Министерство сельского хозяйства РФ
Трубчевский филиал
ФГБОУ ВО Брянский ГАУ

Саликова Т.С.

Основы гидравлики и теплотехники

Учебное пособие

для проведения лекционных занятий со студентами СПО, обучающихся по специальности 35.02.16 Эксплуатация и ремонт сельскохозяйственной техники и оборудования

Брянск 2024

УДК 532.5:621.1.016 (07)
ББК 30.123:31.3
С 16

Саликова, Т. С. Основы гидравлики и теплотехники: учебное пособие для проведения лекционных занятий со студентами СПО, обучающихся по специальности 35.02.16 Эксплуатация и ремонт сельскохозяйственной техники и оборудования / Т. С. Саликова. - Брянск: Изд-во Брянский ГАУ, 2024. – 54 с.

Учебное пособие составлено в соответствии с рабочей программой по дисциплине ОП.05. Основы гидравлики и теплотехники. В учебном пособии приведены основные понятия и определения разделов «Гидростатика» и «Гидродинамика», даны характеристики движения жидкости, особенности ламинарного и турбулентного режимов течения жидкости.

Рецензент: Лопаткин В.В., преподаватель учебных предметов и дисциплин Трубчевского филиала ФГБОУ ВО Брянский ГАУ.

Рекомендовано к изданию решением заседания цикловой методической комиссии общеобразовательных и технических дисциплин Трубчевского филиала Брянского ГАУ, протокол №5 от 4 марта 2024 года.

Оглавление

Лекция № 1

1. Предмет гидравлика.
2. Жидкость и ее физические свойства.
3. Гидростатика.
4. Силы, действующие в жидкости.
5. Давление и его свойства.

Гидравлика - отрасль механики, изучающая законы равновесия и движения жидкостей и разрабатывающая способы применения этих законов к решению практических задач.

Гидравлика делится на две части: гидростатика и гидродинамика. Первая изучает законы покоящейся жидкости, а вторая – законных их движения. Гидравлика тесно связана с физикой, теоретической механикой и математикой.

Ввиду сложностей явлений, наблюдающихся в движущейся жидкости, в гидравлике прибегают к экспериментам, обобщая которые получают эмпирические зависимости.

В гидравлике рассматривают потоки жидкости, ограниченные и направленные твердыми стенками.

Из сочинений древнего мира, посвященных вопросам гидравлики, наиболее значимым является трактат Архимеда «О плавающих телах», написанный примерно за 250 лет до н.э. Далее следуют работы Леонардо да Винчи (1452 – 1519 г.г.), который занимался теорией плавания тел и истечением жидкостей из отверстий. Дальнейшие работы в области гидравлики связаны с именами Г. Галилея, Б. Паскаля, И. Ньютона и других.

Прежде чем перейти к изучению основных физических свойств жидкости, остановимся на единицах измерения, принятых в гидравлике:

- объемный расход **[м^3/с]**
- массивный расход **[кг/с]**
- скорость течения **[м/с]**
- ускорение **[м/с^3]**
- сила **[Н]**
- давление, напряжение, модуль упругости **Н/м^2 [Па]**
- динамическая вязкость **[Па · с] , [Н · с/м^2]**
- кинематическая вязкость **[м^2/с]**
- плотность **[кг/м^3]**
- удельный вес **[Н/м^3]**
- работа **[Дж, Н · м]**
- мощность **[Вт]**

Основные физические свойства жидкости

Жидкость. Физические тела, состояние которых находится в промежуточной фазе между твердыми и газообразными, называются жидкостями. Жидкость обладает следующими свойствами:

- Она мало изменяет свой объем при изменении давления и температуры; в этом она схожа с твердым телом.

- Обладает текучестью, благодаря чему жидкость не имеет собственной формы и принимает ту, куда она налита; в этом она сходна с газом.

Жидкости, встречающиеся в природе – реальные – столь мало изменяют свой объем при обычном изменении давления и температуры, что этими изменениями можно пренебречь. Поэтому в гидравлике жидкости рассматривают как абсолютно несжимаемое тело.

В том случае, когда жидкость находится в покое, внутри ее отсутствуют касательные напряжения. В движущейся жидкости они имеют место: при движении по поверхностям скольжения жидких слоев друг о друга, возникает трение и уравновешивает внутренние касательные силы.

При аналитических исследованиях часто пользуются понятием идеальной жидкости.

Идеальной жидкостью называют воображаемую жидкость, которая характеризуется:

- абсолютной несжимаемостью объема;
- полным отсутствием вязкости, т.е. сил трения.

В поящейся жидкости нет необходимости вводить понятия реальной и идеальной.

В движущейся жидкости – учитывают силы трения, т.е. вязкость.

Основные физические свойства реальных жидкостей

1. Плотность жидкости **«ρ».** Плотностью называют отношение ее массы к объему:

$$\boldsymbol{\rho = m/V\ [\ Н \cdot с^2/м^4,\ кг/м^3]}$$

m – масса жидкости, **V** – объем жидкости. Если жидкость неоднородна, то идет речь о средней плотности; плотность же в точке равна:

$$\boldsymbol{\rho = \lim \Delta m/\Delta V \qquad при\ \Delta V \text{--->} 0}$$

2. Вес единицы объема жидкости (удельный вес или объемный вес)

$$\boldsymbol{r = G/V\ [Н/м^3]}$$

Для однородной жидкости **r** есть отношение веса жидкости к ее объему.

Ньютон представляет собой силу, которая массе в 1 кг сообщает ускорение в 1 м/с^2 ; $\boldsymbol{Н = кг \cdot м / с^2}$

Вес единицы объема при 4 ^{0}С воды:

$$\boldsymbol{\rho = 9810\ Н/м^9 \qquad G = rV,\ а\ G = gm}$$

g – ускорение свободного падения тела (ускорение силы тяжести)

$$rV = gm = \rho g V, \quad r = \rho g, \quad а\ \rho = r/g$$

3. Сжимаемость (или объемная упругость) жидкости.

Упругой сжимаемостью жидкости называется ее способность принимать свой прежний объем V после снятия внешней нагрузки.

В качестве меры упругого сжатия жидкости принимают величину:

$$К = - \Delta PV/\Delta V\ [\quad]$$

К – называют модулем объемной упругости жидкости. Для воды **$К=22 \cdot 10^5$ к Па ≈ 220 КН/м^2**

4. Расширение при повышении температуры – характеризуется коэффициентом температурного расширения β_t. Этот коэффициент показывает относительное изменение объема при увеличении температуры на один градус:

$$\beta_t = 1/V \cdot dV/dt$$

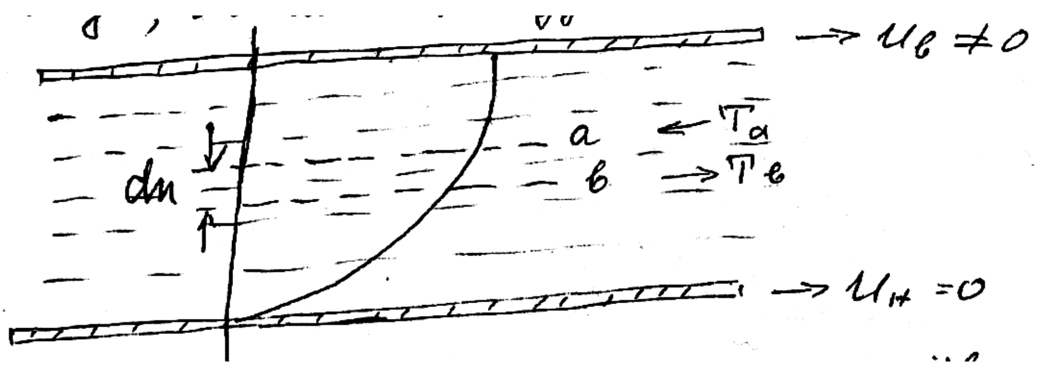
5. Вязкость – способность жидкости оказывать сопротивление скольжения одного ее слоя относительно другого.

Допусти, что жидкость занимает пространство между двумя горизонтальными пластинками, из которых нижняя неподвижна **($U_н=0$),** а верхняя перемещается с постоянной скоростью **$U_в$.**

Через некоторое время частицы, ближе к верхней пластинке приобретают скорость большую, чем частицы удаленные от нее.

Разность скоростей движения слоев «а» и «в» равна:

$$du = U_a - U_в$$



Между этими слоями возникают силы трения: **$T_в$** – сила, ускоряющая движение слоя «в», а **T_a** – сила, тормозящая перемещение слоя «а».

$$T = \pm MS\ du/dn \qquad или \qquad T/S = \tau = \pm M\ du/dn,$$

где **Т** – сила трения; **М** – коэффициент динамической вязкости, т.е. коэффициент, характеризующий свойства данной жидкости; **S** – площадь поверхности соприкосновения слоев; **du/dn** – градиент скорости по нормам (**du** – скорость движения одного слоя относительно другого; а **dn** – расстояние между осями двух смежных слоев); **τ** – напряжение сил трения, возникающих на поверхности соприкосновения слоев. Знак **+** – принимают в зависимости от изменения градиента скорости.

Коэффициент динамической возможности, **М** равен:

$$\mathbf{M = T/S \cdot dn/du \quad [Н \cdot с/\ м^2\ \ или\ кг/м \cdot с]}$$

$$\mathbf{1\ Н \cdot с/\ м^2 = 10\ п3;\ 1п3 = 0{,}1\ Н \cdot с/\ м^2}$$

Коэффициент М данной жидкости зависит от температуры.

Для расчетов часто принимают коэффициент кинематической вязкости **ν,** представляющий собой отношение коэффициента динамической вязкости к плотности жидкости:

$$\mathbf{\nu = M/\rho\ [\ Н \cdot м \cdot с/кг\ \ или\ \ м^2/с]}$$

ν данной жидкости зависит от температуры.

Гидростатика. Силы действующие в жидкости

Все силы действующие на частицы жидкости можно разделить на две группы: внешние силы и внутренние силы упругости.

Внутренними силами упругости называются силы взаимодействия между частицами жидкости.

Внешние силы – силы, приложенные к частицам рассматриваемого объема жидкости со стороны других тел, в частности со стороны жидкости, окружающей данный объем.

Внешние силы делятся на массовые и поверхностные.

1. Массовыми силами называются такие, величина которых пропорционально массе жидкости. Эти силы действуют на все частицы рассматриваемого объема жидкости.

При ρ = const, величина массовых сил пропорциональна объему жидкости, поэтому их можно назвать объемными.

К этим силам относится собственный вес жидкости и силы инерции.

2. Поверхностными силами называют такие, величина которых пропорциональна поверхности, на которую действуют эти силы. К числу таких сил относятся:

а) сила абсолютного давления, действующего на свободной поверхности;

б) силы трения.

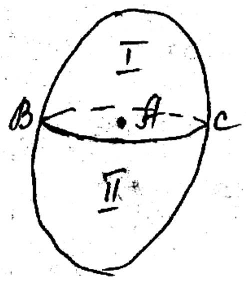
Гидростатическое давление.

В гидростатике изучают жидкость, находящуюся в покое. Касательные напряжения в ней равны нулю. Считается также, что жидкость неспособна сопротивляться растягивающим усилиям. Поэтому будем считать, что в любой точке жидкости имеется только нормальное напряжение $\sigma = \sigma_н$

Гидростатическим давлением в данной точке называют скалярную величину, равную значению напряжения в рассматриваемой точке:

$$\boldsymbol{\rho = |\sigma|}, \text{ где } |\boldsymbol{\sigma}| \text{ - значение напряжения}$$

Гидростатическое давление можно пояснить следующим образом. Возьмем произвольный объем жидкости, внутри которого отметим **А**, через которую проведем произвольную поверхность **ВС**.



Эта поверхность расчет объем на две части I и II. Выделим у точки **А** на поверхности **ВС** площадь **S**. На эту поверхность будет передаваться сила давление со стороны объема I на объем II.

Сила **Ф,** действующая на площадь S называется силой гидростатического давления. Сила объема I – внешняя поверхностная сила.

$$\mathbf{P_{ср} = Ф/S}$$

$\mathbf{P_{ср}}$ – называется средним гидростатическим давлением

$$\mathbf{P = \Delta Ф/\Delta S} \text{ – напряжение}$$

$$\mathbf{P = \lim \Delta Ф/\Delta S} \text{ – гидростатическое давление в точке при } \mathbf{\Delta S \to 0}$$

Размерность давления в **[Н/м^2, Па].** Окружающий нас воздух действует на нас давлением, которое называют атмосферным:

$$\mathbf{P_{атм} = 1т._{атм} = 9{,}81\ Н/см^2 = 98100\ Н/см^2[Па] = 98{,}1\ кН/м^2\ [кПа]}$$

Свойства гидростатического давления

Давление в точке обладает тремя свойствами:

1. Гидростатическое давление в точке действует нормально к площади его воспринимающей и являющееся сжимающим, т.е. оно направленно внутрь того объема жидкости, давление на который мы рассматриваем.

В движущейся жидкости при наличии касательных напряжений возникла бы необходимость доказывать это свойство. Здесь же ее нет.

2. Величина давления в рассматриваемой точке не зависит от ориентации площадки, т.е. как бы не располагалась площадка давление всегда направлено к ней нормально.

3. Гидростатическое давление в точке зависит от ее координат в пространстве. Это свойство специального доказательства не требует, т.к. ясно, что по мере погружения точки под уровень жидкости давление будет возрастать, и наоборот.

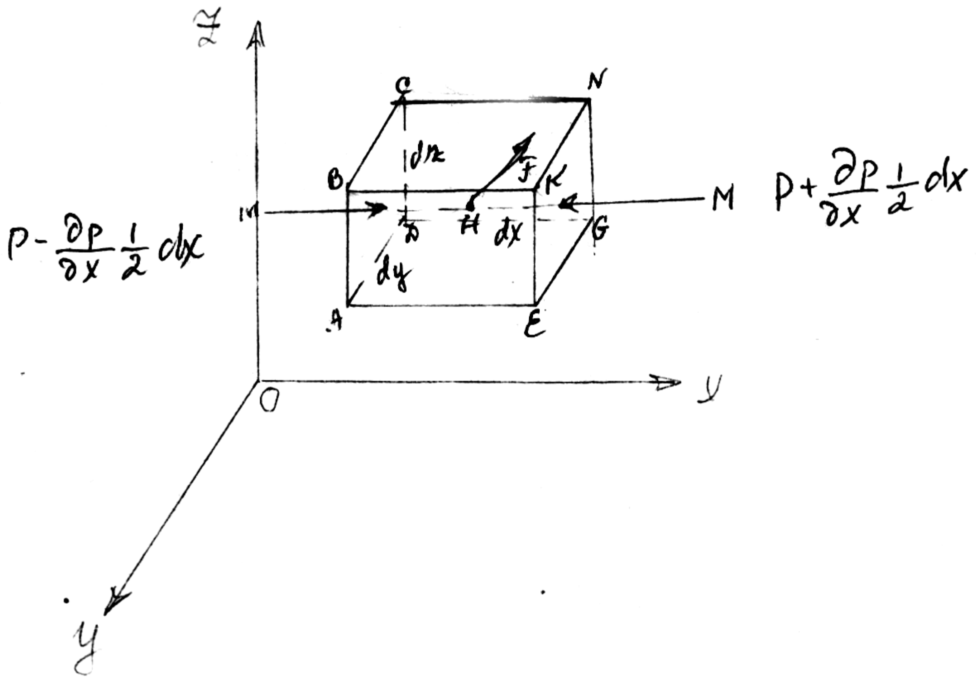
$$\mathbf{P = \varphi\ (x, y, z)}$$

Лекция №2

1. Дифференциальные уравнения равновесия жидкости (ур. Эймра).

2. Поверхности равного давления.

3. *Основные уравнения и закон гидростатики.*



Выделим в жидкости, находящийся в равновесии, элементарный параллелепипед со сторонами **dx, dy, dz** и центром **H**. Рассматриваемый объем находящийся в равновесии под воздействием:

- поверхностных сил давления, направленных внутрь параллелепипеда нормально к его граням;

- объемных (массовых) сил, действующих на каждую частицу жидкости.

P – гидростатическое давление в т. Н. Учитывая непрерывность изменения давления в жидкой среде и пренебрегая величинами бесконечно малыми, стремящихся к нулю при уменьшении выделенного объема до размеров точки, определим среднее гидростатическое давление на соответствующих гранях; изменение величин давления, приходящихся на единицы длинны ММ представим частной производной $\sigma P/\sigma x$.

На грани **ABCD** действует давление: $P - \sigma P/\sigma x \cdot \frac{1}{2}\, dx$; на грани **EKNG**: $P + \sigma P/\sigma x \cdot \frac{1}{2}\, dx$.

Сила давления определяется соответственно как произведение давления в центре тяжести на площадь действия этого давления.

Массовая сила $dF = dm \cdot j$, проекция этой силы по координатным осям F_x, F_y, F_z; $dm = \rho\, dx\, dy\, dz$.

