]).

### 3. Сопротивление трансформатора ТДНС-16000/35 кВА:

$$x = \frac{u_{\text{кз}} \%}{100} \cdot \frac{S_{\text{б}}}{S_{\text{ном.тр}}} = \frac{10,5}{100} \cdot \frac{100}{16} = 0,656.$$

Активным сопротивлением пренебрегаем, так как трансформатор большой мощности.

где  $S_{\text{ном.тр}} = 16$  МВА - номинальная мощность трансформатора;

$u_{\text{кз}} = 10,5\%$  - напряжение короткого замыкания трансформатора;

### 4. Сопротивление кабельной линии:

$$r_{\text{кл}} = \frac{r_0 \cdot l \cdot S_{\text{б}}}{U_{\text{ср.ном}}^2} = \frac{0,329 \cdot 0,42 \cdot 100}{6,3^2} = 0,348;$$

$$x_{\text{кл}} = \frac{x_0 \cdot l \cdot S_{\text{б}}}{U_{\text{ср.ном}}^2} = \frac{0,0602 \cdot 0,42 \cdot 100}{6,3^2} = 0,064,$$

где:  $l = 0,42$  км - длина кабельной линии;

$U_{\text{ср.ном}} = 6,3$  кВ - базисное напряжение данной ступени трансформации;

$r_0 = 0,329$  Ом/км - активное сопротивление кабеля ААШВ-(3х95) (табл. 1.6, [9]);

$x_0 = 0,0602$  Ом/км - индуктивное сопротивление кабеля ААШВ-(3х95) (табл. 1.5, [9]).

Составляем схему замещения - рис. 6.3.

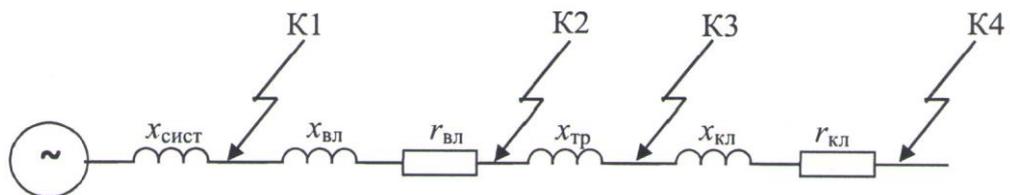


Рисунок 4.3-Схема замещения участка распределительной сети

### Расчет токов КЗ

В сетях среднего напряжения (6-35кВ) в России применяют изолированную нейтраль. Ток однофазного замыкания на землю в таких сетях невелик, его величина определяется емкостью линии (зависит от напряжения, длины и типа линии), и этот режим не является аварийным. Соответственно, рассчитывать токи однофазного КЗ в сетях среднего напряжения нет необходимости.

Ток двухфазного КЗ легко определяется по рассчитанному току трехфазного:

$$I_{\text{кз}}^{(2)} = \frac{\sqrt{3}}{2} I_{\text{кз}}^{(3)} = 0,87 I_{\text{кз}}^{(3)}.$$

Ток трехфазного КЗ определяется по формуле:

$$I_{\text{кз}}^{(3)} = \frac{U_{\text{ср.ном}}}{\sqrt{3} Z_{\text{рез}}}, \text{кА},$$

где  $Z_{\text{рез}}$  - полное сопротивление до точки КЗ, Ом.

При расчете в системе относительных единиц сначала находят базисный ток КЗ на рассматриваемой ступени трансформации:

$$I_{\text{б}} = \frac{S_{\text{б}}}{\sqrt{3} U_{\text{ср.ном}}}, \text{кА},$$

а затем определяют реальное значение периодической составляющей тока КЗ:

$$I_{\text{кз}}^{(3)} = \frac{I_{\text{б}}}{Z_{\text{рез}}}, \text{кА}.$$

Будем определять токи трехфазного КЗ по намеченным точкам.

