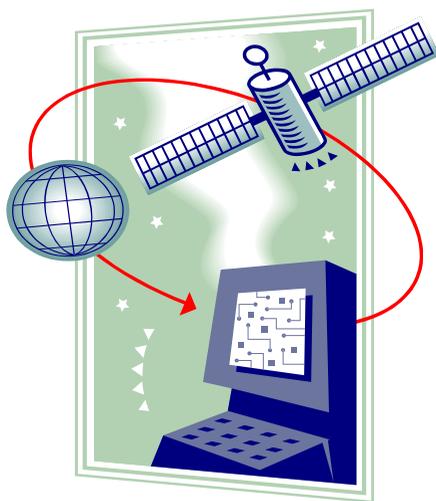


МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ

ФГБОУ ВПО «БРЯНСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ  
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

**В.А. Погонышев, П.И. Кравцов,  
В.В. Логунов**

# **ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ** (ВВЕДЕНИЕ В ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ)



**для студентов сельскохозяйственных вузов  
агроинженерных специальностей**

Брянск  
2014

УДК 621.317.7 (07)

ББК 34.9:22.3

П 43

Погонышев, В.А. **Погрешности измерительных приборов.** / В.А. Погонышев, П.И. Кравцов, В.В. Логунов. - Брянск.: Издательство Брянской ГСХА, 2014. – 42 с.

Учебное пособие представляет собой введение в лабораторный практикум по физике в соответствии с рабочей программой для бакалавров по направлению подготовки 110800 - «Агроинженерия» для высших учебных заведений.

**Рецензенты:**

д.пед.н., профессор, декан физико-математического факультета Брянского государственного университета В.И. Горбачёв  
канд. техн. наук, доцент В.А. Безик (БГСХА)

*Рекомендовано к изданию методической комиссией факультета энергетики и природопользования Брянской государственной сельскохозяйственной академии, протокол №2 от 17 марта 2014 года.*

© Брянск ГСХА, 2014

© Коллектив авторов, 2014

## Глава 1. Теоретические основы измерения погрешностей

### 1.1. Понятие погрешности измерений. Виды погрешностей

**Измерить** какую-либо физическую величину это значит сравнить её с другой однородной физической величиной принятой за единицу. Нужно заметить, что никакое измерение не может быть абсолютно точным в силу многих причин: остроты зрения, аккуратности при измерении, точности приборов, метода измерения. Поэтому проведение любых измерений требует не только определения значения измеренной величины, но и оценки точности этого измерения. Это справедливо для любых видов измерений. При этом учитывается способ получения численного значения измеряемой величины (прямые и косвенные измерения).

*Прямыми измерениями называют измерения, заключающиеся в экспериментальном сравнении измеряемой величины с единицей измерения её.* Примеры прямых измерений - измерения длины линейкой, температуры термометром, напряжения вольтметром и т. д.

*Косвенные измерения - определяют на основе расчётов измеряемой величины, основывающихся на прямых измерениях и известной зависимости между ними.*

Пример косвенных измерений - определение плотности по измеренной массе и объёму тела. В этом случае масса и объём измеряются непосредственно весами и линейкой (возможно мензуркой) - это прямые измерения. Плотность затем вычисляется по известной формуле  $\rho = m/V$  - косвенно измерили через непосредственно измеряемые величины.

Даже когда мы пользуемся какими-либо справочными данными, мы определяем не только значение величины, но и точность её задания. Так, например, скорость света равна 299792456,2 м/с и это известно с точностью  $\pm 1,1$  м/с. Также известно, что сила тока опасного для человека около 0,10 А, но это значение *приближённое*. В каждом конкретном случае эта величина изменяется.

Таким образом, ошибка измерения или, более деликатно выражаясь, погрешность показывает, насколько близко измеренное значение к истинному значению. Возможно, указанная величина имеет точное (или истинное) значение. В этом случае имеет место

погрешность, которая является показателем отклонения измеренного значения от его среднего (или истинного) значения.

Различают два **вида погрешностей**:

*Абсолютная погрешность* — максимально допустимая ошибка измерения, выраженная в единицах измеряемой величины.

*Относительная погрешность* — есть отношение абсолютной погрешности к среднему значению измеряемой величины.

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{X_{cp}} \cdot 100\%$$

Относительная погрешность измеряется либо в долях единицы измерения конкретной величины, либо в процентах.

Заметим, что *абсолютную и относительную погрешности округляют всегда в большую сторону*.

Относительная погрешность числа тесно связана с количеством *верных значащих цифр* в его десятичной записи. *Значащими цифрами называются все цифры числа, кроме нулей, стоящих впереди числа*. Например, в числах 13,908; 0,0203; 10,90 значащих цифр соответственно: 5, 3, 4.

Приближённые числа принято записывать так, чтобы все его значащие цифры были верными. При этом придерживаются следующего *правила округления*: если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то предыдущую цифру оставляют без изменения, и последнюю из оставшихся цифр увеличивают на единицу, если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5.

Ориентировочно можно считать, что *наличие только одного верного знака приближённого числа соответствует его относительной ошибке более 11%, двух верных знаков - относительной ошибке более 1%, трёх верных знаков - относительной ошибке более 0,1% и т.д.* Поэтому в результате следует оставлять не менее двух значащих цифр.

*При косвенных измерениях абсолютная погрешность  $\Delta(a + b)$  суммы  $(a + b)$  равна сумме абсолютных погрешностей слагаемых:*

$$\Delta(a + b) = \Delta a + \Delta b$$

Таким образом, *при сложении любых двух приближенных чисел их абсолютные ошибки складываются*. Очевидно, что это свойство справедливо и для большего числа слагаемых - трех, четырех и т.д.

Отметим, что *абсолютные ошибки складываются и при вычитании чисел*.

Находим:  $\Delta(a - b) = \Delta((a + (-b))) = \Delta a + \Delta(-b) = \Delta a + \Delta b$ , т.к. уменьшаемое может быть измерено с ошибкой в большую сторону, а вычитаемое — в меньшую, тогда «минус» на «минус» даёт «плюс» и ошибки также складываются.

## **1.2. Правила округления и погрешности косвенных измерений**

*При сложении или вычитании приближённых чисел результат следует округлить по минимальному числу их десятичных знаков.*

Рассмотрим пример. Пусть  $a = 143,1$  и  $b = 5,472$  - приближённые числа.

$$a + b = 143,1 + 5,472 = 148,572 \approx 148,6.$$

*Относительная погрешность произведения двух чисел равна сумме относительных погрешностей сомножителей.*

$\varepsilon_{ab} = \varepsilon_a + \varepsilon_b$ , а абсолютная погрешность произведения

$$\Delta(ab) = ab(\varepsilon_a + \varepsilon_b);$$

Отметим, что всё, что здесь сказано относительно умножения приближённых чисел, верно и относительно их деления, так как деление всегда можно представить в виде умножения.

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b} = a \cdot c, \text{ где } c = \frac{1}{b} - \text{число, обратное числу } b.$$

*При умножении или делении приближённых чисел результат следует округлять по минимальному числу значащих цифр.*

Пример. Найти произведение  $ab$  приближённых чисел  $a = 2,4$  ;  $b = 0,03016$ .

Решение. Перемножая непосредственно (на калькуляторе) эти числа, находим:  $ab = 0,072384$ . Из полученных пяти значащих цифр в этом произведении верными являются не более двух, так как наименьшее число значащих цифр имеет множитель  $a = 2,4$ . Поэтому имеем окончательно:  $ab = 0,072$ .

При проведении измерений рекомендуем использовать **метод Корнфельда**, т. к. он является наиболее простым с точки зрения вычисления и также теоретически обоснованным, как и все другие методы (например, метод Стьюдента).

Для этого выберем из полученных значений максимальное и минимальное:  $X_{\max}$  и  $X_{\min}$  и только с ними работаем:

найдем среднее значение  $X_{cp} = \frac{X_{\max} + X_{\min}}{2}$  ;

найдем абсолютную погрешность  $\Delta X = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2}$  ;

найдем относительную погрешность (по определению)  $\varepsilon = \frac{\Delta X}{X_{cp}} \cdot 100\%$  .

**Окончательный результат (вывод) записывают так:**  $X = X_{cp} \pm \Delta X$  .

Причинами погрешностей являются: несовершенство измерительных приборов; изменение условий измерения (температуры, влажности и т.д.); несовершенство метода измерения; субъективные факторы и др.