Составим уравнение равновесия в направлении оси OX, из которого следует, что проекция всех сил, действующих на выделенный объем, в направлении любой оси (например OX) равна 0:

$$(P - \sigma P/\sigma x \ ½ \ dx) \ dy \ dz - (P + \sigma P/\sigma x \ ½ \ dx) \ dy \ dz + F_x \rho \ dx \ dy \ dz = 0$$

Разделим почленно данное уравнения (т.е. приведем каждый члем к единице массы) на $dm = \rho \ dx \ dy \ dz$ и получим:

$$F_x - 1/ \rho \ \sigma P/\sigma x = 0$$

$1/\rho \ \sigma P/\sigma x$ – единичная поверхностная сила, $\sigma P/\sigma x$ – градиент изменения давления.

Очевидно, что для любого избранного направления:

$$F_н - 1/\rho \ \sigma P/\sigma x = 0$$

Можем записать систему уравнений, которая называется общим условием равновесия жидкости:

$$\begin{array}{ll} F_x - 1/\rho \ \sigma P/\sigma x = 0 & dx \\ F_y - 1/\rho \ \sigma P/\sigma x = 0 & dy \\ F_z - 1/\rho \ \sigma P/\sigma x = 0 & dz \end{array}$$

Получена эта система в1755 году членом Российской академии наук Леонардом Эймром.

Умножим полученые уравнения на **dx dy dz** и сложив их получим:

$$F_x \ dx + F_y \ dy + F_z \ dz = 1/\rho \ (\sigma P/\sigma x \ dx + \sigma P/\sigma x \ dy + \sigma P/\sigma x \ dz)$$

Т.к. $P = \varphi \ (x, y, z)$, то выражение в скобках справа представляет собой полный дифференциал давления:

$$dP = \rho(F_x \ dx + F_y \ dy + F_z \ dz)$$

Это уравнение называют дифференциальным уравнением равновесия жидкости.

Физический смысл этого уравнения: поверхностные силы равны массовым.

Поверхность равного давления.

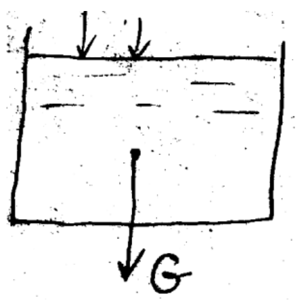
Поверхностью равного давления в жидкости называется поверхность, все точки которой испытывают равное давление.

Уравнение такой поверхности мы можем получить из основного уравнения равновесия жидкости, полагая **P=const** или **dP = 0**

Поверхность уровня на границе жидкой и газообразной сред называется свободной поверхностью.

Положение свободной поверхности зависит от сил, действующих на жидкость.

Свободная поверхность покоящийся жидкости



Из всех объемных сил на жидкость действует только вес, тогда **$F_x = 0$; $F_y = 0$; $F_z = 0$**

Дифференциальное уравнение будет представлено в виде:

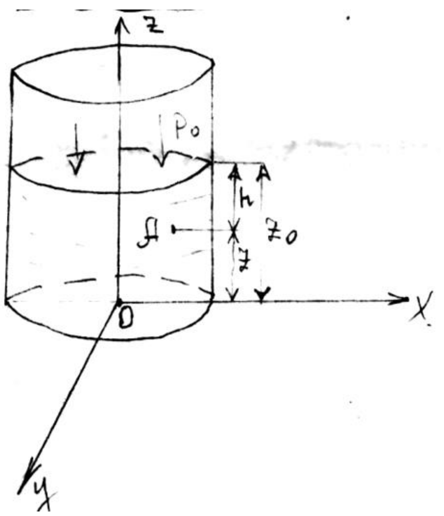
$$dp = - \rho g dz \quad \text{или} \quad P = - \rho g z + c$$

Из этого уравнения видно, что поверхность равного давления, на которую действует только вес, будет определяться равенством: **$z = const$,** т.е. поверхность будет горизонтальной. Все поверхности равного давления в покоящейся жидкости параллельны друг другу.

Итак: поверхность уровня – горизонтальная плоскость.

Следовательно, величина гидростатического давления зависит только от глубины точки погружения и не зависят от формы сосуда.

Основное уравнение и закон гидростатики



Рассмотрим покоящуюся жидкость в замкнутом цилиндрическом сосуде. На нее действует сила тяжести и внешнее давление на свободной поверхности. Плоскость **xoy** –плоскость сравнения.

$dP = \rho (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$ из этого уравнения мы получим **$dp = - \rho g dz$,** а затем

$P = - \rho g z + c$, где **c** постоянная интегрирования. Найдем ее, полагая, что **$P = P_0$** и **$Z = Z_0$:**

$$c = P_0 + \rho g Z_0$$

$$P = - \rho g z + P_0 + \rho g Z_0$$

$$P = P_0 + \rho g Z_0 - \rho g z + P_0$$

$Z + P/\rho g = Z_0 + P_0/\rho g$ – основной закон гидростатики.

Разность **$(Z_0 - Z)$** представляет собой глубину погружения точки **A – h:**

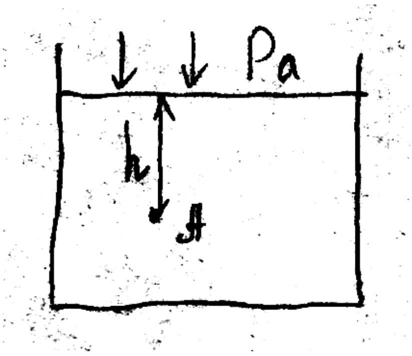
$P = P_0 + \rho g h$ – основное уравнение гидростатики

Величина гидростатического давления внутри жидкости **P** равна внешнему давлению **P_0** плюс давление от веса столба жидкости высотой **h** и площадью равной единице.

Анализируя полученные уравнения, можно записать:

Внешнее единичное давление, приложенное к свободной поверхности жидкости, находящейся в замкнутом сосуде в равновесии, передается всем точкам этой жидкости без изменения. Это положение носит название Закон Паскаля.

- <u>случай открытого сосуда</u>

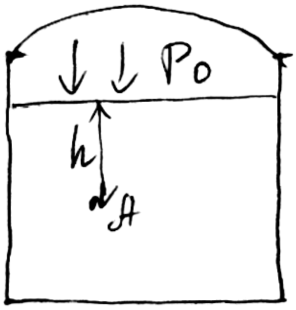


$\mathbf{P_A = P_a + \rho g h}$

$\mathbf{P_A > P_a}$ на величину $\mathbf{\rho g h}$, эту величину называют избыточным давлением: $\mathbf{\rho g h = P_{изб.}}$

Избыточное давление показывает превышение абсолютного давления над атмосферным. В случае открытого сосуда оно равно весовому $\mathbf{\rho g h}$.

- <u>случай замкнутого сосуда</u>



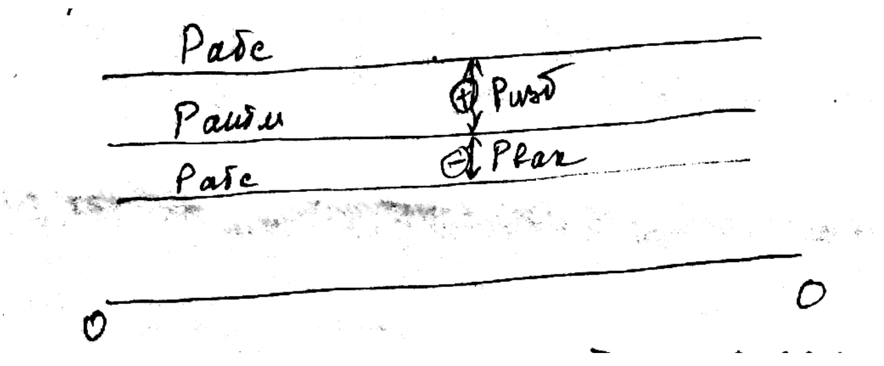
$\mathbf{P_A = P_0 + \rho g h}$

$\mathbf{P_{изб.} = P_0 + \rho g h - P_a}$

Избыточное давление в точке А равно разности абсолютного давления в точке А и атмосферного: $\mathbf{P_{изб.} = P_A - P_a}$

<u>Виды давления</u>

Можно из вышесказанного сделать вывод, что существуют следующие виды давления: атмосферное, абсолютное, избыточное (манометрическое) и вакуумметрическое. Давление отсчитываемое от условно выбранной горизонтальной плоскости называется **абсолютным** $\mathbf{P_{абс}}$



Избыточное давление положительное, если оно над атмосферным. Это давление называют **манометрическим** $\mathbf{P_м}$ Если избыточное давление показывает недостаток абсолютного до атмосферного, такое давление отрицательно, его называют **вакуумметрическим** $\mathbf{P_в}$

$$\mathbf{P_м = P_{абс} - P_{атм}}$$
$$\mathbf{P_в = P_{атм} - P_{абс}}$$

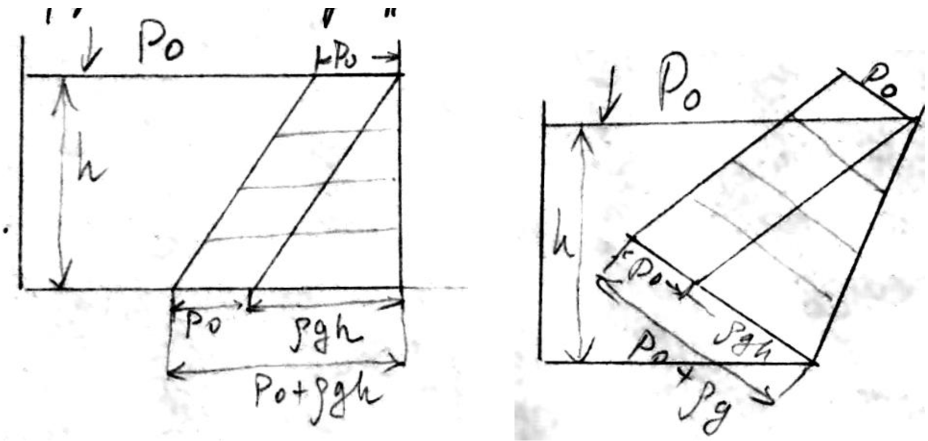
Вакуум показывает недостаток абсолютного давления до атмосферного.

Эпюра давления.

Графическое изображение изменения давления по глубине жидкости называют эпюрой давления.

$$P = P_0 + \rho g h$$

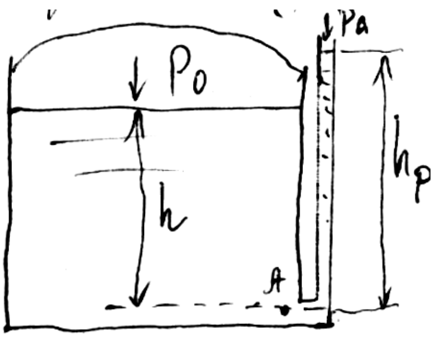
Проанализируем это уравнение, оно является уравнением прямой линии со свободным членом вида: **у = kx + в**, где **«в»** соответствует давлению P_0 на поверхности жидкости, а угловому коэффициенту **«k» - ρg**



Форма эпюры зависит от рода жидкости, т.е. угловой коэффициент изменяется.

Приборы для измерения давления

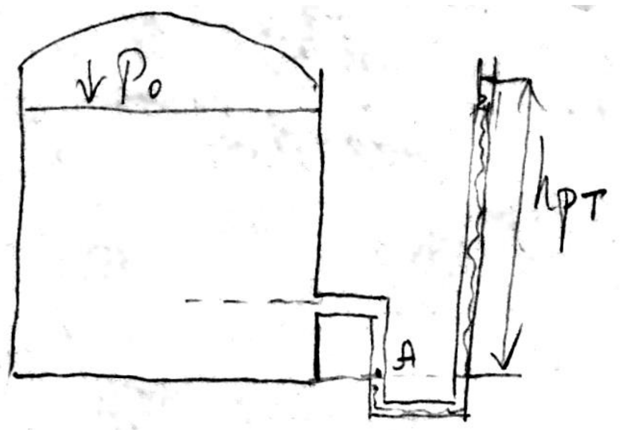
1. Простейшим представителем приборов жидкостного типа является пьезометр, измеряющий давление высотой столба жидкости. Он представляет собой трубку диаметром не менее 5 мм, открытую с одного конца, а вторым присоединяется к сосуду, в котором измеряется давление.



$$P_A = P_a + \rho g h$$
$$P_A = P_0 + \rho g h$$
$$P_a + \rho g h = P_0 + \rho g h$$
$$hp = P_{атм} - P_{абс} / \rho g = P_{изб} / \rho g$$

Пьезометры измеряют давление до 4мм водного столба.

2. Ртутный манометр представляет собой U образную стеклянную трубку, изогнутое колено которой заполняется ртутью. Под действием давления P_0 в сосуде уровень ртути в левом колене манометра понижается, а в правом повышается.

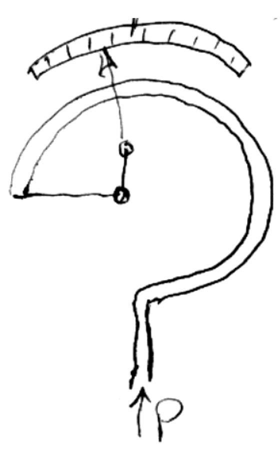


При этом гидростатическое давление в точке А:

$$\mathbf{P_A = P_0 + \rho gh = P_{атм} + \rho_{рт}\, gh_{рт}}$$

Ртутный манометр измеряет давление до 30 – 40 кМа.

3. <u>Механические манометры</u>.

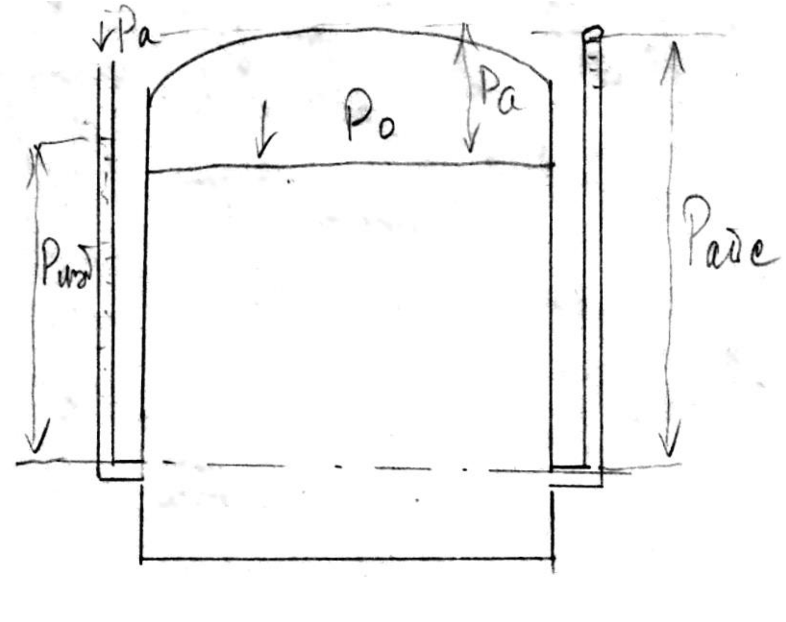


Они используются для измерения больших давлений. Основная деталь такого манометра латунная трубка согнутая по кругу. Сечение трубки имеет форму овала или эллипса. Верхний свободный конец запаян, а нижний присоединен к точке, где измеряется давление. Верхний конец соединен со стрелкой, перемещающейся по шкале.

4. <u>Вакуумметры</u> служат для измерения величины разряжения. Принцип действия один и тот же с вышеописанными.

<u>Пьезометрическая высота.</u>

Пьезометрическая высота характеризует давление в линейных единицах. Пьезометрическая высота может отвечать абсолютному и избыточному давлениям.



Величина $\mathbf{h_A = P_{абс} / \rho g}$; а $\mathbf{h_P = P_{изб} / \rho g}$, где $\mathbf{h_A}$ – высота абсолютного давления, а $\mathbf{h_P}$ – высота избыточного давления. $\mathbf{h_P}$ – <u>пьезометрическая высота</u>, а плоскость, на которой давление равно атмосферному, называют <u>пьезометрической.</u>

Лекция № 3

1. Геометрическая и физическая интерпретация основного закона и уравнения гидростатики.

2. Сила гидростатического давления на плоские, произвольно ориентированные поверхности.

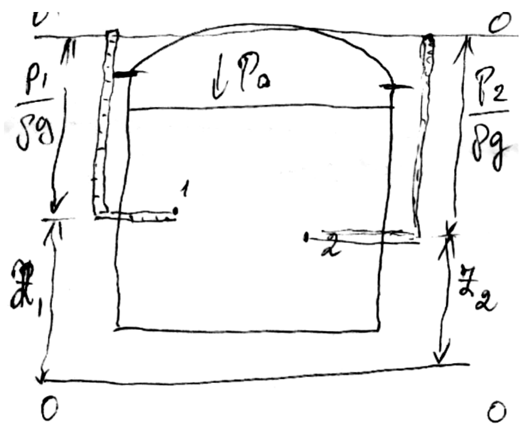
3. Центр давления.

Плоскость сравнения, напор и напорная плоскость.

Для определения взаимного высотного расположения отдельных точек в жидкости используется горизонтальная плоскость, выбранная произвольно, называемая плоскостью сравнения – **О-О**

Вертикальное расстояние рассматриваемой плоскости от плоскости сравнения называются геометрической высотой и обозначается Z. Плоскость сравнения должна быть горизонтальной, а геометрическая высота положительной.