Точка К1:

$$I_{\text{б}} = \frac{100}{\sqrt{3} \cdot 37} = 1,56 \text{ кА};$$

$$I_{\text{кз}}^{(3)} = \frac{1,56}{0,038} = 41,05 \text{ кА};$$

$$Z_{\text{рез}} = x_{\text{сист}} = 0,038.$$

Ударный ток КЗ

$$i_{\text{уд}} = \sqrt{2} k_{\text{уд}} \cdot I_{\text{кз}}^{(3)} = \sqrt{2} \cdot 1,8 \cdot 41,05 = 104,5 \text{ кА};$$

$$k_{\text{уд}} = 1,8 \text{ по таблице 1.1 [9].}$$

Точка К2:

$$I_6 = \frac{100}{\sqrt{3} \cdot 37} = 1,56 \text{ кА};$$

$$I_{\text{кз}}^{(3)} = \frac{1,56}{0,078} = 20 \text{ кА};$$

$$Z_{\text{рез}} = \sqrt{(x_{\text{сист}} + x_{\text{вл}})^2 + (r_{\text{вл}})^2} = \sqrt{(0,038 + 0,034)^2 + (0,03)^2} = 0,078.$$

Ударный ток КЗ

$$i_{\text{уд}} = \sqrt{2} k_{\text{уд}} \cdot I_{\text{кз}}^{(3)} = \sqrt{2} \cdot 1,8 \cdot 20 = 50,91 \text{ кА};$$

$$k_{\text{уд}} = 1,8 \text{ по таблице 1.1 [9].}$$

Точка К3:

$$I_6 = \frac{100}{\sqrt{3} \cdot 6,3} = 9,16 \text{ кА};$$

$$I_{\text{кз}}^{(3)} = \frac{9,16}{0,729} = 12,57 \text{ кА};$$

$$Z_{\text{рез}} = \sqrt{(x_{\text{сист}} + x_{\text{вл}} + x_{\text{тр}})^2 + (r_{\text{вл}})^2} = \sqrt{(0,038 + 0,034 + 0,656)^2 + (0,03)^2} = 0,729.$$

Ударный ток КЗ

$$i_{\text{уд}} = \sqrt{2} k_{\text{уд}} \cdot I_{\text{кз}}^{(3)} = \sqrt{2} \cdot 1,8 \cdot 12,57 = 31,99 \text{ кА};$$

$$k_{\text{уд}} = 1,8 \text{ по таблице 1.1 [9].}$$

Точка К4:

$$I_6 = \frac{100}{\sqrt{3} \cdot 6,3} = 9,16 \text{ кА};$$

$$I_{\text{кз}}^{(3)} = \frac{9,16}{0,876} = 10,46 \text{ кА};$$

$$Z_{\text{рез}} = \sqrt{(x_{\text{сист}} + x_{\text{вл}} + x_{\text{тр}} + x_{\text{кл}})^2 + (r_{\text{вл}} + r_{\text{кл}})^2} = \sqrt{(0,038 + 0,034 + 0,656 + 0,064)^2 + (0,03 + 0,348)^2} = 0,876.$$

Ударный ток КЗ

$$i_{\text{уд}} = \sqrt{2} k_{\text{уд}} \cdot I_{\text{кз}}^{(3)} = \sqrt{2} \cdot 1,8 \cdot 10,46 = 26,83 \text{ кА};$$

$$k_{\text{уд}} = 1,8 \text{ по таблице 1.1 [9].}$$

Сводная ведомость токов КЗ

Расчетные точки		К1	К2	К3	К4
Токи КЗ, кА	$I_{\text{кз}}^{(3)}$	41,05	20,0	12,57	10,46
	$i_{\text{уд}}$	104,5	50,91	31,99	26,83

## Задача 2. Пример построения модели СЭС

СЭС можно представить как сложную систему, состоящую из множества элементов – единиц электрооборудования, которые характеризуются набором эксплуатационных параметров  $\Theta$ , которые могут изменяться. Одной из причин разброса параметров является процесс старения, который имеет, как правило, монотонный характер и обычно возрастает с течением времени или повторением возмущающих воздействий. При задании допусков на разброс параметров оборудования имеется некоторая избыточность в оценке работоспособного состояния, которая в ряде случаев может быть нерациональной. Она тем больше, чем больше у него параметров [1,2]. Может возникнуть ситуация, когда параметры оборудования находятся вне допусковой области, но внутри границ работоспособного состояния. В этом случае часто имеется возможность продолжать использовать устройство, тем самым экономя материальные и временные ресурсы.