По закономерностям появления погрешности делят на *систематические, случайные и приборные*.

*Систематической погрешностью* называется погрешность измерения, которая заложена в системе или методике и остаётся постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях одной и той же величины.

Систематические погрешности можно обнаружить, лишь применив другие, более точные, средства измерения или другую методику измерения. Обнаруженная систематическая погрешность должна быть исключена из результатов, а не оценивать её.

### Пример 1

Лабораторная работа. Определение ускорения свободного падения.

**Цель работы:** Изучение ускоренного движения под действием силы тяжести. Экспериментальное определение ускорения свободного падения.

**Приборы и принадлежности:** 1 - секундомер; 2 - блок питания; 3 - держатель электромагнита; 4 - выключатель электромагнита; 5 - штатив; 6 - линейка; 7 – выключатель.

#### Порядок выполнения работы.

1. Проведение измерений.

1.1 Приготовьте установку к проведению измерений рис.1.

1.2 Включите в сеть секундомер 1 и блок питания 2.

1.3 Измерьте расстояние от подвешенного к электромагниту тела до планки выключателя. Занесите это расстояние в таблицу.

1.4 Установите секундомер на «0» и выключите электромагнит. Тело должно упасть и выключить выключатель.

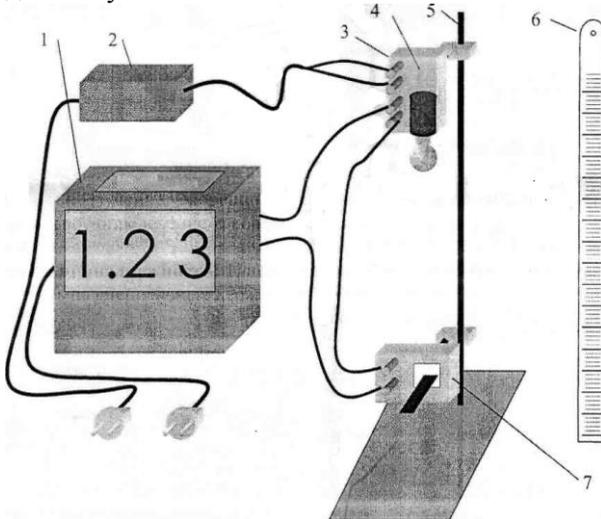


Рис. 1. Схема измерения ускорения свободного падения

Занесите время падения тела в таблицу. Повторите опыт ещё четыре раза.

1.5 Измените расстояние между телом и выключателем. Повторите все измерения для нового расстояния.

2. Обработка экспериментальных данных.

2.1 По формуле  $g = \frac{2\ell}{t^2}$  определите ускорение свободного падения для всех десяти измерений.

2.2 Рассчитайте среднее значение ускорения и его погрешность для каждой пятерки.

Таблица 1

№	Расстояние от тела до выключателя, $\ell$ , м	Время падения $t$ , с	Ускорение свободного падения $g$ , $м/с^2$
1	0,384	0,280	9,79
2	0,380	0,278	9,83
3	0,383	0,285	9,80
4	...	...	...
5	...	...	...
Среднее значение ускорения $g_{\text{ср}}$ , $м/с^2$ $\frac{9,83+9,79}{2}$			9,81
Ошибка измерения ускорения $\Delta g_{\text{ср}}$ , $м/с^2$ $\frac{9,83-9,79}{2}$			0,02

Результат  $g = (9,81 \pm 0,02) м/с^2, \varepsilon = 1\%$

**Контрольные вопросы**

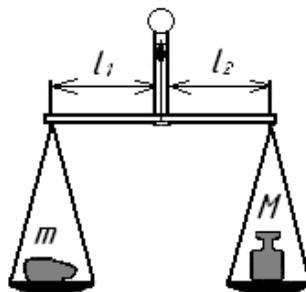
1. Дайте определения пути, траектории, перемещения.
2. Какие существуют виды движения?
3. Дайте определения скорости и ускорения.
4. Как рассчитать скорость и перемещение при равноускоренном движении?
5. Сформулируйте законы Ньютона.
6. Что такое силы гравитации и какому закону они подчиняются?
7. От чего зависит ускорение свободно падающего тела?

**Пример 2.** Пусть на чашечных весах взвешивается некоторый груз. При этом источником возникновения систематической погрешности может быть, например, неточность установки нулевой отметки (весы не уравновешены). Тогда при каждом взвешивании к результату будет добавляться некоторая систематическая ошибка, равная отклонению стрелки от нулевого деления. Зная это отклонение, систематическую ошибку можно исключить путём её вычитания из результата.

Неточность чашечных весов может быть и из-за неравноплечности весов. Тогда масса измеренного груза  $m$  будет не равна массе гирь на второй чашке весов  $M$ , а будет

$$m = \frac{l_2}{l_1} M,$$

где  $l_1$  - длина плеча со стороны измеряемого груза, а  $l_2$  - со стороны гирь.



*Рис. 2. Схема измерения массы груза*

Эту систематическую погрешность можно устранить введением поправочного коэффициента  $l_1/l_2$ , на который надо будет каждый раз умножать результат для компенсации систематической погрешности. Узнать этот коэффициент, можно взвесив груз известной массы.

Возможен также и другой способ устранения ошибки из-за неравноплечности весов. Надо поменять местами гирю и взвешиваемый груз. Тогда, если  $M_1$  - масса гири уравновесившей груз после перестановки, то

$$m = \frac{l_1}{l_2} M_1.$$

Перемножив это и предыдущее равенства, получим

$$m = \sqrt{M \cdot M_1}.$$

Таким образом, зная источник возникновения, систематической погрешности, её можно устранить.

**Случайная погрешность** - ошибка измерения какой-либо величины не имеющая закономерности своего появления, а меняющаяся случайным образом от одного измерения к другому.

Несмотря на то, что эти погрешности случайны, при проведении большого числа измерений в поведении случайных погрешностей можно найти *статистические* закономерности.

Случайные погрешности проявляются в непохожести всех результатов. Все результаты различны, но группируются около некоторого среднего значения. Кроме того, случайные погрешности вызываются большим количеством таких факторов, эффекты воздействия которых столь незначительны, что их нельзя выделить и учесть в отдельности. Эти погрешности нельзя исключить в каждом конкретном измерении, но их можно учесть при большом количестве измерений используя аппарат теории вероятностей.

Но ведь может случиться такое, что несколько раз производим измерения одной и той же величины и при этом получается одно и то же число, т. е. нет ни систематической, ни случайной погрешности. Например, измеряем длину стола и получаем трижды результат 1,20 м. Как в этом случае оценить погрешность измерений или вычислений? Для этого рассмотрим особенности приборной (инструментальной) погрешности, которые являются, как правило, самыми меньшими величинами по отношению к случайным ошибкам, а тем более по отношению к систематическим погрешностям.

### **1.3. Приборные погрешности**

Измерения и вычисления, производимые в науке, производстве и быту считаются нормальными, если относительная погрешность менее 5%, и только в космосе погрешность 5% не допустима.

Каждое средство измерения предполагает некоторую точность измерения. *Приборная* (или инструментальная) *погрешность измерения* - погрешность из-за несовершенства средства измерения. Для измерительных приборов погрешности нормируют, т. е.

определяют пределы допускаемой погрешности и условия, при которых обеспечивается заданная погрешность. Всё это приводится в технической документации прибора.

**Пример.** Автоматический тонометр UA-767 имеет погрешность измерения артериального давления не более 3 мм. рт. ст. (абсолютная погрешность) и не более 5% при измерении частоты пульса (относительная погрешность).

Точность приборов может быть самой разной, поэтому для облегчения ориентировки осуществляют классификацию средств измерения по классам точности.

*Класс точности - обобщённая характеристика средств измерения, определяющая допустимые пределы для всех погрешностей этих средств измерений.* Класс точности обычно определяется через относительную погрешность прибора, например 4-й класс, 1-й класс. Число, определяющее класс точности обозначает относительную погрешность в процентах:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_n} \cdot 100\% ,$$

где  $x_n$  - предельное значение измеряемой величины. Оно принимается как

- конечное значение шкалы прибора;
- сумма конечных значений шкалы прибора (если посреди них находится нулевая отметка);
- номинальное значение измеряемой величины (если оно установлено);
- длина шкалы (если конечное значение не определено, например, равно бесконечности).