P /
Z



ρg – называют пьезометрической высотой **+ P / ρg = H**$_s$ – гидростатический напор, величина которого для покоящейся жидкости постоянна.

Все члены уравнения имеют линейную размерность.

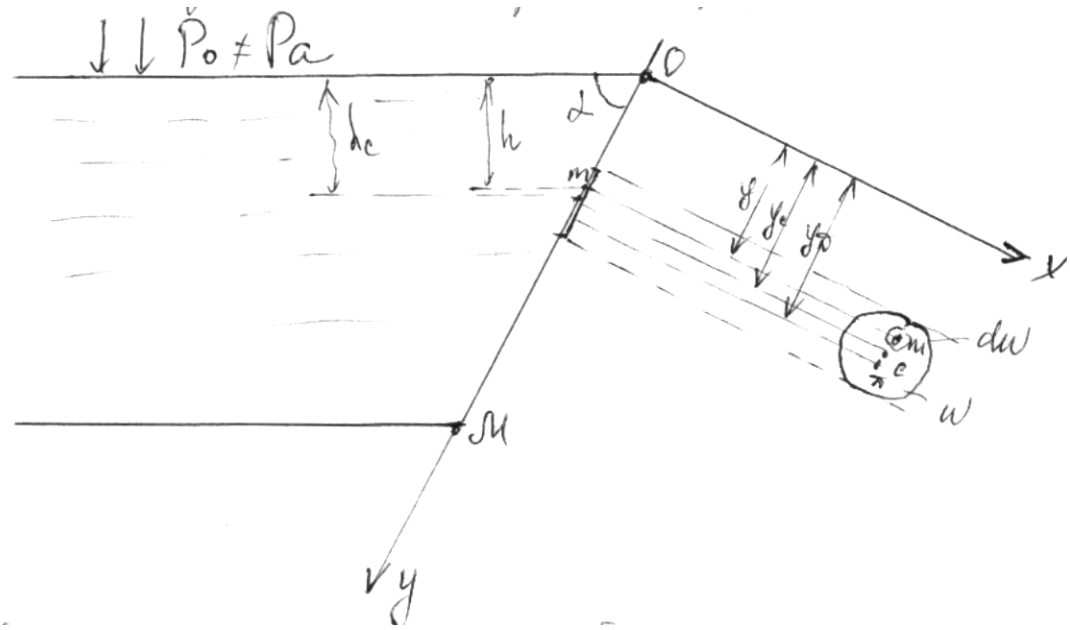
Гидростатический напор может соответствовать как абсолютному, так и избыточному давлению.

Умножим почленно **Z** и **P / ρg** на **g**, получим **gZ** + **P / ρ = H**$_P$**.** Это уравнение будет определять потенциальную энергию.

Сумма удельной потенциальной энергии положения **gZ** и удельной потенциальной энергии давления **P / ρ** величина постоянная для всех точек покоящейся жидкости.

Плоскость, проходящая по уровню жидкости в пьезометрах называется напорной плоскостью.

<u>Сила гидростатического давления на плоскую, произвольно ориентированную фигуру</u>



Представим открытый сосуд, наполненный жидкость и имеющий наклонную стенку **OM.** На этой стенке наметим оси **ox** и **oy** и выделим некоторую наклонную плоскость с площадью **W.** Развернем эту фигуру. В соответствии с первым свойством гидростатического давления можем утверждать, что во всех точках площади **W** давление действует нормально. Следовательно сила абсолютного гидростатического давления $\mathbf{F_A}$ будет направлена нормально к площади ее воспринимающей.

Найдем:

- Величину силы гидростатического давления $\mathbf{F_A}$
- Положение линии действия силы $\mathbf{F_A}$ - $\mathbf{y_D}$

<u>1.Величина силы $\mathbf{F_A}$</u>

Наметим на рассматриваемой плоскости произвольную точку **«m»,** заглубленную под уровень жидкости на величину **«h»** с координатой **«y»**, где $\mathbf{h = y \sin d}$.

У точки **«m»** выделим элементарную площадку **«dW».** Сила гидростатического давления на эту площадку равна:

$$\mathbf{dF_A = P\,dW} \text{ или } \mathbf{dF_A = (P_0+\rho gh)\,dW = P_0\,dW+\rho gh\,dW = P_0\,dW+\rho gy \sin d\,dW}$$

Интегрируя это выражение по площади «**W**» получаем:

$\mathbf{F_A = P_0 \int_W dW + \rho g \sin d \int_W ydW}$, ясно, что $\mathbf{\int_W dW = W}$; $\mathbf{\int_W ydW = S_{ox} = y_c W}$, где $\mathbf{S_{ox}}$ - статический момент плоской фигуры относительно оси **ox;** $\mathbf{y_c}$ – координата центра тяжести (т.С) данной плоской фигуры.

$\mathbf{F_A = P_oW + \rho g\, y_c \sin dW}$, то т.к. $\mathbf{y_c \sin d = h_c}$, где $\mathbf{h_c}$ – заглубление центра тяжести площадки под уровень жидкости

$\mathbf{F_A = (P_o + \rho g h_c)\, W}$ или $\mathbf{F_A = F_0 + F_{изб}}$

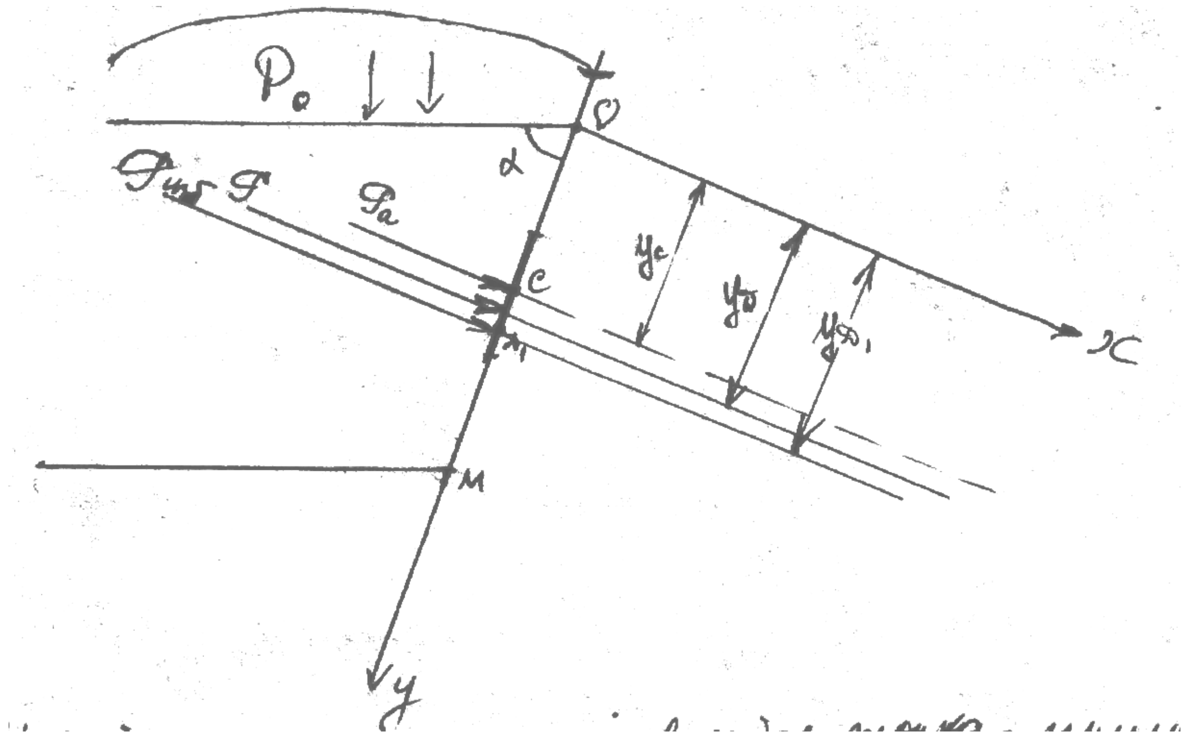
Т.к. сила атмосферного давления действует со стороны жидкости и извне, то в случае открытого сосуда: $\mathbf{F_A = \rho g h_c W}$ или $\mathbf{F = \rho g h_c W}$

Сила гидростатического давления (абсолютного или избыточного), действующая на плоскую фигуру любой формы, равна площади этой фигуры, умноженный на соответствующее давление в центре тяжести.

Или т.к. «$\mathbf{h_c W}$» представляет собой объем цилиндра с площадью, основания «**W**» и глубиной погружения «$\mathbf{h_c}$»**.** Зависимость $\mathbf{F = \rho g h_c W}$ можно прочитать так:

Сила гидростатического давления на плоскую фигуру равна весу жидкости в объеме цилиндра с основанием «**W**» и глубиной погружения «$\mathbf{h_c}$»**.**

<u>2. Определение положения линии действия силы **F** (определение силы давления)</u>



Центром давления называется точка приложения равнодействующей сил давления на некоторую плоскую поверхность.

Точка приложения силы давления от атмосферного давления $\mathbf{F_a}$ будет совпадать с центром тяжести площадки (закон Паскаля), $\mathbf{y_c}$

Избыточное же давление (весовое) неравномерно распределяется по площадки, чем точка глубже, или давление больше. Поэтому центр давления силы избыточного давления $\mathbf{F_{изб}}$. Будет лежать ниже центра тяжести площадки $\mathbf{y_D}$

Искомая сила **P** является геометрической суммой сил $\mathbf{F_a}$ и $\mathbf{F_{изб}}$**.** Точка **D** будет лежать между точками **C** и $\mathbf{D_1}$ **.** Эта точка найдется в результате геометрического сложения точек приложения сил $\mathbf{F_a}$ и $\mathbf{F_{изб}}$

Исходя из следующего:

Сумма лимитов составляющих элементарных сил «P_0dW», относительных оси ох равна моменту равнодействующей силы F относительно оси ох.

Это теорема Вариньона.

$$\sum dFy = F \cdot y_D \quad \text{или} \quad F \cdot y_D = \int_w dFy$$

$$dF = (P_0 + \rho gh)\, dW = (P_0 + \rho gy \sin d)\, dW$$

$$F\, y_D = \int_w (P_0 + \rho gy \sin d)\, ydW = \int_w P_0\, ydW + \int_w \rho gy^2 \sin d\, dW = P_0 \int_w ydW + \rho gy \sin d \int_w y^2\, dW;$$

$\int_w ydW = S_x = y_cW;\ \ \int_w y^2\, dW = Y_{ox}$ – момент инерции относительно оси ох.

$$F\, y_D = \int_w ydF = P_0\, y_c\, W + \rho g \sin d\, Y_{ox}$$

$$F = (P_0 + \rho gh_c)\, W$$

Найдем y_D**:**

$$y_D = P_0\, y_c\, W + \rho g \sin d\, Y_{ox} / (P_0 + \rho gh_c)\, W;\ Y_{ox} = y_c^2W + y_c$$

y_c – момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести плоской площадки.

$$y_D = P_0\, y_c\, W + \rho g\, y_c^2\ \sin dW + \rho g \sin d\, Y_c / (P_0 + \rho gh_c)\, W = Y_c + \rho g \sin d\, Y_c / (P_0 + \rho gh_c)\, W$$

$y_c \sin d = h_c$, раделим правый член уравнения на «ρg»

$$y_D = y_c + y_c \sin d / (P_0/ \rho g + h_c)\, W$$

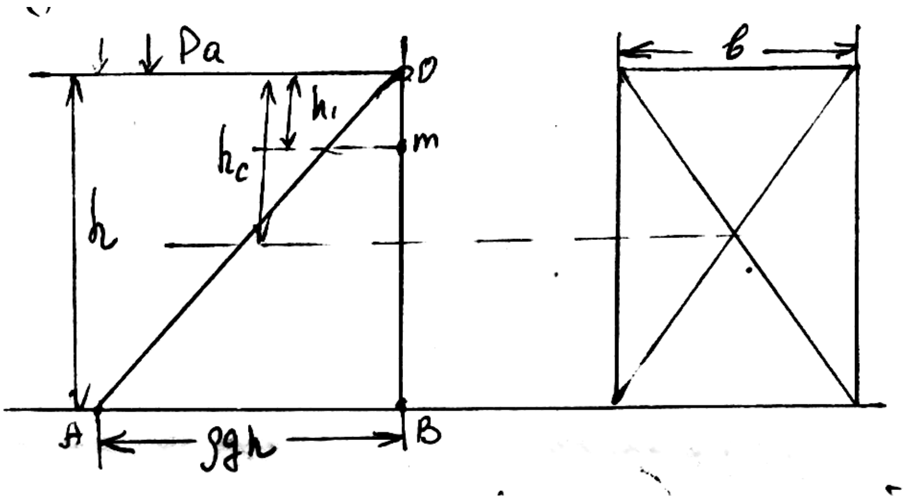
- если площади расположены вертикально sin d = 1, тогда $y_D = h_D$, а $y_c = h_c$

$$h_D = h_c + y_c / (P_0/ \rho g + h_c)\, W$$

$$y_D = (y_c^2 + Y_c) / \ y_c\, W; \quad y_D = y_c + (Y_c / \ y_c\, W)$$

Центр давления лежит ниже центра тяжести на величину эксцентриситета «ℓ», где ℓ = $Y_c / \ y_c\, W$

Графоаналитический способ определения силы давления и точки ее приложения



Рассмотрим плоскую вертикальную стенку ОВ с горизонтальным основанием, ширину которого обозначим «в».

На эту стенку будем рассматривать действие избыточного давления, т.к. на поверхности действует атмосферное давление. Наметим на стенке точку «m», давление в которой: $P = \rho gh$.

Будем перемещать эту точку вниз, при этом давление изменяется подчиняясь линейному закону. В точке «О» при $h = 0$, $P_{изб} = 0$, а в точке «В»: $P = \rho gh$.

Построим эпюру давления АОВ и определим силу давления на стенку «ОВ»:

$$F = \rho g h_c W,\ \text{где } h_c = h/2,\ W = h\text{в}$$

$$F = \rho g\, h/2\, (h\text{в}) = \rho g\, h^2/2 \cdot \text{в}$$

$S_{AOB} = 0,5\ \rho g\ h^2 \cdot$ в, это площадь эпюры гидростатического давления. Следовательно сила давления, определенная графически, равна:

$$F = S_{эц}\ \text{в}$$

Сила давления на плоскую стенку равна произведению площади эпюры давления на ширину этой стенки.

Определим графический центр давления

Аналитически центр давления определяется после нахождения его координаты:

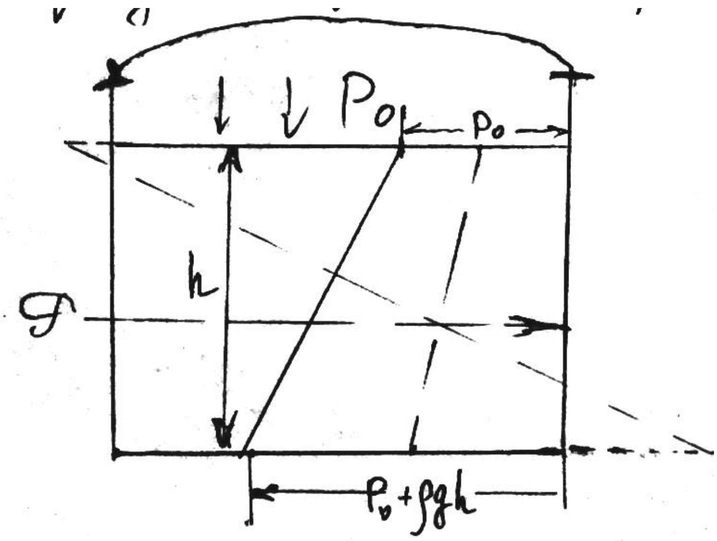
$$\mathbf{y_D = y_c + (Y_c / \ y_c\ W)},\ \text{где } \mathbf{y_c} = h/2,\ \text{а } \mathbf{Y_c} \text{ для прямоугольника:}$$

$$\mathbf{Y_c} = \mathbf{в}h^3/\ 12;\ W = \text{в}h$$

$$\mathbf{y_D} = h/2 + h/6 = 2/3\ h$$

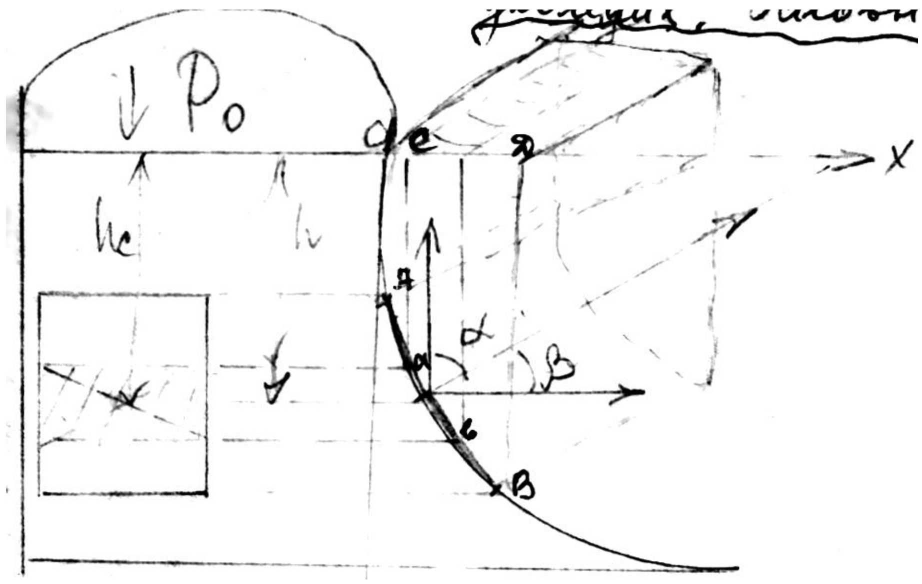
$$\mathbf{y_D} = 2/3\ h,\ \text{т.е. } \mathbf{y_D} = \mathbf{y_c}\ \text{ эпюры давления}$$

Линия действия силы гидростатического давления проходит через центр тяжести эпюры давления.