Выделим три области значений эксплуатационных параметров и введем состояния электрооборудования:

– ЭО, исправно, если значение его параметров находится в пределах контрольной области, т.е.  $h \in [h_0, h_k)$ , где  $h_0, h_k$  – номинальное и контрольное значения параметра  $\Theta$  соответственно,  $h$  – его величина.

– ЭО работает с дефектом по 1-му параметру (неисправно, но работоспособно), если его величина превысила контрольное значение, но находится в пределах поля допуска, установленной технической документацией, т.е.  $h \in [h_k, h_T)$ , где  $h_T$  – граница поля допуска.

– ЭО отказало по 1-му параметру (неработоспособно), если его значение превысило границу поля допуска.

Рассмотрение промежуточного состояния между нормой и отказом необходимо при решении задачи определения возможности внедрения диагностического контроля на постоянной основе, чтобы оценить степень его влияния на надежность СЭС. Одной из важнейших характеристик процесса диагностирования является период его проведения  $T_d$  [3].

Введя состояния, в которых могут находиться электрооборудование и система электроснабжения, перейдем к построению математической модели функционирования СЭС.

### Разработка модели

Реальный процесс функционирования СЭС характеризуется тем, что переход из одного состояния в другое в общем случае возможен в любой случайный момент времени. При этом выбор значения периода диагностирования  $T_d$  влияет на комплексные показатели надежности СЭС – коэффициент готовности и коэффициент технического использования. На начальном этапе определения зависимости показателей надежности от периода диагностирования необходимо построить графическую и математическую модели функционирования СЭС.

Введем понятия, отражающие степень воздействия персонала, эксплуатирующего электроустановки, на СЭС в зависимости от технического состояния электрооборудования. Процесс диагностирования ЭО состоит в том, что периодически через временной интервал  $T_d$  контролируется значение определяющего параметра, характеризующего приближение ЭО к отказу или появлению дефекта. Будем считать, что плановое диагностирование (Д) проводится при отсутствии отказа или дефекта. Если же ЭО отказало или в нем появился дефект, причем отказ и появление дефекта обнаруживаются обслуживающим персоналом, то проводится аварийный ремонт (АР) или текущий ремонт (ТР) соответственно. Следующее диагностирование назначается через период  $T_d$  после их устранения. Предполагается, что АР и ТР полностью восстанавливают ЭО.

Зададим характеристику, отражающую квалификацию обслуживающего персонала и технический уровень аппаратуры диагностирования. Обозначим через  $\alpha$  вероятность того, что по результатам технического диагностирования не будет назначен ремонт, причем в общем случае  $0 < \alpha \leq 1$ . Если дефект при проверке не обнаруживается, то ЭО в течение времени  $T_d$ , т.е. до следующего диагностирования, рассматривается персоналом как исправное.

Наиболее полно и целесообразно процесс функционирования СЭС описать с использованием аппарата полумарковских случайных процессов. Рассмотрим марковскую однородную стратегию обслуживания [4]. При длительной эксплуатации системы такая стратегия обслуживания вносит устойчивость, удобна при планировании работ при проведении диагностирования.

Перейдем к формальному построению модели. С учетом выделенных состояний оборудования и воздействия на нее обслуживающего персонала множество состояний  $S$  для СЭС включает следующие элементы:

- $S_1$  – СЭС находится в состоянии исправной работы;
- $S_2$  – ЭО диагностируется, находясь в неисправном состоянии. При обнаружении дефекта ЭО принимается решение о необходимости проведения текущего ремонта СЭС;
- $S_3$  – СЭС отказала, проводится аварийный ремонт;
- $S_4$  – ЭО диагностируется, находясь в исправном состоянии;
- $S_5$  – в СЭС проводится текущий ремонт;
- $S_6$  – СЭС работает при наличии дефекта.

Схема смены состояний СЭС приведена в виде графа, изображенного на рис. 1. На графе случайное время перехода из состояния в состояние обозначено греческой буквой  $t$ , а детерминированное – латинскими буквами  $t$  или  $T$ .