Относительная погрешность приборов, определяемая классом точности, нормируется на «нормирующее значение измеряемой величины». Однако при отклонении измеряемой величины от него погрешность может существенно отличаться. Обычно погрешность возрастает при уменьшении измеряемой величины. Приведём пример.

**Пример.** Пусть имеется некоторый вольтметр со шкалой от 0 до 100В со 100 делениями на шкале. Отсчитываемые человеком показания гарантируются с точностью до 0,5В. Если по этому

вольтметру отсчитано 67В, то на самом деле это где-то от 66,5 до 67,5В. Допустим, что вольтметр показывает напряжение точно. Значит, абсолютная погрешность одного измерения равна 0,5В. Так как шкала имеет деления от 0 до 100В, то в качестве нормирующей величины для класса точности принимается конечное значение шкалы, т. е. 100В. Значит относительная нормированная погрешность этого вольтметра:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_n} \cdot 100 = \frac{0,5}{100} \cdot 100 = 0,5$$

и его класс точности - 0,5. Эта величина показывает «качество измерительного прибора» и позволяет сравнивать его с другими вольтметрами.

Однако на самом деле относительная погрешность нашего измерения будет другой:

$$\varepsilon = \frac{0,5}{67} \cdot 100 = 0,75$$

При измерении малых напряжений абсолютная погрешность может ещё более существенно возрасти, например при отсчёте 9В относительная погрешность будет уже 5,6%:

$$\varepsilon = \frac{0,5}{9} \cdot 100 = 5,6$$

Из приведённого примера следует, что при проведении измерений следует стремиться к тому, чтобы измеряемое значение было близко к номинальному. Этого можно достичь применяя соответствующие средства измерения или путём использования многопредельных приборов. Например напряжение измеряется вольтметром с пределами измерения 0,1В, 1В, 10В и 100В. Измеряемое значение напряжения около 7В (его следует оценить на наибольшем пределе измерений - 100В). Логично измерять такую величину напряжения на пределе измерения 10В. При этом прибор не «зашкалит» и будет достигнута максимально возможная точность.

Таким образом, если при измерениях получается одно и то же значение, то пользуются классом точности прибора, а если класс точности на приборе не указан, то берут абсолютную погрешность равной половине цены деления прибора. А чтобы уменьшить приборную погрешность, стараются пользоваться так прибором, чтобы измеряемая величина составляла около 75% от максимальной величины измерения этим прибором.

#### *1.4. Случайные погрешности*

Закономерности появления случайных погрешностей проявляются лишь при большом количестве проведённых измерений. Они вызываются большим количеством факторов, воздействие которых незначительно или невозможно учесть в каждом конкретном случае. Исключить влияние случайных ошибок можно лишь на основе достаточно большого количества измерений.

Несмотря на то, что невозможно точно прогнозировать случайную погрешность при каждом измерении, всё же можно выявить ряд закономерностей в их поведении.

*Свойства случайных погрешностей:*

1. Случайные погрешности не могут превосходить по абсолютной величине определённого предела, зависящего от условий измерения, личных качеств оператора, внешних условий и т. д.

2. Положительные и отрицательные случайные погрешности встречаются примерно одинаково часто. Поэтому при большом количестве измерений среднее арифметическое из случайных погрешностей стремиться к нулю при увеличении числа измерений

$$\left( \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0 \right).$$

3. Чем больше случайная погрешность по абсолютной величине, тем реже она встречается.

Пусть  $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$  - значения некоторой величины  $X$ , измеренные в  $n$  опытах, а  $x_{ист}$  - истинное значение измеряемой величины. Далее, пусть систематическая погрешность равна нулю. Тогда

$$\Delta x_i = x_i - x_{ист}$$

$$\Delta x_2 = x_2 - x_{уст}$$

$$\Delta x_3 = x_3 - x_{уст}$$

$$\Delta x_n = x_n - x_{уст}$$

- случайные погрешности отдельных измерений.

Сложим эти равенства. Получится

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = \sum_{i=1}^n x_i - nx_{уст}$$

Выразим из этого равенства истинное значение  $x_{уст}$  :

$$x_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i}{n}$$

Согласно второму свойству случайной погрешности второе слагаемое левой части стремится к нулю при большом количестве измерений, т.е.

при  $n \rightarrow \infty$ . Если обозначить первое слагаемое (среднее арифметическое измерений) как

$$X_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3)$$

Это равенство верно при  $n \rightarrow \infty$ , но им пользуются и при небольших  $n$ .

После проведения измерений важно не только показать, чему равна искомая величина, но и указать точность, с которой найдено это значение.

Для оценки точности измерений можно применить величину погрешности  $\Delta x_i$ . Однако она различна для различных измерений, а её среднее значение и вовсе близко к нулю и не отражает реальной ошибки отдельных измерений. Более того, действительное значение погрешности вообще неизвестно, так как неизвестно истинное значение измеряемой величины.

Обойти указанные трудности можно воспользовавшись тем, что при больших  $n$  среднее значение величины  $\bar{x}$  близко к истинному значению этой величины  $x_{ист}$ . Поэтому отклонения от среднего значения близки к случайным погрешностям:

$$x_i - \bar{x} \approx x_i - x_{ист} .$$

Точность измерений можно было бы оценить по среднему значению погрешности, но оно равно нулю. Для того чтобы случайные погрешности при нахождении среднего не компенсировали друг друга из-за различных знаков, их можно возвести в квадрат, а затем уже находить среднее<sup>1</sup>. *Среднее значение квадрата разности между измеренным значением величины и её средним значением называется дисперсией:*

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2}{n} \quad (4)$$

Так как находится среднее от квадратов разностей, то дисперсия измеряется в единицах измерения величины  $x$  в квадрате, например, если  $x$  — длина, измеряемая в метрах, то её дисперсия измеряется в  $m^2$ . Это не очень удобно и поэтому для характеристики величины ошибки часто используют корень из дисперсии — *среднеквадратическое отклонение.*

*Среднеквадратическое отклонение есть корень из дисперсии:*

$$\sigma = \sqrt{D} \quad (5)$$

Его единицы измерения совпадают с единицами измерения измеряемой величины.

---

<sup>1</sup> Возможно не только возведение в квадрат, но и взятие модуля, возведение в четную степень и т. п.

### 1.5. Распределение, группировка случайных ошибок измерений

При рассмотрении большого количества ошибок какого-либо измерения обнаруживаются некоторые, так называемые статистические, закономерности. Оказывается, что доля ошибок из любого выбранного интервала их изменения оказывается практически постоянной (при большом количестве измерений).

*Относительной частотой попадания ошибки  $\Delta x$  в интервал  $(\Delta x_i; \Delta x_{i+1})$  называется отношение количества полученных в результате измерений ошибок, попадающих в этот интервал, к общему числу измерений:*

$$w_i = \frac{m}{n}, \quad (7)$$

где  $m$  — число попаданий ошибки  $\Delta x$  в интервал  $(\Delta x_i; \Delta x_{i+1})$ ;

$n$  — общее число измерений.

Оказывается, что если случайные ошибки вызваны большим числом малозначительных факторов, то какими бы они ни были, случайные ошибки подчиняются так называемому распределению Гаусса, или нормальному распределению. Оно описывается формулой

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}. \quad (8)$$

где  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение.

График этой функции представлен на рисунке 2. Функция  $f(\Delta x)$  называется функцией плотности вероятности. Её смысл состоит в следующем: *средняя доля количества попадания величины  $\Delta x$  в интервал  $(\Delta x_i; \Delta x_{i+1})$  равна  $f(\Delta x) (\Delta x_{i+1} - \Delta x_i)$ . Например, если эта доля равна  $f(\Delta x) (\Delta x_{i+1} - \Delta x_i) = 0.02$ , то из 100 измерений, скорее всего два дадут ошибку, принадлежащую*

указанному интервалу. На рисунке 1 показан интервал  $(\Delta x_i; \Delta x_{i+1})$ . Произведение его ширины  $(\Delta x_{i+1} - \Delta x_i)$  на значение функции плотности распределения  $f(\Delta x)$  (где  $\Delta x$  принадлежит интервалу  $(\Delta x_{i+1} - \Delta x_i)$ ), даёт площадь прямоугольника, показанного на рисунке. Эта площадь зависит от высоты прямоугольника (при фиксированной ширине), поэтому, чем больше значение функции плотности вероятности, тем чаще  $\Delta x$  принимает такие значения<sup>2</sup>. И вообще, *доля попадания (вероятность попадания) величины  $\Delta x$  в произвольный интервал  $(\Delta x_i; \Delta x_{i+1})$  равна площади криволинейной трапеции, построенной на этом интервале.*

Из графика нормального распределения следует, что малые значения  $\Delta x$  встречаются часто, а большие - редко.