Лекция №4

1. *Определение силы давления на криволинейные поверхности.*
2. *Точка приложения силы давления.*
3. *Основы гидродинамики.*



Выделим на некоторой цилиндрической поверхности АВ элементарную площадку, погруженную на глубину h ее центра тяжести. Давление на поверхности жидкости равно P_0, а полное гидростатическое давление в центре тяжести площадки «ав» будет равно:

$$P = P_0 + \rho gh$$

Элементарная сила полного гидростатического давления на площадку dW будет равна:

$$dF = (P_0 + \rho gh)\ dW$$

Эта сила направлена по нормам к площадке dW и пройдет через центр тяжести. Поскольку линия действия проходит под углом β к горизонту и отклоняется на угол d от вертикальной линии, эту силу необходимо разложить на две ее составляющие – вертикальную и горизонтальную:

$$dF_{в} = dF \cos d = (P_0 + \rho gh) \cos d\ dW$$

$$dF_{г} = dF \sin d = (P_0 + \rho gh) \sin d\ dW$$

Произведения d cos dW и d sin dW равны площади проекций элементарной площадки dW на горизонтальную хоу и вертикальную yoz плоскости.

$$dW \cos d = dW_{xoy} \text{ или } dW_{г}$$
$$dW \sin d = dW_{yoz} \text{ или } dW_{в}$$

Рассмотрим каждую из составляющих силы отдельно:

1. Горизонтальная составляющая

$$dF_г = (P_0 + \rho gh)\, dW_в$$

Площадка АВ состоит из элементарных площадок, тогда горизонтальная составляющая может быть определена суммирование элементарных сил:

$$F_г = \int_{wв} (P_0 + \rho gh)\, dW_в = P_0 \int_{wв} dW_в + \rho g\int_{wв} hdW_в$$

$\int_{wв} dW_в = W_в$ и $\int_{wв} \rho gh\, dW_в = S_{oy} = h_c W_в$ – статический момент площади проекции поверхностей АВ на вертикальную плоскость.

$F_г = (P_0 + \rho gh_c) W_в$, где h_c – погружение центра тяжести вертикальной проекции криволинейной поверхности; $W_в$ – вертикальная проекция криволинейной поверхности.

2. Вертикальная составляющая

Вертикальную составляющую силы $F_в$ можно также получить суммированием элементарных сил $dF_в$:

$$F_в = F_г = \int_{wг} (P_0 + \rho gh)\, dW_г = P_0 \int_{wг} dW_{вг} + \rho g\int_{wг} hdW_г$$

$$\int_{wг} dW_г = W_г\ ;\ hdW_г = V_{авcd},\ тогда \int_{wг} V_{авcd} = V_{ACDB}$$

$$F_в = P_0W_г + \rho g\, V_{ACDB}$$

Вертикальная составляющая силы полного гидростатического давления равна сумме внешнего давления на горизонтальную протекцию криволинейной поверхности АВ и веса жидкости в объеме ACDB, ограниченного снизу криволинейной поверхностью АВ, по бокам образующим восстановленными из концов этой поверхности АС и DB, а сверху свободной поверхностью. Этот объем называют телом давления.

Результирующую силы гидростатического давления F можем определить:

$$F = \sqrt{F_г^2 + F_в^2}$$

Эта равнодействующая силы F проходит через точку пересечения направляющей действия вертикальной и горизонтальной составляющей под углом β:

$$tg\, \beta = F_в / F_г$$

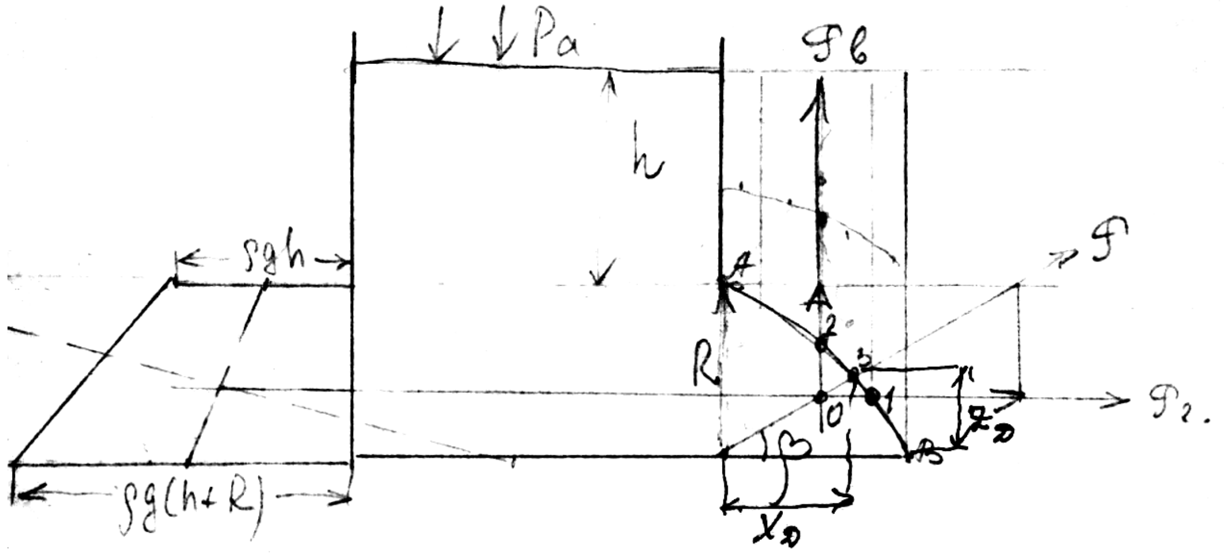
Если на поверхности жидкости давление равно атмосферному P_a, а избыточное давление $P_{изб} = 0$, поэтому для криволинейных поверхностей рассматривают воздействие сил весового давления

$$F_г = \rho g h_c W_в$$

$$F_в = \rho g V \text{ т.д.}$$

Объем тела давления может быть реальным, если этот объем расположен со стороны жидкости смачивающей криволинейную поверхность и фиктивным, если он расположен со стороны, не смоченной жидкостью. Реальный со знаком +, фиктивный со знаком -.

Направление равнодействующей силы и ее составляющих может быть найдено графически.



Построим эпюру гидростатического давления на вертикальную проекцию криволинейной поверхности и найдем ее центр тяжести. Линия действия, проходящая через этот центр, перемещаясь в горизонтальном направлении, пересечет криволинейную поверхность в т. 1

Построим эпюру давления для вертикальной составляющей и также найдем ее центр тяжести, через который пройдет линия действия вертикальной составляющей и пройдет через т. 2 криволинейной поверхности. Эти две линии действия пересекутся в т. О и центр кривизны под углом β к горизонту. Точка приложения этой линии к криволинейной поверхности т. 3 будет определятся координатами:

$$Z_D = R \sin \beta$$

$$X_D = R \cos \beta$$

Основы гидродинамики. Основные понятия гидродинамики. Виды движения. Элементы потока

Гидродинамика – раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкости. Трудность изучения этих законов обуславливается самой природой жидкости и особенно сложностью учета сил трения.

Гидравлика изучает в основном реальные жидкости. При изучении законов движения различают понятия:

Точка пространства – геометрический образ, не имеющий размеров. Положение ее в пространстве определяется координатами X, Y, Z.

Частица жидкости – физический образ, представляющий собой бесконечно малую массу жидкости бесконечно малого объема.

Основной задачей гидродинамики является определение величин, характеризующих движение жидкости: скорость течения и гидродинамического давления. Скорость течения U и давление P зависит не только от координат X, Y, Z, но и от времени t.

Основные элементы движения можно выразить следующими функциональными зависимостями:

$$P = \varphi_1 (x, y, z, t)$$

$$U_x = \varphi_2 (x, y, z, t)$$

$$U_y = \varphi_3 (x, y, z, t)$$

$$U_z = \varphi_u (x, y, z, t)$$

Виды движения жидкости.

Различают два основных вида движения жидкости: установившиеся и неустановившееся.

Установившимся называется движение, при котором параметры движения давление P и скорость U зависят от координат частиц движущейся жидкости:

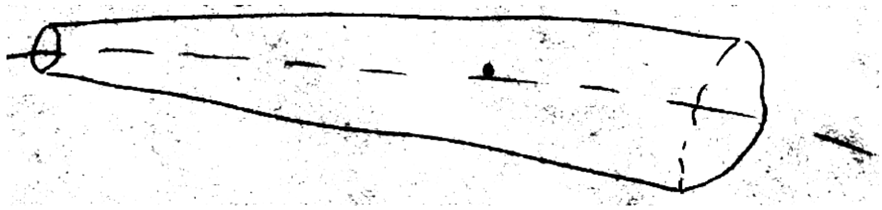
$$U = \varphi_1 (x, y, z) \text{ и } P = \varphi_2 (x, y, z,)$$

Неустановившееся движение, при котором параметры движения частиц жидкости U и P зависят от координат положения и времени:

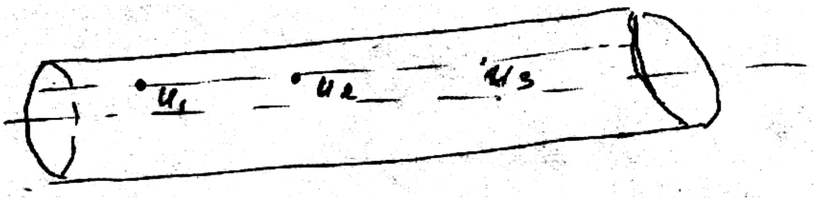
$$U = \varphi_1 (x, y, z, t) \text{ и } P = \varphi_2 (x, y, z, t)$$

Становившееся движение может быть равномерным и неравномерным.

Неравномерным движением называют также движение, при котором при переходе частиц от одних точек и другие скорости и давление изменяется. При неравномерном движении жидкости живое сечение, средняя скорость и давление изменяются по длине потока.



Равномерным называют движение, при котором частицы жидкости не изменяют скорости по длине потока:



Под воздействием давления на поток движение жидкости делится на напорное и безнапорное.

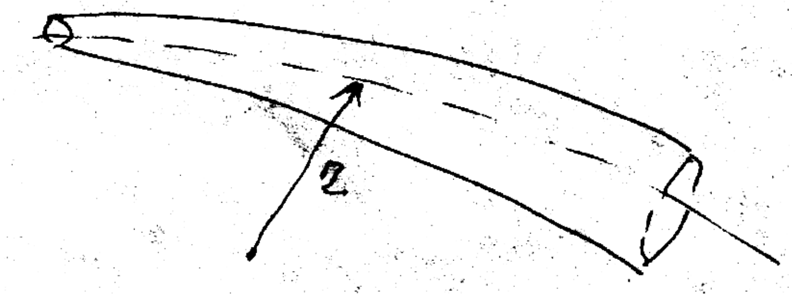
Напорным называют движение жидкости, при котором поток со всех сторон ограничен твердыми стенками. Движение происходит под действием гидростатического давления и силы тяжести (движение в трубах).

Безнапорным называют движение жидкости, при котором поток ограничен твердыми стенками частично. Это движение характеризуется наличием свободной поверхности и происходит под действием силы тяжести (движение в реках, каналах, трубах, работающих неполным сечением).

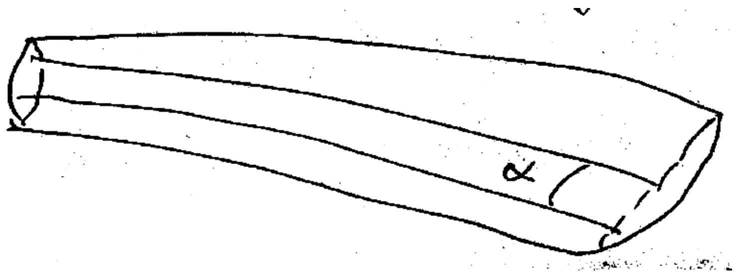
Свободные струи – поток ограниченных воздухом со всех сторон. Движение за счет гидродинамического давления (форсунки, насадки, отверстия).

Установившееся неравномерное параллельноструйное движение потока, при котором угол расхождения между линиями тока и их кривизна – величины пренебрежимо малые называют плавно изменяющимся движением. Это движение должно удовлетворять двум условиям:

- радиус кривизны элементарных струек потока стремится к бесконечности



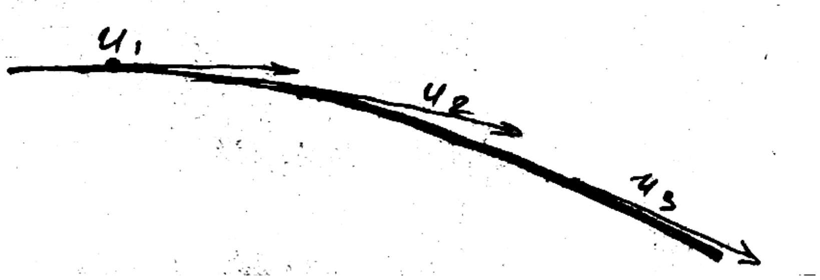
- угол расхождения элементарных струек потока мал и стремится к нулю



При несоблюдении этих условий движение называют резкоизменяющимся.

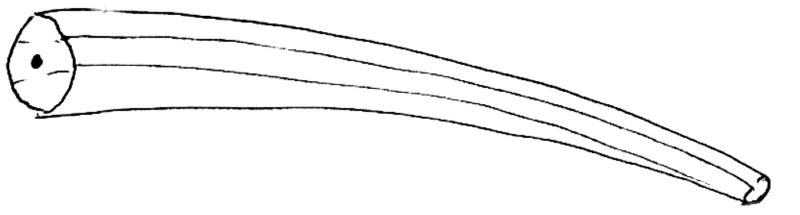
След движения частицы жидкости в пространстве называется траекторией движения.

Рассмотрим несколько точек в пространстве и покажем их векторы скорости



Кривая, проведенная в движущейся жидкости, касательные которой в данный момент времени совпадают с направлением векторов скорости каждой точки данной кривой называется линей тока.

Трубка тока



Выделим замкнутый элементарный контур и через все его точки проведем линии тока. Они образуют трубчатую поверхность, которую называют трубкой тока. Поверхность трубки тока непроницаема.

Элементарная струйка

Масса жидкости, находящаяся внутри трубки тока называется элементарной струйкой.

Элементарная струйка обладает следующими свойствами:

1. Имеет постоянную форму, т.к. форма линий тока с течением времени не изменяется.

2. Частицы жидкости, находящиеся в одной струйке, не могут переходить в соседнюю.

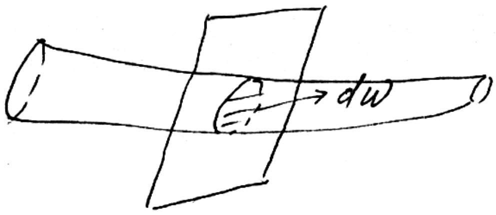
3. Скорость во всех точках поперечного сечения элементарной струйки одинакова.

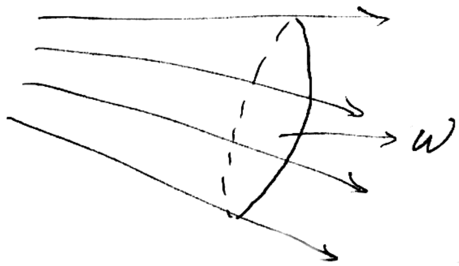
Поток жидкости. Совокупность элементарных струек называют потоком жидкости. Причем эти элементарные струйки движутся с различными скоростями.

Гидравлические элементы потока

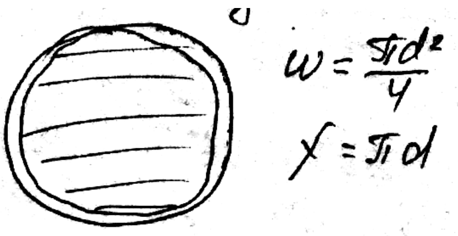
1. Площадь поперечного сечения струйки жидкости, перпендикулярного его линии тока называется площадью живого сечения струйки.