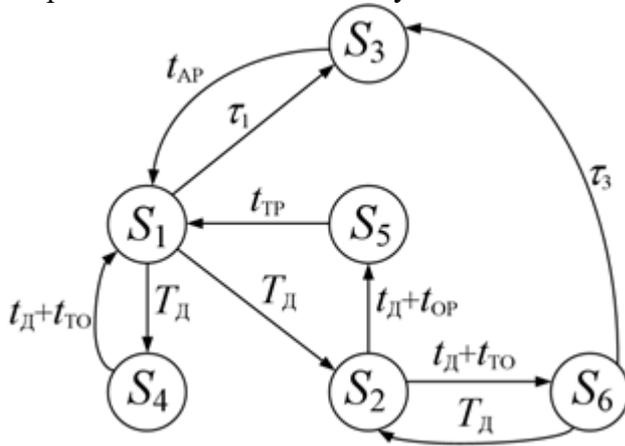


Рисунок 6.3 - Ориентированный граф смены состояний СЭС в процессе его эксплуатации

В соответствии с принятыми состояниями предполагается, что заданы:

$$\bar{F} = \{F_1(t), F_2(t), F_3(t)\}$$

– вектор функций, определяющих надежность СЭС, где  $F_1(t)$  – функция распределения времени безотказной работы,  $F_1(t) = 1 - P_1(t)$ , где  $P_1(t)$  – вероятность того, что за время  $\tau \geq t$  не возник отказ;  $F_2(t)$  – функция распределения времени, в течение которого не возник дефект,  $F_2(t) = 1 - P_2(t)$ , где  $P_2(t)$  – вероятность того, что дефект не появился за время  $\tau \geq t$ ;  $F_3(t)$  – функция распределения времени безотказной работы ЭО с дефектом (неисправного ЭО),  $F_3(t) = 1 - P_3(t)$ ,  $P_3(t)$  – вероятность того, что за время  $\tau \geq t$  не наступил отказ неисправного ЭО.

$$\bar{R} = \{\alpha, t_д, t_{то}, t_{ор}, t_{тр}, t_{ар}\}$$

А также где  $\alpha$  – вероятность того, что по результатам технического диагностирования не будет назначен ремонт ЭО;

$t_д, t_{то}, t_{ор}, t_{тр}, t_{ар}$  – средние времена продолжительности диагностирования, технического обслуживания, ожидания ремонта, текущего и аварийного ремонтов соответственно.

Указанные предпосылки позволяют выбрать управляемый полумарковский дискретный случайный процесс  $\{\eta(t), t \geq 0\}$  [4, 5] в качестве модели функционирования СЭС, при ди-

агностировании ЭО, где  $h(t) = S_i$  означает, что в момент времени  $t$  процесс находится в состоянии  $S_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$ . На рис. 2 представлена часть одной из возможных реализаций процесса  $h(t)$ .

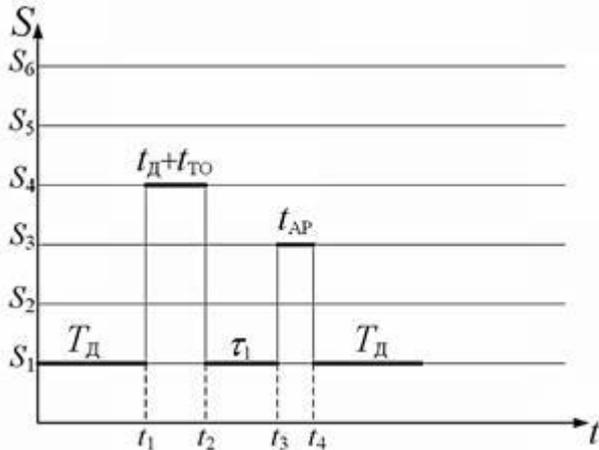


Рисунок 2 - Пример реализации полумарковского процесса

Задача определения показателей надежности с помощью разработанной модели может быть решена через определение средней доли времени пребывания процесса  $h(t)$  в каждом из состояний  $S_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$ . Напрямую из процесса  $h(t)$  найти эти характеристики не представляется возможным, поэтому для их определения используем метод вложенных цепей Маркова [6].