Значение среднеквадратического отклонения определяет точки перегиба графика (при  $\Delta x = \pm \sigma$  график имеет точки перегиба). Кроме того, почти весь график уместается в интервале  $(-3\sigma; 3\sigma)$ .

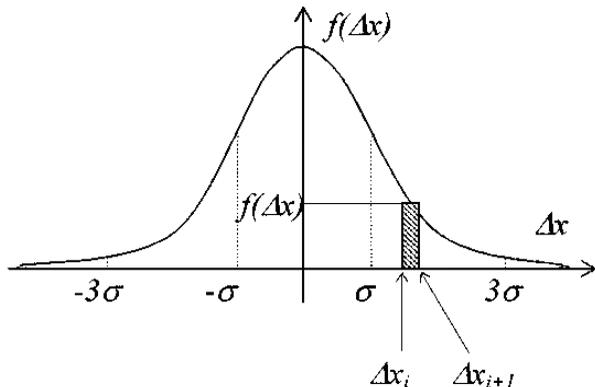


Рис. 2. Нормальное распределение

<sup>2</sup> Доля попадания величины  $\Delta x$  в интервал  $(-\infty; +\infty)$  очевидно равна 1, т.е.  $\Delta x$  всегда попадает в интервал  $(-\infty; +\infty)$ . Значит площадь под всей кривой нормального распределения равна 1

Наглядной иллюстрацией графика нормального распределения может служить модель, состоящая из бункера, в верхней части которого через небольшое отверстие подаётся некоторый сыпучий материал (зерно, песок и т. п.), а в средней части неупорядоченно вбиты маленькие гвозди. Когда частицы падают из бункера, на своём пути они встречают препятствия (гвозди), отклоняющие их от прямолинейного движения. Отклонение в ту или иную сторону равноправно. Проходя путь вниз, частица испытывает много мелких возмущений, отклоняющих её.

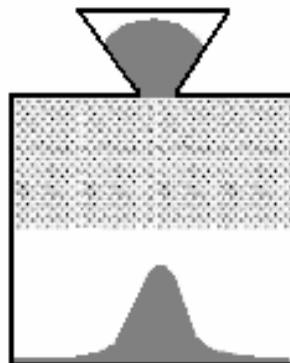


Рис. 3. Модель нормального распределения

Понятно, что эти отклонения могут компенсироваться, а могут и наоборот, привести к сильному отклонению от первоначального направления. В результате часть частиц отклонится сильно, а часть слабо и внизу, после многочисленных отклонений частицы образуют характерную картину, соответствующую нормальному распределению. Так же как и в приведённой модели, при измерениях множество мелких случайных факторов приводит к отклонению измеряемой величины от своего истинного значения. При этом как сама измеряемая величина, так и ошибка получается распределённой по нормальному закону. Частоту появления результатов можно отобразить графически в виде *гистограммы*. Для этого весь интервал изменения измеряемой величины делится на несколько интервалов ( 5... 10) и подсчитывается количество попадания результатов измерения в каждый интервал. Затем строится гистограмма, представляющая собой ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат отрезки, изображающие интервалы ( $\Delta x_i; \Delta x_{i+1}$ ), а высота равна частоте  $m$  (или относительной частоте  $m/n$ ) попадания измерения в эти интервалы.

Пример. При проведении измерения реакции человека были получены данные, представленные в таблице 1.

Таблица 1 - Результаты измерения реакций человека

№	t, с								
1	0,29	11	0,31	21	0,3	31	0,2	41	0,32
2	0,26	12	0,22	22	0,47	32	0,21	42	0,08
3	0,25	13	0,34	23	0,25	33	0,16	43	0,26
4	0,25	14	0,26	24	0,41	34	0,24	44	0,29
5	0,13	15	0,09	25	0,25	35	0,23	45	0,09
6	0,27	16	0,27	26	0,4	36	0,18	46	0,16
7	0,3	17	0,25	27	0,33	37	0,16	47	0,25
8	0,34	18	0,25	28	0,46	38	0,15	48	0,2
9	0,26	19	0,23	29	0,39	39	0,04	49	0,4
10	0,29	20	0,33	30	0,09	40	0,07	50	0,04

Все изменения времени реакции можно разбить на 7 интервалов шириной по 0,075 с: ( $t_i; t_{i+1}$ ). Ниже подсчитано, сколько раз попадает время реакции в указанные интервалы (число  $m$ ). Данные приведены ниже в таблице 2.

Таблица 2 - Группировка результатов измерений

$(t_i; t_{i+1})$	$m$
0 - 0,075	3
0,075-0,15	5
0,15-0,225	9
0,225 -0,3	19
0,3-0,375	8
0,375-0,45	4
0,45 - 0,525	2

По этим данным построена гистограмма и кривая, проходящая через центры прямоугольников, наглядно представляющая полученные выше интервалы. Видно, что данная кривая напоминает кривую нормального распределения (рис. 4).

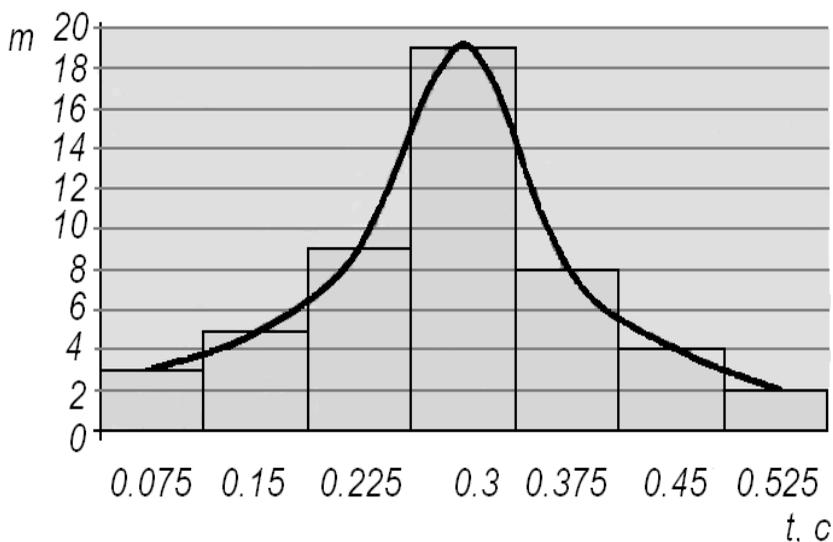


Рис. 4. Гистограмма

В приведённом выше примере можно оценить с надёжностью 90% интервал  $(0,075;0,45)$ , содержащий среднее значение времени реакции. Действительно, вычисленное среднее значение  $0,2454$  с лежит в этом интервале (оно близко к истинному среднему значению). Кроме того, только 5 результатов из 50 не принадлежат этому интервалу. Можно указать и другие интервалы. Например,  $(0,15;0,375)$  также включает среднее время реакции, но надёжность этой оценки уже 72%, так как 14 результатов лежит за пределами этого интервала. Видно, что *большей надёжности соответствует более широкий доверительный интервал*. Это справедливо и для произвольного случая.

В случае нормального распределения ширина доверительного интервала определяется величиной среднеквадратического отклонения.

*Применимо «Правило трёх сигм»: практически достоверно, что отклонение истинного значения измеряемой величины от среднего арифметического значения результатов измерений не превосходит утроенной средней квадратической погрешности этого измерения.*

На самом деле надёжность такой оценки около 0,9973, т. е. высока, но всё же не 100%.

Следует отметить, что для нахождения значения коэффициента Стьюдента берётся интеграл от функции распределения Стьюдента, которая не зависит от того, какова измеряемая величина  $x$ , каково её среднее значение, важно лишь, чтобы она была распределена по нормальному закону. А это последнее требование практически всегда выполняется для измеряемой физической величины.

Значит, коэффициенты Стьюдента можно один раз вычислить и пользоваться ими в дальнейшем. В таблице 3 приведены эти значения для некоторых надёжностей.