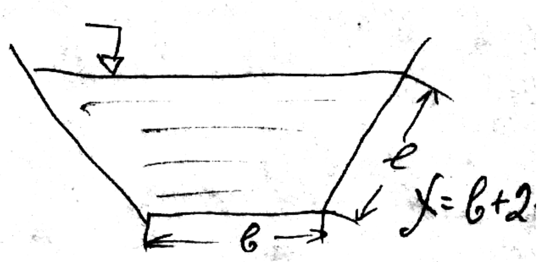
Живое сечение потока представляет собой поверхность, проведенную перпендикулярно направлению движения жидкости и лежащую в пределах этого потока.





2. Смоченный периметр X представляет собой периметр той части живого сечения трубы, которая смочена движущейся жидкостью.





3. Гидравлическим радиусом называется отношение живого сечения к смоченному периметру:

$$R = W/X, \quad \text{для круглой трубы} \quad R = d/4$$

Лекция №5

1. Характеристики движения жидкости.

2. Уравнение неразрывности потока.

3. Уравнение Д. Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости.

Расход жидкости. Расходом жидкости называется ее объем, проходящий в единицу времени через живые сечения:

$$Q = V/t\ [L^3/t]$$

Единицы измерения: $м^3/с$, $см^3/с$, $дм^3/с$, или л/с.

Если чрез dW обозначить элементарную площадь живого сечения, то величина элементарного расхода будет представлять собой:

$$dQ = udW$$

Т.к. скорости «u» в различных точках сечения неодинаковы, то величину расхода Q можно представить в виде:

$$Q = \int_w udW$$

Структурная особенность течения. Скорости течения u в разных точках неодинаковы, вводим понятие средней скорости.

$$u_1 \neq u_2 \neq u_3 \text{ и т.д.}$$

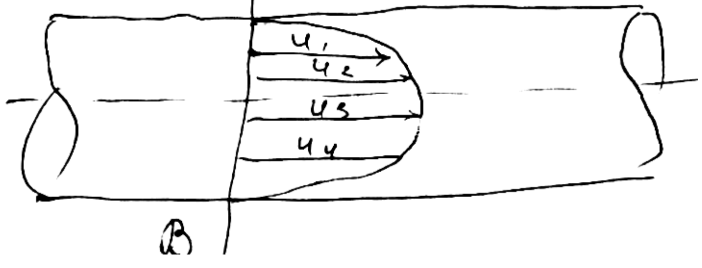
Это фиктивная, реально не существующая скорость «U»

Скорость «U» - это отношение расхода жидкости к площади живого сечения потока:

$$U = Q/W; \quad U = \int_w udW / W$$

Величина расхода Q для данного живого сечения: $Q = U \cdot W$

Эпюра скоростей. Рассмотрим поток, имеющий плоские живые сечения в круглой трубе.



Наметим вертикаль АВ. Векторами покажем скорости каждой элементарной струйки u_1, u_2, u_3 и т.д. Соединив концы этих векторов плавной линией получим эпюру скоростей. Эпюрой скоростей называют графическое изображение изменения скоростей по живому сечению. $\mathbf{U = S_{эп} / d}$

Уравнение неразрывности или сплошности потока.

Для определения давлений и скоростей в различных точках потока жидкости используют основные уравнения гидродинамики. Эти уравнения получены при наличии связи параметров движения с силами, действующими на движущуюся жидкость.

Уравнение неразрывности потока является аналитическим выражением закона сохранения массы в движущейся жидкости. Поток будет сплошным, если в нем не образовывается разрывов и пустот, т.е. $\rho = const$.

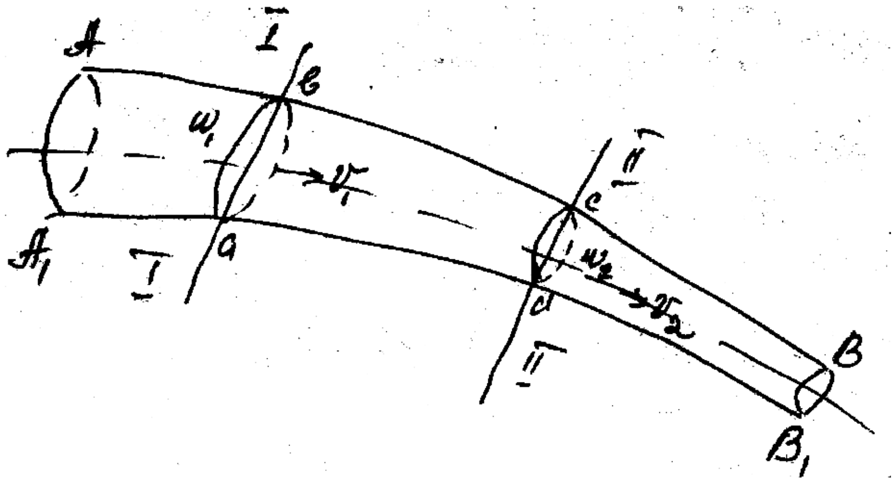
В дифференциальной форме это уравнение имеет вид:

$$\partial u_x / \partial_x + \partial u_y / \partial_y + \partial u_z / \partial_z$$

Мы же будем использовать для расчетов уравнение неразрывности в гидравлической форме.

Рассмотри установившееся движение жидкости в трубе переменного сечения и выберем в потоке два произвольных сечения I - I и II – II.

Рассмотрим объем abcd, заключенный между ними



Поток ограничен непроницаемой поверхностью, образованной линией тока. Будем считать, что выбранные сечения неподвижны, а жидкость – протекающая через них.

Обозначим через Q_1 и Q_2 расходы в выбранных сечениях. За время dt через живое сечение с площадью W_1 поступает объем жидкости равный Q_1 dt, в то же время через живое сечение с площадью W_2 вытекает объем Q_2 dt.

Примем следующие допущения:

1. Поверхность АВ непроницаема;
2. Жидкость несжимаема
3. Жидкость движется без разрывов и пустот.

И мы можем утверждать, что объемы равны: $Q_1\,dt = Q_2\,dt$ или $Q_1 = Q_2$

Можно в потоке наметить ряд сечений и получить:

$$Q_1 = Q_2 = Q_{3....} = Q_n = const,\ Q = const \text{ вдоль потока}$$

Это можно представить в следующим виде:

$$W_1 U_1 = W_2 U_2 = W_n U_n$$

Это и есть уравнение неразрывности в гидравлическом виде.

$U_1 / U_2 = W_2 / W_1$ <u>Средняя скорость течения жидкости обратно пропорциональны площадям живых сечений потока.</u>

<u>Уравнение Д. Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости при установившимся движении</u>

Если первым основным уравнениям гидродинамики является уравнение неразрывности, то вторым является уравнение Д. Бернулли, устанавливающее зависимость между скоростью и давлением в различных сечениях одной и той же элементарной струйки.

Движение будем полагать установившимся и плавно изменяющимися. Жидкость идеальной.

Пусть за некоторый бесконечно малый промежуток времени dt объем AB переместится в положение A_1B_1. При этом сечение I – I переместится на расстояние $d\ell_1$, а сечение II – II на расстояние $d\ell_2$.

Для вывода уравнения Д. Бернулли применил к движению объема жидкости AB теорему об изменении кинетической энергии (теорему живых сил), согласно которой приращение кинетической энергии движущейся системы материальных частиц равняется сумме работ всех сил, действующих на эту систему.

d (КЭ) = ∑A, где d (КЭ) приращение кинетической энергии тела на некотором расстоянии; ∑A – сумма работ всех сил, действующих да движущееся тело. $КЭ = dm \cdot u^2 / 2$

Приращение кинетической энергии будет представлять разность значений кинетической энергии в двух положениях перемещающегося объема, т.е. как разность кинетической энергии A_1B_1 и AB.

В объемы A_1B_1 и AB входит как составная часть объем A_1B поэтому может утверждать, что искомое приращение кинетической энергии определяется разностью кинетической энергии объемов BB_1 и AA_1.

Определим эти объемы:

$$AA_1 = dW_1 \cdot d\ell_1 = dW_1 \cdot u_1 \cdot dt = dQ_1 dt$$

$$BB_2 = dW_2 \cdot d\ell_2 = dW_2 \cdot u_2 \cdot dt = dQ_2 dt$$

По условию неразрывности $dW_1 \cdot u_1 = u_2 \cdot dt = dQ = const$, следовательно объемы AA_1 и BB_1, равны, т.е.

$$dQ_1 dt = dQ_2 dt = dQdt$$

Масса рассматриваемых объемов равна:

$$dm = \rho dQdt$$

Выражение для приращения кинетической энергии примет вид:

$$d\,(КЭ) = \rho dQdt \cdot U_2^2 / 2 - \rho dQdt \cdot U_1^2 / 2$$

Рассмотрим далее работы сил, действующих на объем АВ при перемещении его в положение $A_1\ B_1$

1. Работа силы тяжести. Действие силы тяжести движущегося объема AA_1 проявится при перемещении его в положение BB_1. Работа силы тяжести равна произведению этой силы на путь, пройденный точкой ее приложения, т.е. центром тяжести движущегося объема жидкости по вертикали:

$$A_{с.т.} = \rho dQdt \cdot Z_1 - \rho dQdt \cdot Z_2$$

2. Работа сил гидростатического давления.

Работа силы давления определяется силой давления в сечениях на путь, пройденный этими сечениями

$$\sum A_{с.т.} = P_1\ dW_1 d\ell_1 - P_2\ dW_2 d\ell_2 = P_1\ dW_1 u_1 dt - P_2\ dW_2 u_2 dt$$

$$\sum A_{с.т.} = P_1 dQdt - P_2 dQdt$$

P_1 и P_2 – гидростатическое давление в сечениях I и II – II

3. Работа сил давления окружающей жидкости на боковую поверхность объема АВ.

Эта работа равна нулю, т.к. эти силы парных u в сумме равны нулю.

4. Работа сил трения. Эта работа равна нулю, поскольку мы рассматриваем идеальную жидкость.

Приравняв приращение кинетической энергии объема движущейся жидкости к сумме работ, получим:

$$\rho dQdt \cdot U_2^2 / 2 - \rho dQdt \cdot U_1^2 / 2 = \rho dQdt \cdot Z_1 - \rho dQdt \cdot Z_2 + P_1\ dW_1 u_1 dt - P_2\ dW_2 u_2 dt$$

Разделим полученное уравнение почленно на единичную массу $dm = \rho dQdt$ и перегруппируем члены:

$$gZ_1 + P_1/\rho + u_1^2/2 = gZ_2 + P_2/\rho + u_2^2/2$$

Для любого сечения идеальной жидкости:

$$gZ + P/\rho + u^2/2 = const$$

Это уравнение для элементарной струйки идеальной жидкости Бернулли получил в 1738 г.

Сумма трех слагаемых, входящих в это уравнение называется полной удельной энергией жидкости в сечении и обозначается буквой Е.

gz – удельная энергия положения центра тяжести сечения

P/ρ – удельная энергия давления в центре тяжести сечения

$u^2 / 2$ – удельная кинетическая энергия.

Для элементарной струйки идеальной жидкости полная удельная энергия есть величина постоянная для всех сечений струйки.

С физической точки зрения уравнение Д. Бернулли для струйки идеальной жидкости представляет собой закон сохранения механической энергии, отнесенный к единице массового расхода.

$gz + P/\rho$ – мера потенциальной энергии.

В гидравлике для характеристики удельной энергии пользуются понятием напора, под которым понимают энергию жидкости, отнесенную к единице силы тяжести, т.е. $\rho dQdt$:

$$Z_1 + P_1/\rho g + u_1^2/2g = Z_2 + P_2/\rho g + u_2^2/2g,$$ или в общем виде

$$Z + P/\rho g + u^2/2g = H = const$$

z – гидравлический напор [м]

$P/\rho g$ – пьезометрический напор [м]

$u^2 / 2g$ – скоростной напор [м]

Сумма трех слагаемых называется гидродинамическим напором Н, а $Z + P/\rho g$ – гидростатический или потенциальный напор.

Диаграмма Д. Бернулли

Графическое изображение членов, входящих в уравнение называется диаграммой Д. Бернулли

Лекция №6

1. Уравнение Д. Бернулли для реальной жидкости: элементарной струйки и потока.

2. Общие понятия потерях напора.

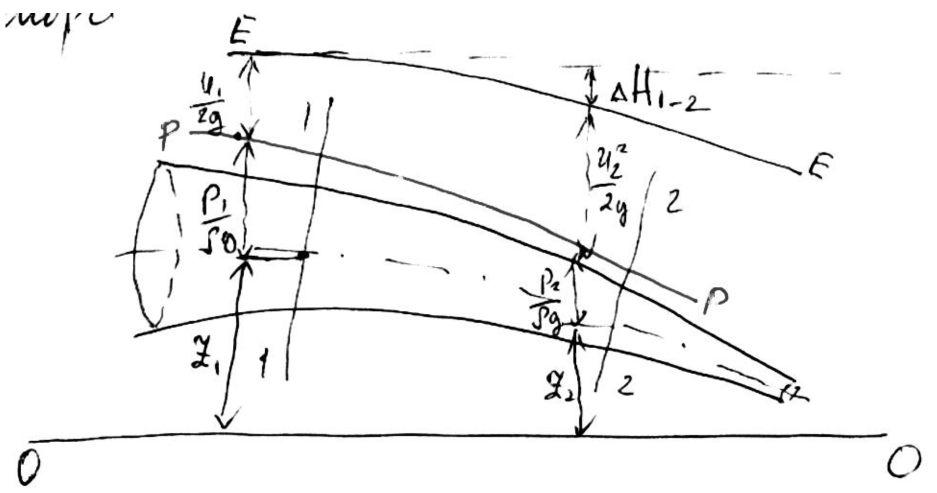
3. Основные уравнения установившегося равномерного движения жидкости.

Для элементарной струйки реальной жидкости.

Вязкая жидкость испытывает сопротивление при движении, поэтому часть удельной энергии вдоль струйки теряется. Следовательно, необходимо учитывать эту потерю. Обозначим ее через $\Delta E_{1\text{-}2}$ и запишем полученное ранее уравнение в следующем виде:

$$gZ_1 + P_1/\rho + u_1^2/2 = gZ_2 + P_2/\rho + u_2^2/2 + \Delta E_{1\text{-}2}$$ или в виде напоров:

$$Z_1 + P_1/\rho g + u_1^2/2g = Z_2 + P_2/\rho g + u_2^2/2g + \Delta H_{1\text{-}2},$$ здесь ΔH потеря напора



Линия ЕЕ соответствует гидродинамическому напору, а линия РР – гидростатическому или потенциальному напору.

Обозначим расстояние между сечениями $\Delta\ell$, отношение ΔH к $\Delta\ell$ называют средним гидравлическим уклоном:

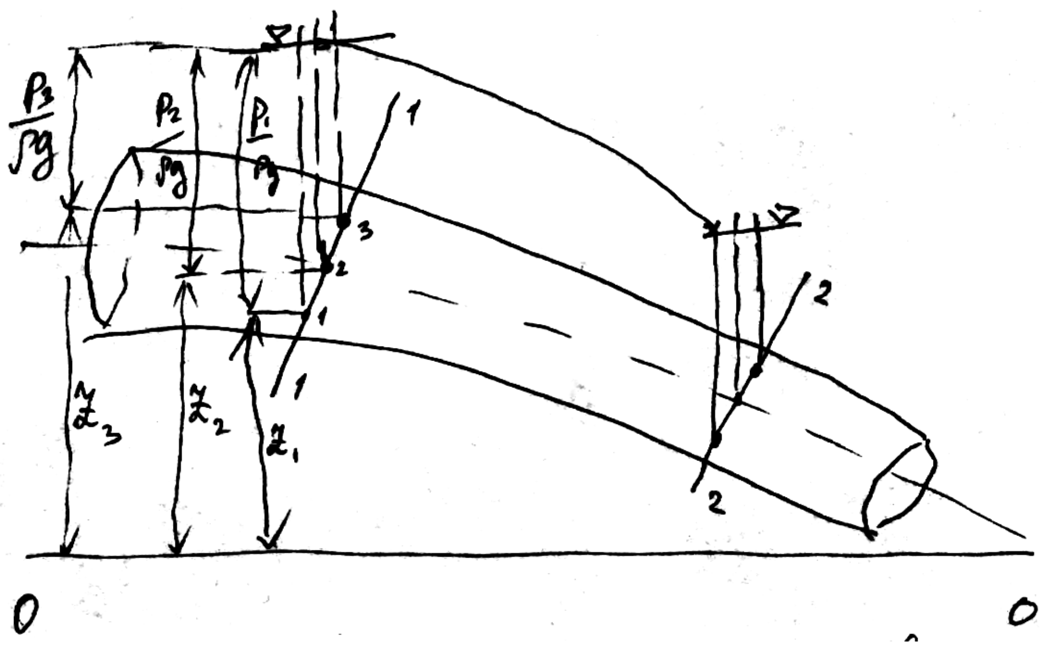
$Y = d\,(Z + P/\rho g + u_2/2g\,)\,/\,d\ell$, этот уклон характеризует положение напорной линии и всегда положительный.

$i = d\,(Z + P/\rho g)\,/\,d\ell$ - пьезометрический уклон, характеризующий положение пьезометрической линии. Он может быть как положительным, так и отрицательным.