Матрица переходов для цепи Маркова  $\{\eta(t)\}$ , соответствующая графу, изображенному на рис. 1, имеет вид:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & (1-F_1) \cdot F_2 & F_1 & (1-F_1) \cdot (1-F_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\alpha & \alpha \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-F_3 & F_3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Отметим, что в (1) аргумент  $T_d$  в функциях распределений  $F_1, F_2, F_3$  опущен с целью упрощения записи матрицы.

Для цепи  $\{\eta(t)\}$  с матрицей переходных вероятностей (1) существует единственное стационарное предельное распределение вероятностей (финальные вероятности).

$$\bar{\pi} = \{\pi_1(T_d), \pi_1(T_d), \dots, \pi_6(T_d)\},$$

не зависящее от распределения вероятностей начального состояния, являющееся решением системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} \bar{\pi} = \bar{\pi} P_f(t); \\ \sum_{i=1}^6 \pi_i(T_d) = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Финальные вероятности цепи Маркова для графа, описывающего функционирование СЭС, используя матрицу (1) и систему уравнений (2) в координатной форме, имеют следующий вид:

$$\pi_1 = C_1 / C_2 \quad (3)$$

где  $C_1 = 1 - \alpha(1 - F_3(T_n))$ ;  $C_2 = 2(1 - \alpha(1 - F_2(T_n)) + F_2(T_n)(1 - \alpha)(1 - F_1(T_n)))$ .

$$\pi_2 = \frac{(1 - F_1(T_n))F_2(T_n)}{C_2}, \quad (4)$$

$$\pi_3 = \frac{F_1(T_n)C_1 + \alpha(1 - F_1(T_n))F_2(T_n)F_3(T_n)}{C_2} \quad (5)$$

$$\pi_4 = \frac{(1 - F_1(T_n))(1 - F_2(T_n))C_1}{C_2} \quad (6)$$

$$\pi_5 = \frac{(1 - \alpha)(1 - F_1(T_n))F_2(T_n)}{C_2} \quad (7)$$

$$\pi_6 = \frac{\alpha(1 - F_1(T_n))F_2(T_n)}{C_2} \quad (8)$$

**Вывод:** Построена полумарковская модель функционирования СЭС, которая в моменты времени, соответствующие смене состояний СЭС, является однородной цепью Маркова, вложенной в процесс  $h(t)$ .

Модель включает в себя: ориентированный граф состояний и переходов электрооборудования, изображенный на рис. 1, матрицу вероятностных переходов (1), а также формулы вероятности переходов из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ , (3-8). Адекватность модели подтверждается использованием апробированного математического аппарата.

Внедрение современных методов и средств диагностирования электрооборудования в процесс эксплуатации СЭС с целью повышения их надежности требует обоснования эффективности их использования. Разработанная математическая модель функционирования СЭС и полученные с ее помощью выражения финальных вероятностей можно использовать для определения показателей надежности систем электроснабжения, обеспечивающих как выполнение задач по обеспечению обороноспособности страны, так и безопасности функционирования сложных технологических производств.

## Темы рефератов

1. Уравнение элементов электроэнергетической системы. Пример составления системы переходных процессов в явнополюсном синхронном генераторе.
2. Уравнение элементов электроэнергетической системы. Пример составления системы переходных процессов в асинхронном двигателе.
3. Классификация электрических режимов. Составить уравнения, характеризующие электромагнитные переходные процессы в двух обмоточном трансформаторе.
4. Порядок расчетов при определении параметров элементов электроэнергетической системы. Привести пример одноцепной воздушной линии 6кВ.
5. Порядок расчетов при определении параметров элементов электроэнергетической системы.
6. Модель расчетной схемы электроэнергетической системы. Привести пример: составить схему замещения и определить ее параметры.
7. Порядок расчета режимов простейших замкнутых сетей. Привести пример.
8. Выбор средств регулирования напряжения и компенсации реактивной мощности. Привести пример модели.
9. Решение линейных уравнений установившегося режима прямыми методами. Привести пример модели.
10. Порядок составления линейных уравнений установившегося режима электрической системы.
11. Расчет электроэнергетических режимов. Методы расчета установившихся режимов. Уравнения режимов.
12. Частные случаи расчета режимов электрических сетей. Численные методы решения уравнений электрического режима.
13. Оптимизация режимов электрических систем. Задачи оптимизации. Методы оптимизации.
14. Оптимизация распределения активных мощностей между электростанциями. Оптимизация режима электрической сети по напряжению, реактивной мощности и коэффициентам трансформации.
15. Основы управления режимами электрических систем.
16. Составление (модель) расчетной схемы электрической системы.
17. Расчеты параметров симметричных установившихся режимов. Общие положения. Расчет режимов простейших замкнутых сетей.
18. Выбор средств регулирования и компенсации реактивной мощности. Привести пример.
19. Расчёты установившихся режимов сложных электрических систем. Составление линейных уравнений установившегося режима электрической системы.
20. Решение линейных уравнений установившегося режима электрической системы прямыми методами.
21. Экономические интервалы. Экономические интервалы мощности.
22. Экономические интервалы. Экономические интервалы времени и выбор сечения проводов с учетом роста нагрузки.
23. Динамические свойства регулируемой электрической системы. Качественные особенности динамических свойств электрической системы.