Таблица 3 - Значение коэффициента Стьюдента

Надёжность	Число измерений														
	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30	40	50	$\infty$
0.9	2,92	2,35	2,13	2,02	1,94	1,89	1,86	1,83	1,76	1,73	1,71	1,70	1,68	1,68	1,65
0.95	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,31	2,26	2,15	2,09	2,06	2,05	2,02	2,00	1,96
0.99	9,92	5,84	4,60	4,03	3,71	3,50	3,36	3,25	2,98	2,86	2,80	2,76	2,71	2,68	2,58
0,999	31,6	12,9	8,61	6,86	5,96	5,41	5,04	4,78	4,22	3,88	3,75	3,66	3,56	3,50	3,29

Подведём итог. Практически при всех измерениях допускается некоторая ошибка. Источники систематической ошибки должны выявляться и исправляться. Для исключения случайной ошибки применяется многократное измерение измеряемой физической величины.

Далее ознакомимся с методами обработки данных на примере измерения времени реакции человека.

## 1.6. Лабораторная установка для измерения реакции человека

Лабораторная установка состоит из прибора для измерения реакции 2 и секундомера 1 (см. рис. 6).

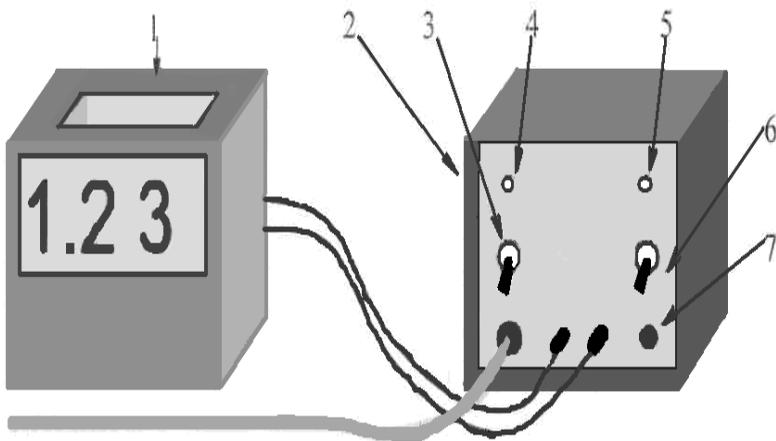


Рис. 6. Схема лабораторной установки:

1- секундомер; 2 – прибор для измерения времени реакции; 3 - выключатель питания; 4 - контрольная лампа питания; 5 - сигнальная лампа; 6 - выключатель датчика времени задержки; 7- кнопка остановки секундомера.

Секундомер измеряет время реакции, он управляется через соответствующие провода прибором 2. Элементы управления прибора 2 указаны на рисунке 3. Он включается выключателем 3, о чём свидетельствует лампа 4. Для того чтобы привести в исходное состояние прибор, надо на некоторое время перевести выключатель 6 в верхнее положение (от продолжительности его включения ничего не зависит). После этого с некоторой, случайной задержкой загорается сигнальная лампа 5 и включается секундомер. Человек, наблюдающий лампу 5, должен немедленно нажать кнопку 7, что приведёт к погасанию лампы 5 и остановке секундомера (он должен быть предварительно обнулён). Таким образом, будет определено время реакции человека.

## Порядок выполнения работы

1. Подключите клеммы, находящиеся сзади секундомера 1 к гнездам спереди прибора 2 для измерения времени реакции человека. Включите прибор 2 и секундомер 1 в сеть и переведите их выключатели в положение «вкл».

2. Нажмите кнопку «сброс» на секундомере и переведите выключатель 6 в верхнее положение на некоторое время. Один человек должен наблюдать за сигнальной лампой 5 и, как только она загорится, должен нажать на кнопку 3. После этого секундомер будет показывать время реакции этого человека. Занесите полученное значение в таблицу. Повторите этот пункт ещё 50 раз. Все измерения нужно производить в один приём и без смены испытуемого человека.

Таблица 4 - Результаты измерений реакции

№	Время реакции t, с	№	Время реакции t, с	№	Время реакции t, с	№	Время реакции t, с	№	Время реакции t, с
1		11		21		31		41	
2		12		22		32		42	
3		13		ЯЗ		33		43	
4		14		24		34		44	
5		15		25		35		45	
6		16		26		36		46	
7		17		27		37		47	
8		18		28		38		48	
9		19		29		39		49	
10		20		30		40		50	
интервал					число попадания времени в интервал				
ширина интервала $\Delta t$ , с									
среднее значение времени реакции $\bar{t}$ , с									
абсолютная погрешность									
относительная погрешность									

3. Разбейте весь интервал изменения времени на 7 интервалов равной ширины  $\Delta t$ . Постройте гистограмму.

4. Определите среднее значение времени реакции  $\bar{t}$ , его дисперсию  $D$ , среднеквадратическое отклонение  $S_n$ , а также исправленное среднеквадратическое отклонение  $S_{n-1}$ .

5. Определите доверительный интервал для среднего значения времени реакции для трёх значений надёжности.

### *Контрольные вопросы*

1. Что такое абсолютная и относительная ошибка?
2. Какие бывают виды измерений?
3. Какие есть виды ошибок?
4. От чего зависит погрешность измерительных приборов?
5. С помощью каких величин можно охарактеризовать истинное значение измеряемой величины и точность её определения?
6. Что такое распределение случайной величины? Приведите уравнение и график нормально распределённой случайной величины.
7. Что такое доверительный интервал и надёжность?

## **Глава 2. Типы и особенности измерений**

### ***2.1. Правила безопасности при работе с электрическими цепями***

При выполнении лабораторного практикума необходимо придерживаться следующих правил, обеспечивающих безопасность работы:

1. Подключение цепи к источнику производить только после проверки цепи преподавателем или лаборантом.

2. Изменения в цепи производить только после отсоединения её от источника тока.

3. Не прикасаться к отдельным частям цепи, если цепь находится под напряжением более 20 В.

4. При обнаружении неисправности в работе цепи (зашкаливание электроизмерительных приборов, запах горелого и т.д.) необходимо немедленно разомкнуть цепь и сообщить о неполадках преподавателю.

## *2.2. Электроизмерительные приборы: типы, особенности измерений*

При выполнении работ лабораторного практикума необходимо производить измерения различных электрических величин (силы тока, напряжения, емкости; сопротивления и т.д.) с помощью электроизмерительных приборов. По принципу измерения электрические приборы делятся на два типа.

1. Приборы сравнения, в которых измеряемая величина сравнивается с эталоном. К приборам сравнения относятся, например, мосты для измерения сопротивлений, емкостей и индуктивностей, потенциометры постоянного тока для измерения ЭДС и напряжений.

2. В приборах непосредственной оценки при подаче на их вход электрического сигнала указатель прибора показывает значение измеряемой величины. Примером могут служить различные амперметры, вольтметры, ваттметры, как стрелочные, так и цифровые.

По принципу действия электроизмерительные приборы непосредственной оценки делятся на следующие основные типы: магнитоэлектрические, электромагнитные, электродинамические, электростатические, индукционные, электронные. Кроме указанных существуют и другие системы приборов, которые в лабораторном практикуме применяются сравнительно редко.

Наиболее распространенными являются приборы магнитоэлектрической, электромагнитной и электродинамической систем.

В приборах магнитоэлектрической системы используется действие магнитного поля постоянного магнита на подвижную рамку с током. Приборы этой системы имеют равномерные шкалы, обладают высокой чувствительностью и точностью, но пригодны только для постоянного тока, и чувствительны к перегрузкам.

Принцип действия приборов электромагнитной системы основан на втягивании ферромагнитного сердечника в магнитное поле тока, протекающего по обмотке неподвижной катушки.

К достоинствам приборов этой системы можно отнести простоту конструкции, большую механическую прочность, выносливость к перегрузкам, пригодность как для постоянного, так и для переменного тока; к недостаткам - неравномерность шкалы, зависимость показаний от внешних магнитных полей, низкую чувствительность.

Принцип действий приборов электродинамической системы основан на взаимодействии токов, протекающих по обмоткам неподвижной и подвижной катушек. Приборы этой системы обладают высокой точностью и применяются для измерения тока, напряжения и мощности как постоянного, так и переменного тока. Недостатки у этих приборов те же, что и у приборов электромагнитной системы.

На шкалах электроизмерительных приборов обычно имеются условные обозначения, позволяющие определить систему прибора и ряд других его характеристик. Основные условные обозначения, приведены в таблице 1.