Для потока реальной жидкости

От уравнения Д. Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости можно перейти к уравнению для потока если принять следующие допущения (поток – совокупность элементарных струек):

1. О распределении давлений в живых сечениях потока. Наметим два сечения 1-1 и 2-2 (в потоке они плоские):



Опытами установлено, что если в сечении пометить несколько точек и вывести из них пьезометры, вода в них установится на одной отметке. Аналогичная картина будет для любого сечения в направлении движения жидкости.

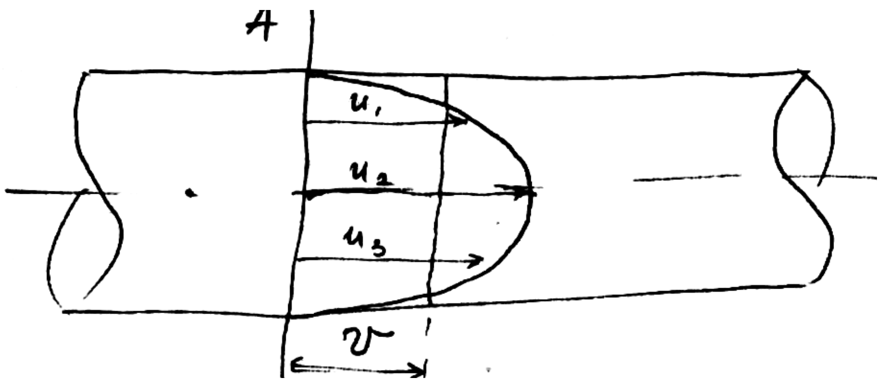
$$Z \text{ и } P / \rho g = \text{counst}$$

Можно сказать, что давление в конкретном сечении потока распределяется, подчиняясь гидростатическому закону при параллельно-струйном и плавноизменяющимся установившимся движении.

2. Неравномерность распределения скоростей.

Задача учета неравномерности распределения скоростей по живому сечению сопряженных с определенными трудностями, поэтому в гидравлике все расчеты ведутся по средней скорости: U = Q/W

Рассмотрим эпюры действительных и средних скоростей:



При наложении этих эпюр видно, что действительный скорости неравномерно распределяются по отношению средней скорости, т.е.

$u = U \pm U_0$, где U_0 – отклонение действительно скорости от средней.

Рассмотрим поток как совокупность элементарных струек. Энергия каждой отдельной струйки:

$$dE = (Z + P / \rho g + u^2/2g)\ \rho g dQ$$

Энергия всего потока может быть найдена суммированием этих энергий:

$$E = \int_w (Z + P / \rho g + u^2/2g)\ \rho g dQ = \rho g \int_w (Z + P / \rho g)\ dQ + 0{,}5\ \rho g/g \int_w u^2 dQ$$

Первое слагаемое выражений потенциальную энергию потока. Полагаясь на первое допущение эта энергия определяется:

$$\rho g \int_w (Z + P / \rho g)\ dQ = \rho g\ (Z + P / \rho g) \int_w dQ = \rho g\ Q\ (Z + P / \rho g)$$

$$E_{пот} = \rho g Q\ (Z + P / \rho g)$$

Второе слагаемое выражает кинетическую энергию в сечении:

$$E_{кин} = 0{,}5\ \rho \int_w u^2 dQ; \quad dQ = udw; \ \ u = U + U_0$$

$$E_{кин} = 0{,}5\ \rho \int_w u^3 dW = 0{,}5\ \rho \int_w (U + U_0)^3 dW = 0{,}5\ \rho \int_w (U^3 + 3U^2U_0 + 3UU_0{}^2 + U_0{}^3)\ dW$$

Интеграл суммы представим в виде суммы интегралов и определим каждый из них:

$$E_{кин} = 0{,}5\ \rho\ (\int_w U^3 dW + \int_w 3\ U^2 U_0 dW + \int_w 3UU_0{}^2\ dW + \int_w U_0{}^3 dW) \int_w U^3 dW;$$

$$\int_w 3\ U^2 U_0 dW = 3\ U^2 \int_w U_0 dW = 0, \text{ т.к. } U_0 \pm;$$

$$\int_w = U_0{}^3 dW \approx 0, \text{ как величина третьего порядка малости;}$$

$$E_{кин} = 0{,}5\ \rho\ (U^3 W + 3U\int_w U_0{}^2\ dW), \text{ вынести за скобку } U^3W;$$

$$E_{кин}\ 0{,}5\ \rho U^3 W\ (1 + 3U\int_w U_0{}^2\ dW) / U^3 W$$

$$E_{кин} = \ 0{,}5\ dU^2 \cdot U \cdot u\rho = \rho dU^2/2\ Q = \rho g\ (dU^2/2g)\ Q; \ \ E_{кин} = \rho g Q\ (dU^2/2g)$$

Энергия в сечении потока равна $E_{пот} + E_{кин}$;

$E = \rho g Q\ (Z + P/\ \rho g) + \rho g Q\ (dU^2/2g)$, разделив почленно правую часть на $\rho g Q$, получим: $E = Z + P/\ \rho g + dU^2/2g$

Записав энергию для двух сечений получим уравнение Д.Бернулли для потока:

$$Z_1 + P_1/\rho g + dU_1^2/2g = Z_2 + P_2/\rho g + dU_2^2/2g + h_{1-2},\quad h_{1-2}$$ – потеря напора.

Уравнение Д.Бернулли выражает особый закн сохранения энергии:

$d = E_{кин\ u}/E_{кин\ U} = 1{,}05/1{,}1$ и показывает неравномерность распределения действительных скоростей.

Общие понятия о потерях напора

$$Z_1 + P_1/\rho g + dU_1^2/2g = Z_2 + P_2/\rho g + dU_2^2/2g + \sum h_{1-2}$$

$\sum h_{1-2} = \sum h_е + \sum h_м$, где h_ℓ – потеря напора по длине;
h_m – потеря напора в местных сопротивлениях.

Потеря напора по длине

$h_\ell = \lambda\ \ell/d\ U^2/2g$, где λ – коэффициент сопротивления трению; ℓ - длина участка трубы; d – ее диаметр; $U^2/2g$ – скоростной напор. Эта зависимость Дарси – Вейстаха. Коэффициент λ зависит от вида сопротивления, в котором работает труба и является функцией:

$\lambda = \beta\ (\Delta э, R_e)$, где $\Delta э$ – эквивалентная шероховатость трубы, зависящая от ее материала и чистоты обработки; R_e – число Рейнольдса $R_e = Ud/v$

Различают три зоны сопротивления:

I зона – ламинарного или вязкостного сопротивления.

В любой зоне из-за небольших скоростей течения у стенок трубы образовывается неподвижный слой жидкости, закрывающий шероховатость трубы и λ зависит от числа Рейнольдса: $\lambda = 64/R_e$;

II зона – переходная, практического применения не имеет;

III зона – турбулентного режима, которая делится на три область сопротивления:

- область гидравлически гладких труб, в этой области неподвижный слой больше выступов шероховатости и λ также зависит от числа R_e:

$$\lambda = \varphi\ (R_e);\ \lambda = 0{,}316 / R_e^{\,0{,}25};$$ формула Блазиуса

- область доквадратического сопротивления, в которой с увеличением скоростей течения жидкости частично оголяется шероховатость трубы и λ зависит: $\lambda = \varphi\ (\Delta э, R_e)$ и определяется по формуле А.Д. Альтмуля:

$$\lambda = 0{,}1\ (1{,}46\Delta э/d + 68/R_e)^{0{,}25}$$

- область квадратического сопротивления или интенсивного перемешивания. Здесь полностью разрушается неподвижный слой жидкости и $\lambda = \varphi\ (\Delta э)$, определяется по формуле Б.Л. Шифринсона:

$$\lambda = 0,11\ (\Delta э/d)^{0,25}$$

Существует целый ряд эмпирических зависимостей для определения λ, их находят в справочной литературе.

Для определения области сопротивления необходимо сравнить число Рейнольдса с его граничными значениями:

$$R^{|}_{e\ гр.} = 10d/\Delta э \quad и \quad R^{||}_{e\ гр.} = 500d/\Delta э$$

- область гидравлически гладких труб

$$R_e < R^{|}_{e\ гр.} = 10d/\Delta э$$

- область доквадратического сопротивления;

$$10d/\Delta э = R^{|}_{e\ гр.} < R_e < R^{||}_{e\ гр.} = 500d/\Delta э$$

- область квадратического сопротивления

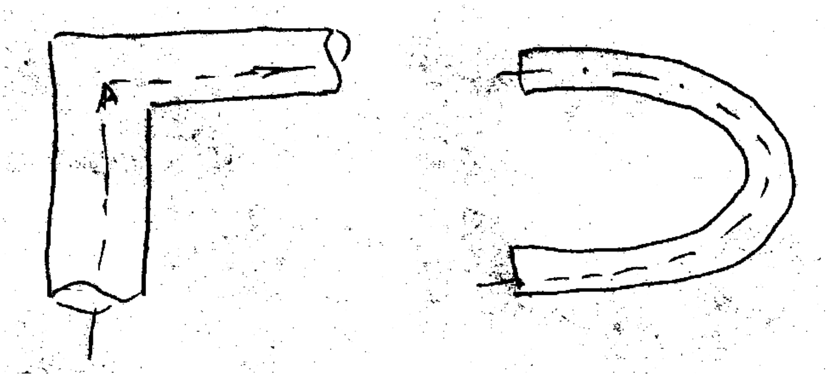
$$R_e > R^{||}_{e\ гр.} = 500d/\Delta э$$

<u>Потеря напора в линейных сопротивлениях</u>

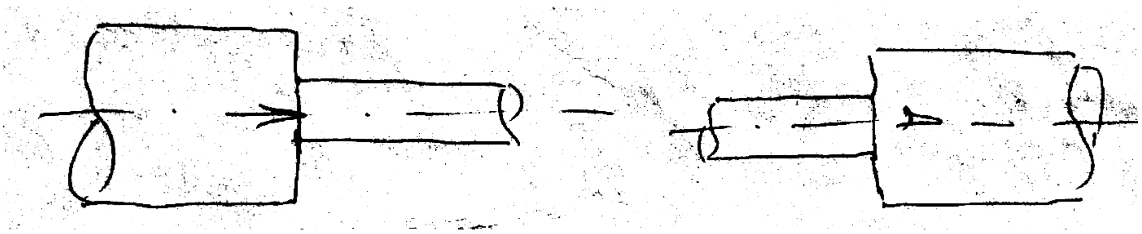
<u>Линейными сопротивлениями</u> называют преграды на пути движения потока.

Все местные сопротивления можно объединить в 4 группы

1. Сопротивления изменяющие направление потока: плавные и резкие повороты трубопровода (колена).

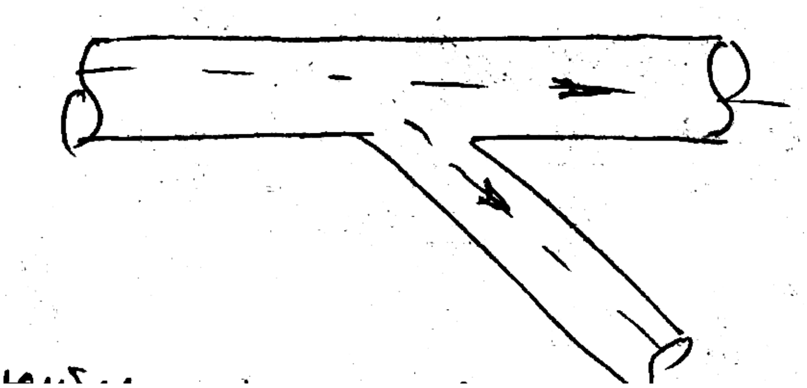


2. Сопротивления изменяющие размеры живого сечения потока: резкое сужение и резкое расширение



3. Различного рода запорные устройства (краны, вентили, задвижки и т.д.) и дополнительная арматура на трубопроводе (сетки, змеевики и т.д.)

4. Сопротивления связанные с отделением или присоединением части потока.



Определяются потери в местных сопротивлениях по формуле Вейсбаха:

$h_м = \zeta\, U^2/2g$, где ζ – коэффициент местного сопротивления.

Этот коэффициент зависит от вида местного сопротивления и его размеров (помещены коэффициенты в гидравлических справочниках)

Лишь для резкого расширения в 1748 году Борда получил теоретическую зависимость для определения потерь напора:

$h_{р.р} = (U_1 – U_2) / 2g$, где U_1 – скорость в узком сечении, U_2 – в широком;
$(U_1 – U_2)$ – называют потерянной скоростью.

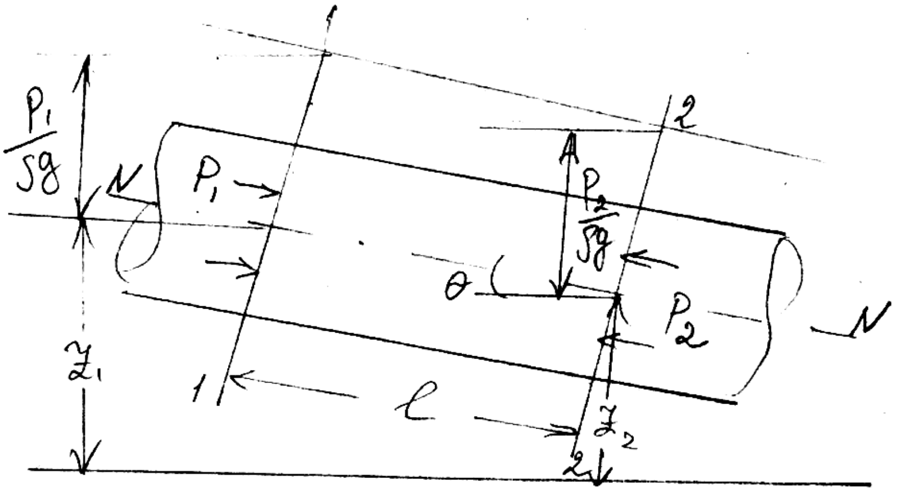
Основное уравнение установившегося равномерного движения жидкости.

Цель задачи: Найти зависимость потерь напора по длине от величины сил трения внутри жидкости.

Движение рассматриваем:

1. Установившееся
2. Плавноизменяющееся
3. Равномерное, т.е.

$$W_1 = W_2 = W = const; \quad U_1 = U_2 = U = const.$$



Для вывода уравнения воспользуемся законом количества движения.

Изменение количества движения равно сумме проекций всех сил, действующих на выделенный объем жидкости, на направление оси движения NN.

В случае равномерного движения изменение количества движения равно нулю. $(KD) = mv$; $m = \rho Q$.

Выделим внешние силы, действующие на объем жидкости, ограниченной сечениями 1-1 и 2-2.

1. Собственный вес объема

$G = W\ell\rho g$, где W – площадь живого сечения,
ℓ - расстояние между сечениями.

Проекция веса на направление движения NN:

$$G_N = W\ell\rho g \sin\theta, \text{ где } \ell \sin\theta = Z_1 - Z_2 \quad G_N = \rho g W (Z_1 - Z_2)$$

2. Силы давления F_1 и F_2 действуют по пюруам выделенного объема:

$$F_1 = P_1 W \quad а \quad F_2 = P_2 W$$

Эти силы проектируют без искажения

3. Проекция на ось NN нормального давления на боковую поверхность (силы парные) равна нулю.

4. Силы трения
- силы внутреннего трения между слоями парные и равны нулю
- силы внешние (о стенки трубы)

$T_0 = \tau_0 \cdot \ell \cdot x$, где τ_0 – касательные напряжения,
ℓ - расстояние между сечениями, x – смоченный периметр.

T_0 проектируется на направление движения без искажения.

$$G_N + F_1 + F_2 - T = 0$$

$$\rho g W (Z_1 - Z_2) + P_1 W - P_2 W - \tau_0 \cdot \ell \cdot x = 0$$

Разделим почленно полученное уравнение на ρgW:

$$(Z_1 - Z_2) + P_1/\rho g - P_2/\rho g - \tau_0 \cdot \ell \cdot x / \rho g W = 0$$

Перегруппируем члены уравнения:

$(Z_1 + P_1/\rho g) - (Z_2 + P_2/\rho g)$ в случае равномерного движения эта разница равна потери по длине h_ℓ

$$h_\ell = \tau_0 \cdot \ell \cdot x / \rho g W; \quad R = W/x, \text{ тогда } x/W = 1/R$$

$h_\ell = \tau_0 / \rho g\ \ell/R$ – это уравнение показывает зависимость потерь напора от силы трения.

$h_\ell/\ell = Y$, тогда уравнение перепишется в виде:

$YR = \tau_0 / \rho g$ – основное уравнение равномерного движения.

Потери напора по длине для заданной жидкости прямо пропорциональны касательным напряжениям силы трения T_0.