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Гиршин С.С., Шукин О.С., Киргизов А.А. Электропитающие системы и электрические сети: конспект лекций. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2006. 88 с.
2. Расчет режимов электрических сетей: метод. указания к самостоятельной работе / сост. С.С. Гиршин, Л.В. Владимиров. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2010. 15 с.
3. Маркушевич Н.С. Регулирование напряжения и экономия электроэнергии. М.: Энергоатомиздат, 1984. 104 с.
4. Вишняков Е.П., Авсеенко А.И., Шуневич Н.А. Модель функционирования системы электроснабжения сложных объектов // Современные проблемы науки и образования. 2015.

Введение	3
1. Общие сведения режимов электрических систем	4
1.1 Классификация режимов	6
1.2 Модели систем электроснабжения	7
1.3 Модель электрической системы с узлом комплексной нагрузки	7
2 Расчет электроэнергетических режимов	8
2.1 Методы расчета установившихся режимов	9
2.1.1 Уравнения режимов	9
2.2 Применение алгебры матриц для расчета режимов	11
2.3 Частные случаи расчета режимов электрических сетей	13
2.4 Численные методы решения уравнений режима	15
2.4.1 Общие положения	15
2.4.2 Метод Зейделя	16
2.4.3 Метод Ньютона	17
2.4.4 Модификация метода Ньютона	20
2.5 Алгоритмизация методов расчета режимов	22
2.6 Учет слабой заполненности матрицы узловых проводимостей	24
2.7 Существование, единственность и устойчивость решения уравнений режима	26
2.8. Сходимость итерационного процесса	26
2.9. Особые режимы электрических систем	
2.9.1. Расчет несимметричных режимов методом фазных координат	29
2.9.2. Расчет несимметричных режимов методом симметричных составляющих	29
2.9.3 Расчет неполнофазных режимов	31
2.9.4 Расчет несинусоидальных режимов	33
3. Оптимизация режимов	35
3.1. Общие положения	38
3.2 Методы оптимизации	38
3.3. Оптимизация распределения активных мощностей между электростанциями	40
3.4. Оптимизация режима электрической сети по напряжению, реактивной мощности и коэффициентам трансформации	41
3.5. Краткая характеристика других задач оптимизации	43
4. Основы управления режимами электрических систем.	45
5. Варианты индивидуального задания и пример выполнения ИЗ	56
Примерные темы рефератов	57
Библиографический список	58

Учебное издание

Широбокова Ольга Евгеньевна

# Модели и методы в расчетах систем электроснабжения

учебно-методическое пособие  
для магистров, направления подготовки  
13.04.02 - «Электроэнергетика и электротехника»,  
очной и заочной формы обучения

Редактор Осипова Е.Н.

---

Подписано к печати 09.07.2019 г. Формат 60x84 1/16.  
Бумага офсетная. Усл. п. л. 3,51. Тираж 25 экз. Изд. 6416.

---

Издательство Брянской государственной сельскохозяйственной академии.  
243365 Брянская обл., Выгоничский район, с. Кокино, Брянский ГАУ