Таблица 5 - Условные обозначения на приборах

	Прибор магнитоэлектрической системы
	Прибор электромагнитной системы
	Прибор электродинамической системы
	Прибор постоянного тока
	Прибор переменного тока
	Прибор как постоянного, так и переменного тока
	Рабочее положение шкалы - горизонтальное
	Рабочее положение шкалы - вертикальное
	Класс точности прибора
	Измерительная цепь изолирована от корпуса и испытана напряжением 2 кВ

### 2.3. Цена деления и чувствительность электроизмерительных приборов

Чувствительностью электроизмерительного прибора называют величину  $S$ , численно равную отношению линейного или углового перемещения указателя  $d\alpha$  к изменению измеряемой величины  $dx$ , вызвавшему это перемещение

$$S = \frac{d\alpha}{dx} .$$

Размерность чувствительности зависит от характера измеряемой величины, например, для вольтметра

$$[S] = \frac{\text{дел}}{В} .$$

Очевидно, чем больше чувствительность, тем точнее прибор.

Ценой деления прибора  $C$  называется значение измеряемой величины, вызывающее отклонение указателя прибора на одно деление шкалы. В общем случае  $C = \frac{dx}{d\alpha}$  .

Если шкала прибора равномерна, то  $C = \frac{x}{\alpha}$  .

Очевидно, что цена деления есть величина обратная чувствительности прибора, то есть

$$C = \frac{1}{S} .$$

Цена деления зависит от верхнего и нижнего пределов измерения прибора и от числа делений шкалы. Например, если вольтметр рассчитан на измерение напряжения в пределах от  $C$  до 250 В, и шкала его имеет 50 делений, то цена деления такого прибора  $C = 250 / 50 = 5$  В/дел., и чувствительность  $S = 0,2$  дел./В.

## 1. Реостаты и потенциометры

Реостатами называются приборы, служащие для измерения тока в цепи. Большое применение получили реостаты со скользящим контактом - ползунком. Такой реостат состоит из фарфорового цилиндра, на котором намотана проволока с большим удельным сопротивлением.

Реостат включается в цепь последовательно (рис. 7). Передвижением ползунка в ту или другую сторону можно увеличивать или уменьшать сопротивление цепи, соответственно будет убывать или возрастать ток в цепи.

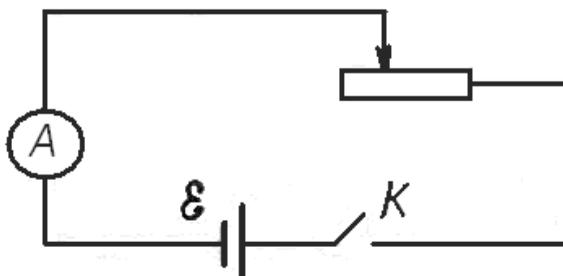


Рис. 7.

Если реостат включить по схеме (рис. 8), то он позволит регулировать напряжение, подаваемое в электрическую цепь. В этом случае реостат служит в качестве потенциометра или делителя напряжения.

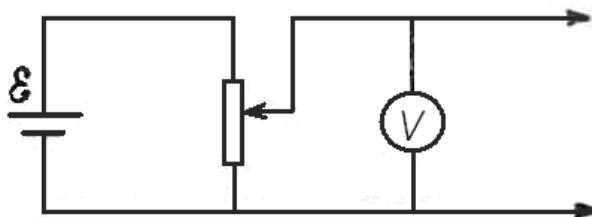


Рис. 8.

## 2. Шунты и добавочные сопротивления

**Шунтом** называется сопротивление  $R_{ш}$ , включаемое в цепь параллельно амперметру сопротивлением  $R_A$ , вследствие чего через амперметр пойдет только часть измеряемого тока (рис. 9).

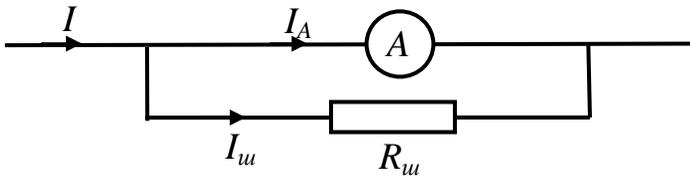


Рис. 9.

Допустим, что амперметром А, рассчитанным на измерение силы тока  $I_A$ , необходимо измерить силу тока  $I$  в  $n$  раз большую  $I_A$ . Используя правила Кирхгофа нетрудно показать, что в этом случае

$$R_{ш} = \frac{R_A}{n-1}, \quad n = \frac{I}{I_A}$$

Шунты обычно изготавливаются из манганина, имеющего малый температурный коэффициент сопротивления, вследствие чего сопротивление шунта практически не зависит от нагревания его током и от изменения температуры окружающей среды.

**Добавочным сопротивлением** называется сопротивление  $R_d$ , включенное последовательно с вольтметром и служащее для расширения предела измерения вольтметром (рис. 10).

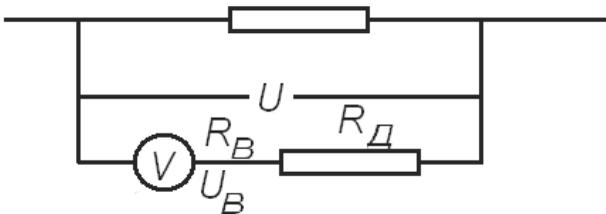


Рис. 10.

Если вольтметром, рассчитанным на напряжение  $U_B$ , требуется измерить в  $n$  раз большее напряжение  $U$ , то необходимо включить добавочное сопротивление  $R_D$  которое можно рассчитать из соотношения:

$$U = n U_B = U_B + U_D,$$

$$\text{или } n I_B R_B = I_B R_B + I_B R_D.$$

$$\text{откуда } R_D = R_B(n-1).$$

С помощью шунтов и добавочных сопротивлений осуществляется изменение пределов измерения амперметров и вольтметров.

Необходимость создания многопредельных приборов связано с тем, что часто требуется измерять электрические величины в широких пределах с достаточной степенью точности в каждом интервале. В этом случае многопредельный прибор заменяет несколько однотипных приборов с различными интервалами измерения.

#### **2.4. Погрешности электроизмерительных приборов**

При измерениях физических величин с помощью приборов всегда допускается некоторая погрешность. Одна из причин погрешности измерения является недостатки самого прибора (трение, разбалансировка и т.д.). Поэтому электрические приборы снабжены указаниями о вносимых ими погрешностях измерения.

Для характеристики точности электроизмерительных приборов, как правило, пользуются приведенной погрешностью  $\varepsilon_n$ . Приведенной погрешностью называется отношение абсолютной погрешности  $\Delta\alpha$  к предельному значению измеряемой величины  $\alpha_{np}$ , то есть к наибольшему значению, которое может быть измерено по шкале прибора

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta\alpha}{\alpha_{np}}.$$

Следовательно, абсолютная погрешность прибора равна

$$\Delta\alpha = \alpha_{np} \cdot \varepsilon_n$$

Приведенная погрешность электроизмерительных приборов лежит в основе деления приборов на классы точности. **Существует восемь классов точности электроизмерительных приборов: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; I; 1,5; 2,5; 4.** Показатель класса точности определяет приведенную погрешность прибора в процентах. Обозначив показатель класса точности через  $K$ , выражение для определения абсолютной погрешности запишется в виде

$$\Delta\alpha = \alpha_{np} \cdot 0,01K$$

Например, для вольтметра класса точности 0,5 рассчитанного на измерение напряжений до 300 В, абсолютная ошибка составляет

$$\Delta U = 300 \cdot 0,01 \cdot 0,58 = 1,5В$$

У стрелочных электроизмерительных приборов абсолютная погрешность одинакова для всей шкалы. Отсюда следует, что относительная погрешность измерения, определенная выражением

$$\varepsilon = \frac{\Delta\alpha}{\alpha}$$

зависит от измеряемой величины.

С возрастанием  $\alpha$  относительная погрешность уменьшается, достигая при  $\alpha = \alpha_{np}$  значения  $\varepsilon = \varepsilon_{np}$ . Таким образом, относительная погрешность в начале шкалы значительно выше, чем в конце. Поэтому рекомендуется всегда выбирать пределы измерения прибора так, чтобы отсчитывать показания во второй половине шкалы, ближе к её концу. С этой целью пользуются многопредельными приборами.

Если измеряемая величина  $\alpha$  значительно меньше  $\alpha_{np}$ , то прибор переключают на меньший предел измерения, увеличивая тем самым отклонение стрелки и точность измерения.