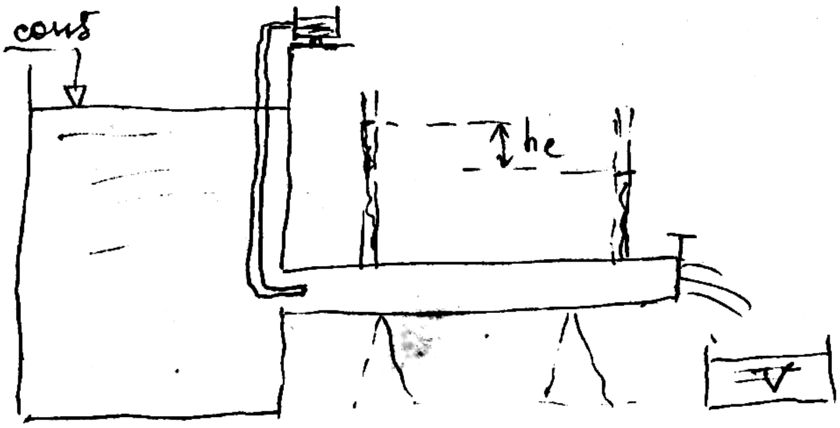
Лекция №7

1. Два режима течения жидкости: ламинарный и турбулентный, их особенности.

2. Число Рейнольдса.

3. Математические зависимости для вышеназванных режимов.

В природе существуют два вида движения: слоистый (упорядоченный) или ламинарный и турбулентный (неупорядоченный). Наиболее полно эти виды движения исследовал английский физик О. Рейнольдс в 1883 г.

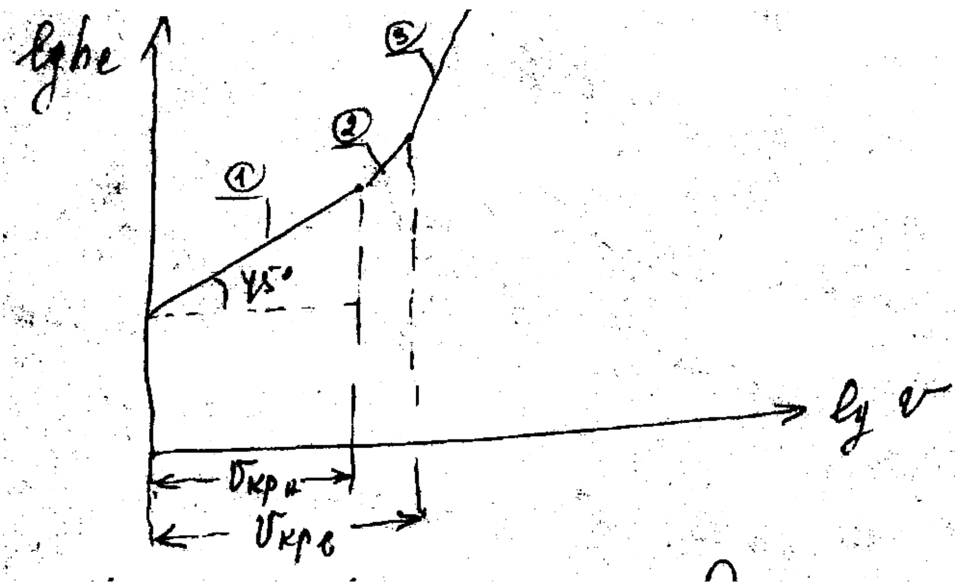


$Q = V/t$ м^3/с

$U = Q/W$ м/с

В результате опытов было установлено, что переход от ламинарного к турбулентному течению происходит при скорости, называемой критической. Эта скорость для труб разных диаметров различна, а так же она возрастает с увеличением вязкости жидкости и уменьшается с уменьшением диаметра трубы.

1. Ламинарный режим
2. Переходный режим
3. Турбулентный режим



Число Рейнольдса R_e

В результате опытов Рейнольдс установил общие условия существования ламинарного и турбулентного режимов.

Режим потока зависит от величины безразмерного числа, учитывающего основные факторы, определяющие это движение: U, d, ρ b и абсолютную вязкость μ.

Это число Рейнольдса: $R_e = Ud\rho/\ \mu = Ud/v$; или $R_e = U\ell/v$

С физической точки зрения R_e представляет собой меру отношения кинетической энергии объема жидкости к работе сил трения. Кинетическая энергия пропорциональна $\rho\ell^3U^2$, а работа сил трения - $\mu\ell^3U$

$$R_e = \rho\ell^3U^2/\ \mu\ell^3U = U\ell/v;\ \ell\text{ - линейный параметр.}$$

Можно сказать, что число Рейнольдса представляет собой отношение сил инерции к силам вязкости.

Число Рейнольдса, при котором происходит смена режимов, называется критическим. Для круглых труб $R_e = 2320$, для сечений отличных от круглого $R_e = 580$. Величина $R_{e\ кр}$ зависит от условий входа потока в трубу, шероховатости стенок и др.

При $R_e < R_{e\ кр}$ режим ламинарный, при $R_e > R_{e\ кр}$ – турбулентный.

Для каждого из режимов установлена зависимость потерь напора от скорости:

$$h_{e\ л} = B_л\ U$$

$$h_{e\ т} = B_т\ U^m,\ \text{где } m \text{ от } 1{,}75 \text{ до } 2{,}0$$

B – коэффициент пропорциональности, зависящий от размеров трубопровода и свойств жидкости; m – tg угла наклона каждой из зависимостей к горизонту: $m_л = 1{,}0$; $m_т = 1{,}75 / 2{,}0$

Распределение скоростей по сечению для круглой трубы при ламинарном режиме

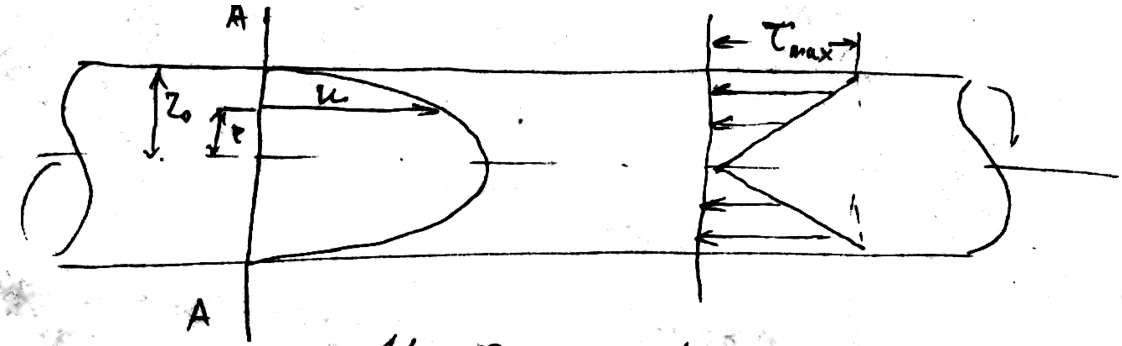
Рассмотрим установившееся движение при ламинарном режиме полагая, что начальное сечение потока находится на достаточном расстоянии от входа для обеспечения устойчивого распределения скорости в поперечном сечении.

Ламинарное движение (слоистое) характеризуется силой трения, напряжение которой τ определяется законом внутреннего трения Ньютона:

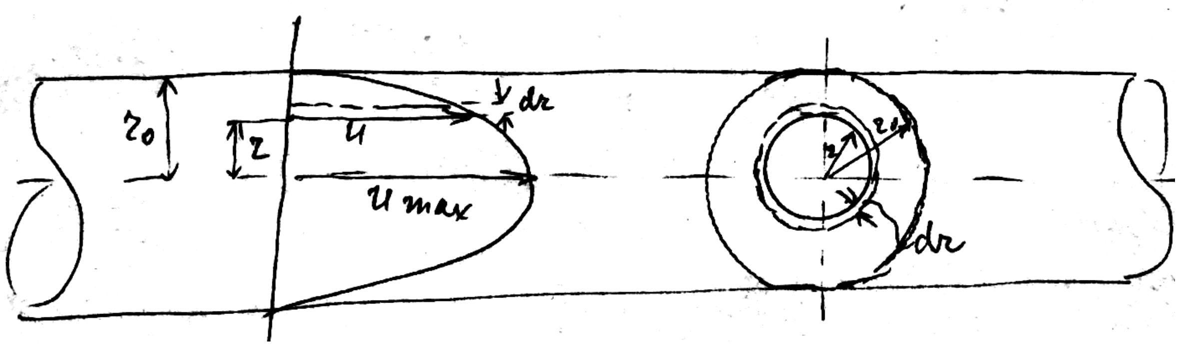
1. $\tau = \mu\ du/dy$, где u – местная скорость течения

С другой стороны τ можно определить из уравнения равномерного движения:

2. $\tau = \rho gRY$



$u = 0$ до $u = max$



Приравняем уравнения 1 и 2, заменив R = r/2, а первое уравнение представим в виде:

$\tau = - \mu\, du/dy$ (знак минус указывает на уменьшение скорости в направлении радиуса)

$$\rho g\ r/2\ Y = \tau = - \mu\, du/dy;$$

Полученное уравнение решаем относительно du:

$$du = - ½\, \rho g r\, Y\, dr / \mu;$$

Интегрируем полученное выражение:

$$u = - ½ \int (\rho g Y / \mu)\, r dr = - (\rho g Y r^2/4\, \mu) + C$$

Постоянную интегрирования C найдем принимая $r = r_0$ а $u = 0$

$$C = \rho g Y / 4\mu\, r_0^2, \text{ отсюда } u = \rho g Y / 4\mu\, r_0^2 - \rho g Y / 4\mu\, r^2$$

$$u = \rho g Y / 4\mu\, (r_0^2 – r^2)$$

Мы получили закон распределения скорости при ламинарном режиме. При $r = 0$ $u = u_{max}$

$$u_{max} = (\rho g Y / 4\mu)\, r_0^2$$

Расход и средняя скорость

Расход жидкости в трубе можно найти суммированием элементарных расходов, проходящих через кольцо радиусом r и шириной dr, т.е. из выражения: $Q = \int_0^{r\,0} u\, 2 \prod rdr$, подставим значение U

$$Q = \int_0^{r} \rho gY / 4\mu\, (r_0^2 - r^2)\, 2 \prod rdr = \rho gY\prod / 2\mu\, (r_0^2 - r^2)\, rdr = \rho gY\prod / 2\mu\, [r_0^2\int_0^{r\,0} rdr - \int_0^{r\,0} r^3\, dr]$$

$$r_0^2\int_0^{r\,0} rdr = r_0^4/2; \quad \int_0^{r\,0} r^3\, dr = r_0^4/4; \; r_0^4/2 - r_0^4/4 = r_0^4/4$$

$$Q = \rho gY\prod / 8\, \mu$$

Средняя скорость определяется деление Q на $W = \prod r_0^2$

$$U = Q/W = \rho gYr_0^2 / 8\mu; \; U = \rho gYr_0^2 / 8\mu$$

Сравним два уравнения:

$$U = \rho gYr_0^2 / 8\mu \text{ и } u_{max} = (\rho gY / 4\mu)\, r_0^2, \text{ получим } U = u_{max}/2$$

при ламинарном режиме.

Потери напора на трение в круглой трубе при ламинарном движении.

Потери напора определим пользуясь уравнением:

$$U = \rho gYr_0^2 / 8\mu$$

Решаем его относительно уклона и заменим радиус диаметром, т.е. $r_0=d/2$

$$Y = 8\mu\, U4 / \rho gd^2 = 32\, \mu U / \rho gd^2$$

Умножим левую и правую часть уравнение на длину ℓ:

$$Y\ell = h\ell\; 8\mu\, U\ell / \rho gd^2 = 32\, v\ell U / gd^2, \text{ где } v = \mu / \rho;$$

$$h_\ell = 32\, v\ell U / gd^2 \text{ формула Паузейля-Гагена}$$

Потери напора при ламинарном движении пропорционально скорости.

Преобразуем полученную зависимость домножив и разделив правую часть на 2U

$$h_\ell = 32\, v\ell U / gd^2 \cdot 2U/2U = 64\, v\ell U^2/ gd\, d\, 2U$$
$$= 64\, v\ell U^2/Udd2g, \text{ где } 64v/Ud = 64/R_e = \lambda$$

При ламинарном движении коэффициент гидравлического трения, зависящий от числа Рейнольдса.

$$h_\ell = \lambda\ (\ell U^2 /\ d\ 2g)\ \text{формула Дарси-Вейсбаха.}$$

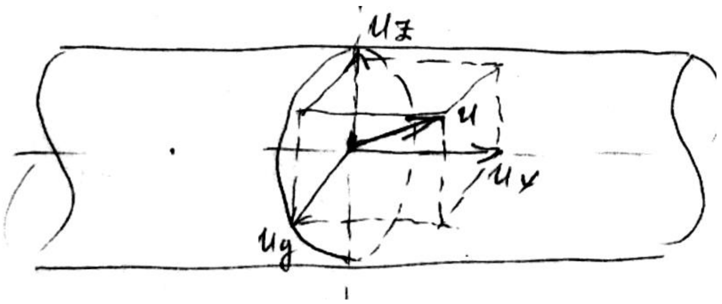
Мы получили общую зависимость потерь напора, где λ не зависит от шероховатости а только от R_e.

Турбулентный режим течения жидкости

При переходе числа Рейнольдса через критическое значение движение становиться турбулентным, т.е. начинается интенсивное перемешивание жидкости и частицы жидкости описывают сложные траектории и местные скорости имеют три составляющие.

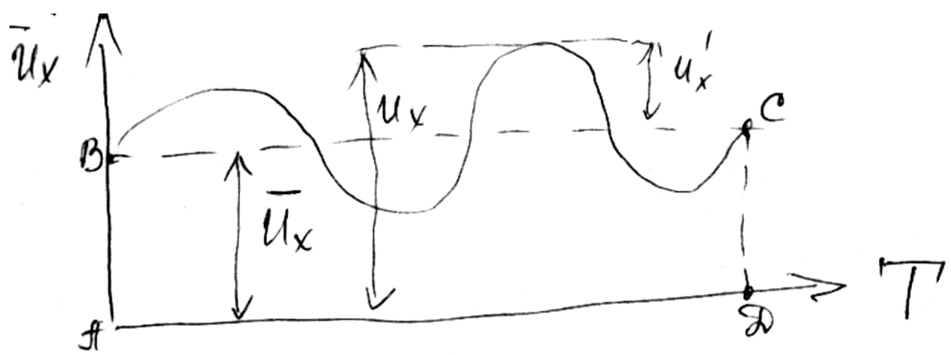
Скорость в точке турбулентного потока называют мгновенной линейной скоростью или актуальной.

u_x – продольная составляющая



u_y, u_z – поперечные составляющие, лежащие в сечении.

Эти скорости постоянно изменяются. Изменение во времени каждой составляющей называют пульсацией скорости.



$$u_x^1 = u_x - \bar{u}_x; \qquad \sum u_x^1 dx = 0$$

$\bar{u}_x$ – определенная скорость, равная высоте прямоугольника ABCD, равновелиного площади, заключенный между пульсационной кривой..

Разность между актуальной и осредненной скоростями называется пульсационной составляющей - u_x^1

Осредненная скорость может быть представлена в виде $\bar{u}_x = 1/T \int_0^T u_x dt$, где T – период наблюдений. Т.о. можно осреднить u_y и u_z.

Турбулентный поток можно считать установившемся лишь по осредненным скоростям.

В турбулентном потоке происходит непрерывное перемешивание. Интенсивность его не одинакова по сечению трубы. Чем дальше от стенок, тем больше перемешивание. Часть потока занята турбулентным ядром и лишь у стенок образуется тонкий ламинарный слой или пленка.

В пределах ламинарной пленки скорость изменяется от нуля до некого граничного значения $u_{гр}$. Далее эпюра скоростей выравнивается.

Толщина ламинарной пленки зависит от диаметра трубы и скорости течения жидкости:

$$\partial_л = 32{,}88\ d/R_e\sqrt{x}$$

Для одной и той же трубы $\partial_л$ обратно-пропорциональна средней скорости потока.

<u>Понятие о гидравлически гладких и шероховатых стенках.</u>

Внутренняя поверхность стенок отличается шероховатостью, зависящий от материала труб, характера отработки и условий эксплуатации.

Шероховатость можно представить в виде бугорков со средней высотой Δ, называемой <u>абсолютной шероховатостью.</u>

Для стальных труб Δ = 0,065/0.1 мм, а для чугунных Δ = 0,25 мм

Отношение Δ к линейному размеру поперечного сечения потока называется относительной шероховатостью, для круглых труб Δ/r

Отношение линейного размера к абсолютной шероховатости называется относительной гладкостью r/Δ

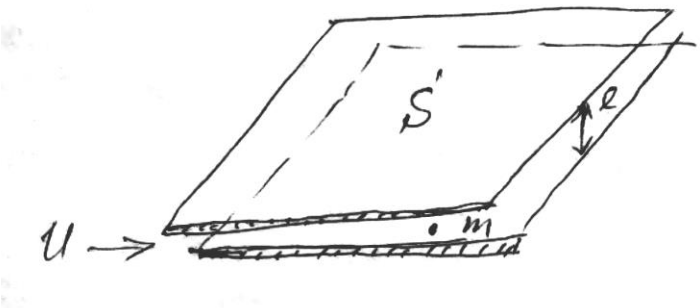
Соотношение абсолютной шероховатости и толщины ламинарной пленки позволит выделить следующие случаи:

1. Гидравлически гладкие трубы: $\partial_л >> \Delta$
2. Гидравлически шероховатые трубы: $\partial_л < \Delta$
3. Некотрый промежуточный случай: $\partial_л = \Delta$

Касательные напряжения при турбулентности движения жидкости

В потоке жидкости касательные напряжения представляют сумму $\tau_{лам}$ и $\tau_{труб}$, т.е. $\tau = \tau_л + \tau_т$

Рассмотрим два слоя движущейся жидкости с площадью соприкосновения S и относительной скоростью между слоями u.



T – сила трения

Количество движения равно импульсу силы трения: $mu = T \cdot t$

$m = \rho V$, $V = \ell S$, т.е. $m = \rho \ell S$

$$u \rho \ell S^1 = T \cdot t \text{ или } T = \rho (\ell/t) Su$$

$\ell/t = u^1$ – скорость поперечного перемещения точки «m»

$$T = \rho S^1 u^1 u$$

По теории Прандтля $u = \ell\,(du/dy)$; $u^1 = \ell\,(du/dy)$, где ℓ- расстояние между слоями, а y – расстояние от стенки трубы.

$T = \rho S \ell^2\,(du/dy)^2$, разделив почленно уравнение на площадь S, получим касательные напряжения.

$$\tau_т = T/S = \rho \ell^2 (du/dy)^2$$

ℓ - длинна пути перемешивания по Прандтлю.

$\ell = \chi y$, где χ- постоянна Кармана, равная 0,4 и определяющая толщину слоя.

Шевелев определил $\chi = 0{,}338 / d^{0,08}$

Т.о. $\tau = +\,\mu\,(du/dy) + \rho \ell^2\,(du/dy)^2$

При $\ell = 0$, $\tau = \mu\,(du/dy)$ – режим ламинарный

$\tau = \rho \ell^2\,(du/dy)^2$ – режим турбулентности.

Лекция №8

1. Математические зависимости для турбулентного режима.

2. Истечение жидкости через малые отверстия и насадки.

Законы распределения скоростей при турбулентном режиме.

Опытами установлено следующее:

1. Скорости у стенок трубы равны нулю (т.к. образуется неподвижный ламинарный слой).

2. На небольшом расстоянии от стенки скорости достигаю т значения мало отличающихся во всех точках живого сечения.

3. Средняя скорость в сечении равна:

$$U = (0,7 / 0,9)\ U_{max}$$

Принимая во внимание линейную зависимость пути перемешивания ℓ и расстояние от стенки y , т.е. $\ell = \chi y$, воспользуемся уравнением касательных напряжений

$$\tau = \rho \ell^2 (du/dy)^2$$

$du = (\sqrt{\tau/\rho})\ dy/\ell = (\sqrt{\tau/\rho})\ dy/\chi y$; $\sqrt{\tau/\rho} = u_*$, где u_* - динамическая скорость в м/с.

$du = u_*\ dy/\chi y$, интерпретируя это уравнение, получим:

$$u = (u_*/\chi)\ \ell u\ y + C$$

Скорости у стенок трубы изменяются по логарифмическому закону.

Определим постоянную интегрирования C, полагая $y = z$, $u = u_{max}$

$$C = u_{max} - (u_*/\chi)\ \ell u\ r$$

$$u = (u_*/\chi)\ \ell u\ y + u_{max} - (u_*/\chi)\ \ell u\ r$$

$$u = u_{max} + u_*/\chi\ (\ell u\ y - \ell u\ r)$$

Мы получили закон распределение скоростей по живому сечению потока при турбулентном режиме.

Чем больше число Рейнольдса, тем больше выравнивание скоростей:

$$R_e = 2700 \quad U = 0,75\ U_{max}$$

$$R_e = 10^8 \quad U = 0,9\ U_{max}$$

$$R_e \rightarrow \infty \quad U \rightarrow U_{max}$$

Потери напора при турбулентном движении

Воспользуемся уравнением установившегося равномерного движения:

$$\tau = \rho g R Y$$

и решим его относительно Y:

$$Y = \tau / \rho g \ \ 1/R$$

Исходя из опытов Шези: $\tau / \rho g = KU^2$, где К – коэффициент пропорциональности равный: $К = 1/C^2$, где С – коэффициент Шези.

$\tau / \rho g = U^2/C^2$, тогда уклон Y будет равен:

$Y = 1/C^2\ U^2/R$, где $R = d/4$ из этой зависимости получим $U = C\sqrt{RY}$

$$Y = 4/C^2\ U^2/d, \quad c = \sqrt{8g/\lambda}$$ - формула Шези,

здесь λ – коэффициент сопротивления трению.

Поставим в зависимость, полученную для уклона Y, С и домножим левую и правую часть на ℓ:

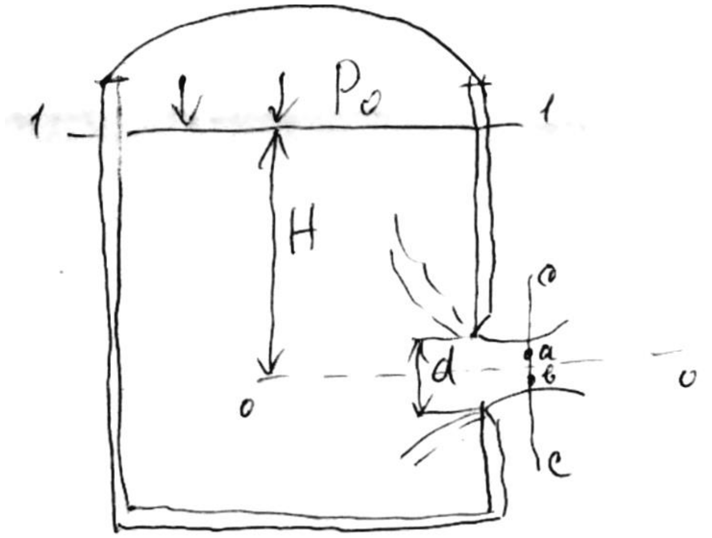
$$Y\ell = 4\lambda/8g\ \ \ell U^2/d\ ; \quad h_e = \lambda\,(\ell/d)\,U^2/2g$$

При турбулентном режиме потери напора по длине пропорциональны длине участка и квадрату скорости.

Истечение жидкости из малого отверстия
в тонкой стенке при постоянном напоре.

Н – геометрический напор

Если диаметр отверстия d составляет 0,1Н, такое отверстия называю малым.



$U_а \approx U_в$

Под термином тонкая стенка понимают такую стенку:

1. Края стенки заострены и поток касается только кромки.
2. Толщина стенки $\partial < 0{,}2$ d

При истечении жидкости через отверстие в тонкой стенке линии тока в плоскости самого отверстия непараллельны друг другу, поэтому движение резкоизменяющееся. На некотором расстоянии от отверстия кривизна линии тока уменьшается, его называют сжатым W_c. Это происходит на расстоянии $\ell \approx 0{,}5$ d. Сжатие сечения характеризуется коэффициентом сжатия $E = W_c/W_0$, а $W_c = EW_0$.

Цели задачи:

1. Определить скорость в сжатом сечении;
2. Найти расход через малое отверстие Q

Выберем два сечения 1-1 и С-С и запишем для них уравнение Д. Бернулли:

$$Z_1 + P_1/\rho g + dU_1^2/2g = Z_2 + P_2/\rho g + dU_2^2/2g + h_{1\text{-}2}$$

$Z_1 = H$; $P_1/\rho g = P_2/\rho g$; $dU_1^2/2g \approx 0$, т.к. площадь живого сечения 1-1 больше площади сечения отверстия ($\Omega >> W$).

$$Z_2 = 0, \quad P_2/\rho g = P_a/\rho g; \; dU_2^2/2g = dU_2^2/2g; \; h_{1\text{-}2} = \zeta\, U_c^2/2g,$$

где коэффициент сопротивления, учитывающий потери в местном сопротивлении; d = 1,0.

$$H + P_0/\rho g = P_a/\rho g + U_c^2/2g + \zeta\, U_c^2/2g;$$

$H + (P_0/\rho g - P_a/\rho g) = H_{пр}$ приведенный напор; в случае открытого сосуда $H_{пр} = H$.

$$H_{пр} = (1+\zeta)\, U_c^2/2g \rightarrow U_c = 1/\sqrt{(1+\zeta)}\, \sqrt{2g\, H_{пр}}$$

Обозначим $1/\sqrt{(1+\zeta)} = \varsigma$ – коэффициент скорости отверстия, учитывающий потерю напора

$$U_c = \varsigma\, \sqrt{2gH_{кр}} \;\text{ или }\; U_c = \varsigma\, \sqrt{2gH} \qquad \varsigma = U_g/U_{теор}$$

Определим расход в сечении:

$$Q = W_c \cdot U_c = EW_0\, \varsigma\, \sqrt{2gH_{пр.}}$$

$$Q = E\varsigma W_0\, \sqrt{2gH_{пр.}}$$

Обозначим $E\,\varsigma = \mu$ – коэффициент расхода

$$Q = \mu W_0\, \sqrt{2gH_{пр}}$$

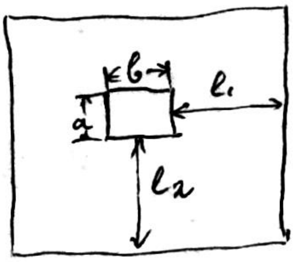
$$Q = \mu W_0\, \sqrt{2gH}$$

$$\mu = Q_д \,/\, Q_{теор}$$

Различают два вида сжатия потока:

1. Полное, когда струя сжимается воздухом по всему периметру
2. Неполное – часть периметра отверстия примыкает ко дну, которое является направляющей плоскостью для потока.

Полное сжатие струи делится на совершенное и несовершенное:



1. Совершенное - $\ell_1 > 3в$; $\ell_1 > 3а$
2. Несовершенное сжатие наблюдается при более близком расположении отверстия к направляющим стенкам: $\ell_1 < 3в$; $\ell_1 < 3а$

Коэффициент расхода для несовершенного сжатия выше. сем для совершенного.

В случае совершенного сжатия для круглого и прямоугольного отверстий:

$$E = 0{,}62 \ / \ 0{,}64$$

$$\varsigma = 0{,}97$$

$$\zeta = 0{,}06$$

$$\mu = 0{,}060 \ / \ 0{,}62$$

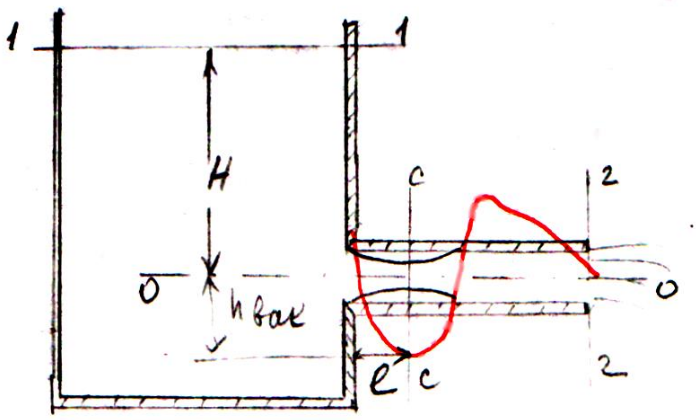
Истечение жидкости через насадки

Насадком (насадкой) называется короткая труба, присоединенная к малому отверстию в тонкой стенке.

$$\ell = (3/4)\ d$$

Насадки бывают:

1. Цилиндрические: внутренние и внешние
2. Конические: сходящиеся и расходящиеся
3. Коноидальные



Рассмотрим <u>внешний цилиндрический насадок.</u> При входе в него струя претерпевает сжатие на расстояние ℓ, а далее расширяется и выходит из насадки полным сечением.

В сжатом сечении давление меньше атмосферного.

Запишем уравнение неразрывности для сечений С-С и 2-2:

$$W_c\,V_c = W_2\,V_2 \rightarrow U_c = W_2U_2/W_c \rightarrow U_c = (1/E)\,U_2\text{, т.е. } U_c > U_2,$$

а в сечении 2-2 давление равно атмосферному, из закона сохранения энергии, следует, что в сечении 2-2 давление меньше атмосферного. Т.о. можно делать вывод, что в сечении С-С <u>выкуум</u>. Вакуум зависит от напора Н.

За счет вакуума внешний цилиндрический насадок обладает большей пропускной способностью по сравнению с отверстием (на 32%).

Запишем уравнение Д.Бернулли для сечений 1-1 и на выходе из насадка 2-2:

$$Z_1 + P_1/\rho g + dU_1^2/2g = Z_2 + P_2/\rho g + dU_2^2/2g + \sum h_{1\text{-}2}$$

$$Z_1 = H;\ \ dU_1^2/2g \approx 0;\ \ Z_2 = 0; \sum h_{1\text{-}2} = \zeta\, U_c^2/2g + \lambda\, \ell/d\, (U_c^2/2g)$$

$$H = dU_1^2/2g + \ \zeta\, U_c^2/2g + \lambda\, \ell/d\, (U_c^2/2g) = dU_1^2/2g\, (d + \zeta + \lambda\, \ell/d)$$

$$U_2 = 1\,/(\sqrt{}\ d + \zeta + \lambda\, \ell/d)\ \sqrt{2gH}$$

Потери в насадке: на стадии струи, на расстоянии, по длине и относятся к скоростному напору на выходе.

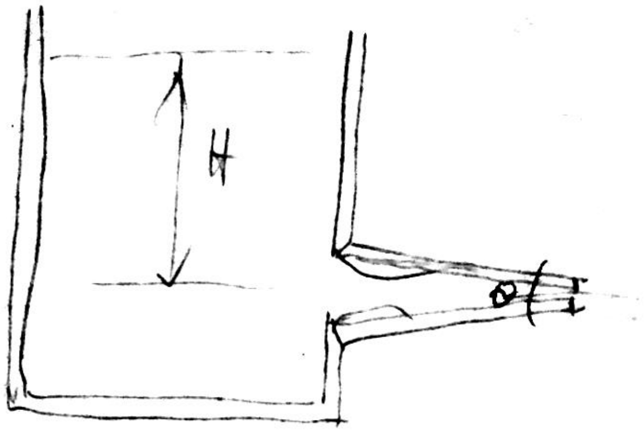
$$U_2 = \varsigma_H\, \sqrt{2gH}$$

Т.к. на выходе струя претерпевает сжатия и Е = 1,0 , $\mu_H = \varsigma_H$; ς цилиндрического насадка 0,82

$$Q = \varsigma_H W_2 \sqrt{2gH} = \mu_H\, W_2 \sqrt{2gH}$$

Величина вакуума в насадке зависит от действующего напора, который складывается из Н и $h_{вак}$. Допустимая величина вакуума, т.е. будет засасывается воздух из выходного отверстия. $h_{вак} \approx 0{,}75$ Н.

Конически сходящийся насадок



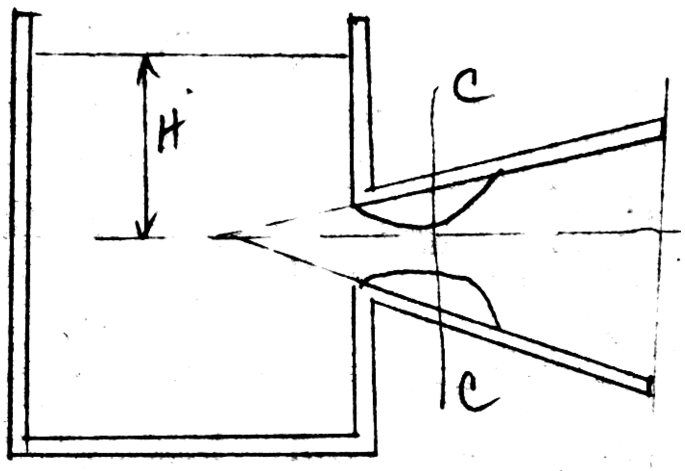
Коэффициент расхода такого насадка зависит от угла схождения θ Е=0,946 при $\theta = 13^0$ $\varsigma = 0,97$

Вакуум отсутствует, это объясняется уменьшением потерь напора за счет плавного входа струи в насадок. Обладает большой скоростью на выходе, с увеличением θ до 50^0 коэффициент расхода уменьшается.

Конически расходящийся насадок

В этом насадке скорость в сжатом сечении значительно больше, чем в цилиндрическом насадке и возрастает с увеличением угла расхождения (конусности).

Потери в этом насадке значительно больше, что обусловлено значительным расширением струи и неблагоприятными условиями входа в насадок.



$E = 1,0$, $\mu_H = \varsigma_H = 0,50$

Расход в конически расходящимся насадке увеличивается по сравнению с другими насадками за счет большой величины вакуума.

Принимаем для увеличения пропускной способности при малых скоростях на выходе (при пожаротушении).

Учебное издание

Саликова Т.С.

Основы гидравлики и теплотехники

учебное пособие

Специальность 35.02.16 Эксплуатация и ремонт сельскохозяйственной техники и оборудования

Редактор Лебедева Е.М.

Подписано к печати 09.04.2024 г. Формат 60х84 1/16.
Бумага печатная. Усл. п. л. 3,13. Тираж 25 экз. Изд. № 7663.

Издательство Брянского государственного аграрного университета
243365 Брянская обл., Выгоничский район, с. Кокино, Брянский ГАУ