Переключение на новый предел измерения означает одновременно и изменение цены деления прибора  $C = \frac{\alpha_{np}}{\text{число делений}}$

например, вольтметр имеет 150 делений, то цена деления при переключении с предела 300В на 75В изменяется с 2В на 0,5В, то есть во столько же раз, во сколько изменяется предел.

## Глава 3. Особенности изучения электроизмерительных приборов

### 3.1. Типы электроизмерительных приборов

Целью работы является знакомство с электроизмерительными приборами, устройством и назначением приборов магнитоэлектрической системы и электромагнитной системы.

*Оборудование:* лабораторные амперметры и вольтметры магнитоэлектрической и электромагнитной системы, отвёртка, демонстрационный гальванометр, набор добавочных сопротивлений и шунтов.

**Измерить физическую величину** - значит сравнить её с однородной физической величиной, принятой за единицу измерения.

Устройства, при помощи которых измеряют те или иные электрические величины, называются электроизмерительными приборами. Большинство стрелочных приборов, применяемых в измерительной технике, разделяются на системы в зависимости от того или иного действия тока или напряжения, используемого для создания вращающего момента.

**По принципу действия электроизмерительные приборы подразделяют на магнитоэлектрические, электромагнитные, электродинамические** и др.

На шкале прибора обычно указывается система прибора, его назначение, класс точности, его рабочее положение (см. таблицу № 5).

**Пример.** Найти погрешности при измерении напряжения вольтметром класса 1,0 рассчитанном на напряжение  $U_{пред} = 150В$ , если показания вольтметра  $U = 100В$

$$\text{Абсолютная погрешность } \Delta U = \frac{150 \cdot 1,0}{100} = 1,5 В$$

$$\text{Относительная погрешность } \varepsilon_u = \frac{\Delta U}{U} = 1,0 \cdot \frac{150}{100} = 1,5 = 0,015$$

Далее более подробно рассмотрим устройство приборов, особенности получения данных измерений.

### 3.2. Изучение приборов магнитоэлектрической системы

Данные приборы имеют равномерную шкалу высокую точность, мало чувствительны к внешним магнитным полям из-за наличия сильного собственного магнитного поля, мало потребляют электроэнергию.

Стремясь расширить область применения этих приборов, иногда их дополняют выпрямительными устройствами, что позволяет применять их в цепи переменного тока.

В устройстве прибора используется явление взаимодействия магнитного поля постоянного магнита и проводящей рамки, по которой идет ток. На рисунке 11 приведена схема устройства гальванометра этой системы.

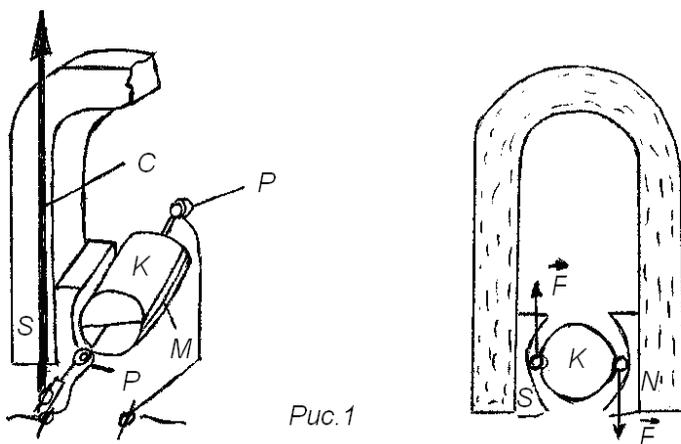


Рис. 1

Рис. 11. Устройство гальванометра

В узком просвете между полюсными наконечниками сильного поля постоянного магнита и стальным цилиндром К помещена лёгкая алюминиевая рамка М на которую намотана катушка тонкой изолированной проволоки. Рамка укреплена на двух полюсах; с передней полуосью связана стрелка С,двигающаяся вдоль шкалы при повороте рамки. Рамка с катушкой удерживается в определённом положении двумя спиральными пружинами. Изме-

ряемый ток через пружины Р и полуоси подводится к катушке. Когда в катушке идёт ток, она поворачивается в магнитном поле, при этом пружины закручиваются; рамка поворачивается до тех пор, пока момент пары сил  $M_{вр}$ , вращающий её, не уравновешивается противодействующим моментом, создаваемым упругостью закрученных пружин.

$$M_{вр} = M_{пр} \quad (1)$$

Вращающий момент, создаваемой силой Ампера, действующей на рамку с током со стороны магнитного поля, пропорционален силе тока, текущей через рамку

$$M_{вр} = C_1 \cdot I \quad (2)$$

где  $C_1$  — коэффициент пропорциональности постоянный для данного прибора.

Противодействующий момент пропорционален углу поворота рамки

$$M_{пр} = C_2 \cdot \alpha \quad (3)$$

где  $C_2$  - тоже постоянная для данного прибора величина.

На основании (1), (2), (3):

$$C_1 I = C_2 \alpha, \quad \text{т. е.}$$

$$I = \frac{C_2}{C_1} \cdot \alpha = C \alpha \quad - \text{ сила тока пропорциональ-}$$

на углу поворота подвижной системы.

Приборы магнитоэлектрической системы не имеют специальных успокоителей. Их роль выполняет алюминиевый каркас рамки, движущейся в поле постоянного магнита. При движении

каркаса в магнитном поле в нём индуцируются вихревые токи. В результате взаимодействия вихревых токов с полем постоянного магнита создаются силы, которые, согласно правилу Ленца, препятствуют движению каркаса, чем ускоряют затухание колебаний подвижной части измерительного механизма.

### 3.3. *Изучение приборов электромагнитной системы*

Измерительный механизм таких приборов состоит из неподвижной катушки и лёгкого ферромагнитного сердечника. Устройство такого прибора с плоской катушкой схематично показано на рис. 12. Неподвижная катушка 1, намотанная медным проводом имеет отверстие в виде щели.

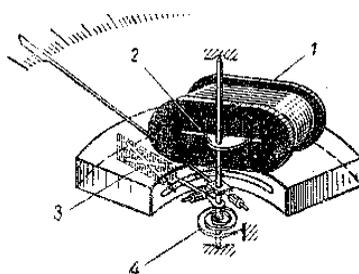


Рис. 12. *Схема устройства электромагнитной системы*

В эту щель входит сердечник 2, эксцентрично укрепленный на оси.

На оси укреплена также стрелка с грузиками для уравнивания подвижной части, спиральная пружина 4 для создания противодействующего момента и крыло воздушного успокоителя 3, который ускоряет затухание колебаний стрелки.

При включении прибора в цепь, ток в катушке создает магнитное поле, которое намагничивает сердечник. Намагниченный сердечник втягивается в щель катушки. Индукция магнитных полей катушки и намагниченного сердечника пропорциональна силе тока в катушке. Поэтому сила, втягивающая сердечник в катушку и величина вращающего момента будет пропорциональна квадрату силы измеряемого тока

$$M_{сп} = K_1 \cdot I^2$$

Противодействующий момент, создаваемый спиральной пружине, пропорционален углу поворота стрелки, жестко связанной с сердечником

$$M_{np} = K_2 \alpha$$

Сердечник будет поворачиваться до тех пор, пока эти моменты не станут равными

$$M_{сп} = M_{np} \text{ или } K_1 I^2 = K_2 \alpha$$

откуда

$$\alpha = \frac{K_1}{K_2} \cdot I^2 = K \cdot I^2$$

Из этого следует, что шкала прибора должна быть квадратичной (деления сильно сжаты в начале шкалы и растянуты в конце). Такая шкала неудобна при измерениях, поэтому путем подбора формы сердечника добиваются более равномерного расположения делений на шкале в её рабочей части. Сердечник втягивается в катушку независимо от того постоянный или переменный ток течёт по катушке, поэтому приборы магнитоэлектрической системы могут применяться для измерений как в цепи постоянного, так и в цепи переменного тока. При измерениях в цепи переменного тока приборы показывают действующее (эффективное) значение силы тока или напряжения. Достоинством приборов электромагнитной системы является простота их устройства, устойчивость к перегрузкам и надёжность в работе, однако в отличие от приборов магнитоэлектрической системы, магнитное поле в них создается самим измеряемым током и оно сравнительно слабое. Поэтому на показания приборов магнитоэлектрической системы могут оказывать достаточно сильное влияние внешние магнитные поля. Кроме того, приборы этой системы потребляют значительно больше энергии по сравнению с приборами магнитоэлектрической системы.

### 3.4. Измерение силы тока и напряжения. Расширение пределов измерения приборов

Приборы, регистрирующие малые токи называются гальванометрами. Так как сила тока пропорционально напряжению на данном участке цепи, то гальванометром в принципе можно измерять и силу тока, и напряжение, произведя соответствующую градуировку. Измерительный прибор, включаемый в электрическую цепь, должен по возможности меньше изменять параметры электрической цепи, поэтому амперметр, включённый в цепь последовательно, должен иметь малое сопротивление. Вольтметр включают параллельно участку цепи, на котором измеряется напряжение, поэтому его сопротивление должно быть большим, чтобы ток, ответвленный на вольтметр, был малым.

Для увеличения сопротивления в вольтметре последовательно гальванометру вводят добавочное сопротивление  $R_D$  (рис. 13), а для уменьшения сопротивления в амперметре параллельно гальванометру подключают шунт (рис. 14).

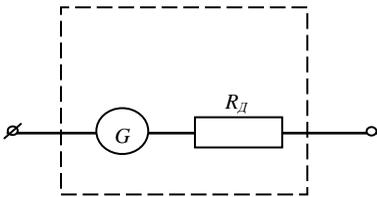


Рис. 13.

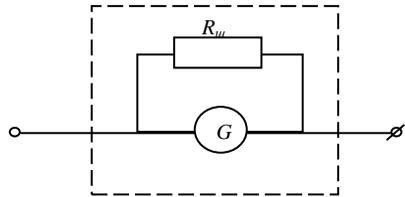


Рис. 14.

Меняя величину добавочных сопротивлений и шунтов можно одними и теми же приборами измерять различные по величине напряжения и токи.

Пусть имеется амперметр сопротивлением  $R_A$  рассчитанный на некоторую максимальную силу тока  $I_A$ , а требуется измерить в  $n$  раз большую по величине силу тока. В этом случае к амперметру подключают параллельно шунт, сопротивлением  $R_w$ .

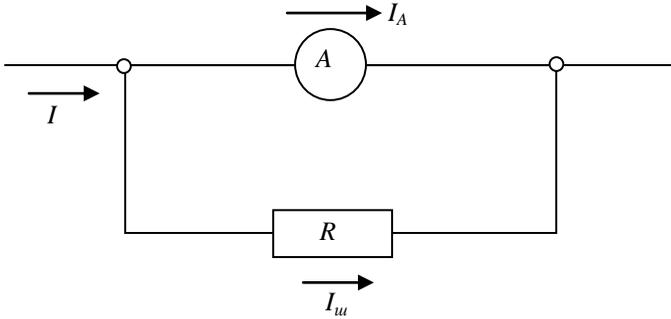


Рис.15.

Напряжение при параллельном соединении одинаково, поэтому

$$I_A \cdot R_A = I_u \cdot R_u \quad \text{откуда} \quad R_u = \frac{I_A}{I_u} \cdot R_A ,$$

$$\text{но } I_u = I - I_A , \text{ тогда } R_u = \frac{I_A \cdot R_A}{I - I_A}$$

или 
$$R_u = \frac{R_A}{\left(\frac{I}{I_A} - 1\right)} = \frac{R_A}{n-1} ,$$
 т. е. сопротивление шунта надо под-

брать в  $n - 1$  раз меньшим, чем сопротивление амперметра. Цена деления прибора при этом увеличивается в  $n$  раз.

Студентам предоставляется самим доказать, что для измерения напряжения в  $n$  раз большего, чем напряжение, на которое рассчитан вольтметр, надо последовательно вольтметру присоединить добавочное сопротивление в  $(n - 1)$  раз больше, чем сопротивление вольтметра.

### 3.5. Указания к работе с приборами

1. Ознакомьтесь с устройством и принципом работы электроизмерительных приборов по описанию.

2. Изучите устройство демонстрационного гальванометра.

3. Снимите корпуса амперметров и вольтметров различных систем и изучите их устройство.

4. Рассчитайте, какой длины потребуется стальной проводник сечением  $0,28\text{мм}^2$  для изготовления шунта к амперметру сопротивлением  $0,9\text{Ом}$ , рассчитанного на измерение максимальной силы тока  $10\text{А}$ , если необходимо измерять токи до  $100\text{А}$ .

$$\rho_{ст} = 9,9 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

5. Рассчитайте величину добавочного сопротивления, которое надо подключить к вольтметру, рассчитанному на измерение напряжений до  $20\text{В}$ , если его надо использовать в цепи с напряжением до  $120\text{В}$ . Ток в вольтметре не должен превышать  $5\text{мА}$ .

6. Контрольные вопросы:

а) Какие электроизмерительные приборы вы знаете?

б) Какие обозначения наносятся на шкалу прибора?

в) Каково устройство и принцип действия приборов магнитоэлектрической системы? Достоинства и недостатки этих приборов.

г) Каково устройство и принцип действия приборов электромагнитной системы? Достоинства и недостатки этих приборов.

д) Каким сопротивлением должен обладать амперметр? Вольтметр? Почему?

е) Как расширить пределы измерения амперметра? Вольтметра?

ж) Какое значение силы тока и напряжения показывают амперметры и вольтметры, включенные в цепь переменного тока?

з) Во сколько раз увеличится верхний предел шкалы вольтметра, сопротивление которого  $1000\text{Ом}$ , если последовательно с ним включить добавочное сопротивление в  $9000\text{Ом}$ ?

и) Какое дополнительное сопротивление надо присоединить к вольтметру, имеющему сопротивление  $1500\text{Ом}$ , чтобы цена каждого деления на шкале увеличилась в пять раз?

## Литература

1. Зотов Б.И., Курдюмов В.И. Безопасность жизнедеятельности на производстве. М.: Колос, 2000. 424 с., ил.
2. Комогорцев В.Ф. Курс лекций по высшей математике, изд-во БГСХА, 2008. – 240 с.
3. Комогорцев В.Ф., Погonyшев В.А. Приближённые числа и действия над ними, Брянск: ООО «Брянское СРП ВОГ», 2008.- 24 с.
4. Охрана труда./Ф.М. Канарев, В.В. Бугаевский, М.А. Перегожин и др.; под ред. Ф.М. Канарева. Агропромиздат, 1988. 351 с., ил.
5. Погonyшев В.А. Физика, Брянск: изд-во БГСХА, 2001.- 405 с.
6. Перечень нормативных актов по технике безопасности №399 от 23 мая 2002 г.
7. Силенко В.Н. Безопасность жизнедеятельности. Метод. указ. к практическим занятиям. Спб.: Политехника, 2001. 128 с., ил.
8. Шкрабак В.С., Луковников А.В. и др. Безопасность жизнедеятельности в с/х производстве. М.: Колос, 2002. 512 с., ил.

## Содержание

### **Глава 1. Теоретические основы измерения погрешностей**

- 1.1. Понятие погрешности измерений. Виды погрешностей
- 1.2. Правила округления и погрешности косвенных измерений
- 1.3. Приборные
- 1.4. Случайные погрешности
- 1.5. Распределение, группировка случайных ошибок измерений
- 1.6. Лабораторные условия проведения измерений

### **Глава 2. Типы и особенности измерений**

- 2.1. Правила безопасности при работе с электрическими цепями
- 2.2. Электроизмерительные приборы: типы, особенности измерений
- 2.3. Цена деления и чувствительность электроизмерительных приборов
- 2.4. Погрешности электроизмерительных приборов

### **Глава 3. Особенности изучения электроизмерительных приборов**

- 3.1. Типы электроизмерительных приборов
- 3.2. Изучение приборов магнитоэлектрической системы
- 3.3. Изучение приборов электромагнитной системы
- 3.4. Измерение силы тока и напряжения. Расширение пределов измерения приборов
- 3.5. Указания к работе с приборами

Литература

Учебное издание

В.А. Погонышев, П.И. Кравцов,  
В.В. Логунов

**Введение в лабораторный практикум  
Погрешности измерительных приборов**

для студентов сельскохозяйственных вузов  
агроинженерных специальностей

Редактор Лебедева Е.М.

---

Подписано к печати 25.03.2014. Формат 60х84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Бумага офсетная. Усл. п. л. 2,44. Тираж 300 экз. Изд. 2653.

---

Издательство Брянской государственной сельскохозяйственной академии.  
243365 Брянская обл., Выгоничский район, с. Кокино, Брянская ГСХА