МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

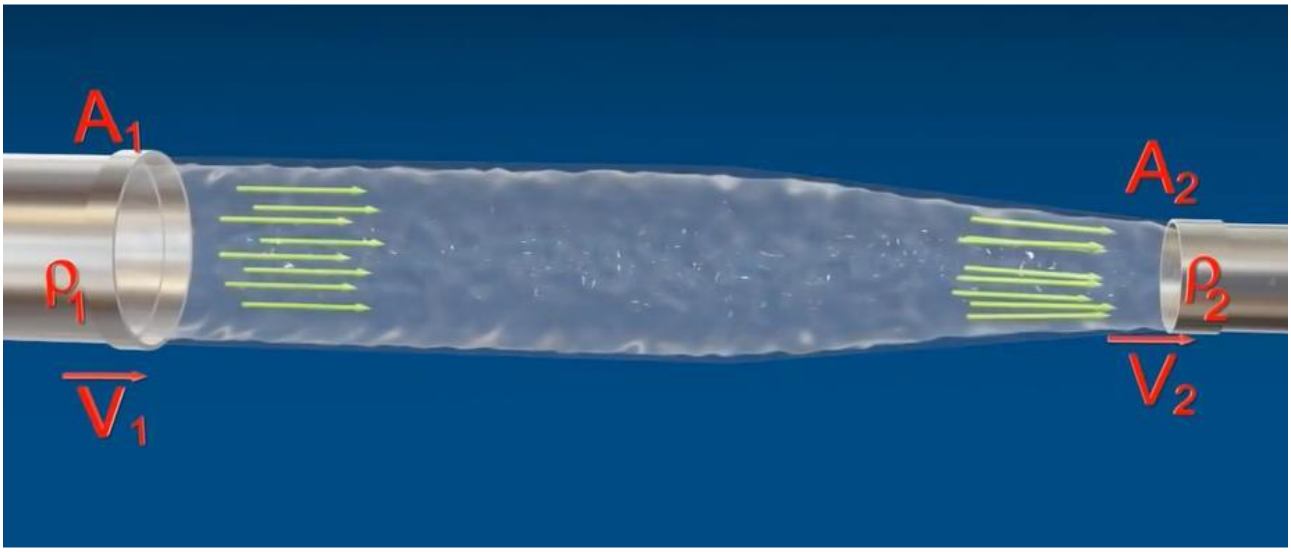
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЯНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.И. Купреенко, Х.М. Исаев, С.М. Михайличенко

Г И Д Р О Г А З О Д И Н А М И К А

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Методические указания по выполнению практических и самостоятельных работ по дисциплине «Гидрогазодинамика»



Брянская область 2020

УДК 532.5:621.6 (076)
ББК 22.253
К 92

Купреенко, А. И. Гидрогазодинамика. Примеры решения задач: методические указания по выполнению практических и самостоятельных работ по дисциплине «Гидрогазодинамика» / А. И. Купреенко, Х. М. Исаев, С. М. Михайличенко. – Брянск: Изд-во Брянский ГАУ, 2020. – 48 с.

Методические указания содержат теоретические положения, справочный материал и примеры решения задач для выполнения практических и самостоятельных работ по дисциплине «Гидрогазодинамика» и включает в себя три раздела: «Физические свойства жидкостей», «Гидростатика» и «Динамика идеальной жидкости». Предназначено для студентов очной и заочной форм обучения направления подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность, профиль Безопасность технологических процессов и производств.

Рецензент:

А.М. Случевский – к.т.н., доцент кафедры технических систем в агробизнесе, природообустройстве и дорожном строительстве.

Рекомендовано к изданию решением учебно-методической комиссией инженерно-технологического института от 30 октября 2020 г., протокол № 3.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля):

ОПК-1 способностью учитывать современные тенденции развития техники и технологий в области обеспечения техносферной безопасности, измерительной и вычислительной техники, информационных технологий в своей профессиональной деятельности

ПК-22 способностью использовать законы и методы математики, естественных, гуманитарных и экономических наук при решении профессиональных задач

Данные методические указания будут способствовать формированию указанных компетенций в результате освоения дисциплины «Гидрогазодинамика».

Предисловие

Задачей практических и самостоятельных работ является закрепление знаний студентов по курсу «Гидрогазодинамика». При выполнении работ студенты используют знания, полученные при изучении курсов «Физика», «Механика».

Данные методические указания включают в себя три раздела: «Физические свойства жидкостей», «Гидростатика» и «Динамика идеальной жидкости». В каждом разделе приведены необходимые теоретические сведения и рассмотрены примеры решения задач с соответствующими пояснениями.

Проведение учебного процесса предусматривает решение студентами приведенных в пособии задач на практических занятиях и при самостоятельной работе в соответствии с исходными данными своего варианта.

Решенные задачи оформляются отдельно по каждому разделу и предоставляются к защите, в ходе которой преподаватель проверяет знания студентов и умение решать рассмотренные задачи.

РАЗДЕЛ 1. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

1.1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Основными физическими свойствами жидкости являются плотность и обратная ей величина – удельный объем, удельный вес, сжимаемость, тепловое расширение, вязкость и поверхностное натяжение.

Плотностью ρ (кг/м^3) называют массу однородной жидкости, содержащейся в единице объема:

$$\rho = m / V,$$

где

m – масса жидкости, кг;

V – объем жидкости, м^3.

Ниже представлены значения плотности воды при нормальном атмосферном давлении и различных температурах:

t, °C	0	2	4	6	8	10	20	30	40	60
ρ, кг/м^3	999,87	999,97	1000	999,97	999,88	999,7	998,2	995,7	992,2	983,2

Плотность газов можно выразить из уравнения состояния для идеальных газов (уравнение Клапейрона – Менделеева):

$$\rho = p / RT,$$

где

p – абсолютное давление, Па;

R – удельная газовая постоянная, Дж/(кг·К);

T – термодинамическая температура, К.

Удельным весом жидкости γ (Н/м^3) называется вес единицы объема этой жидкости:

$$\gamma = G / V,$$

где

G – вес жидкости, Н;

V – объем жидкости, м^3.

Плотность и удельный вес связаны соотношением:

$$\gamma = \rho \cdot g,$$

где

g – ускорение свободного падения, м/с^2.

Сжимаемость – свойство жидкости (газа) изменять свой объем под воздействием внешних сил. Сжимаемость оценивается *коэффициентом объемного сжатия* $\beta_р$ (Па$^{-1}$):

$$\beta_р = \Delta V / V \cdot \Delta p,$$

где

V – начальный объем жидкости (газа) до сжатия, м^3;

ΔV – изменение объема, м^3 ($\Delta V = V - V_к$, где $V_к$ – конечный объем жидкости (газа), полученный в результате сжатия, м^3);

Δp – изменение давления, Па.

Сжимаемость воды незначительна. При повышении давления на 0,1 МПа объем воды уменьшается на 1/20000 от первоначального объема. Коэффициент объемного сжатия для других капельных жидкостей такого же порядка, поэтому в большинстве случаев сжимаемостью капельных жидкостей можно пренебречь. Однако такое допущение правомерно в тех случаях, когда изменения давления невелики.

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется *модулем упругости жидкости* E_0 (Па):

$$E_0 = 1 / \beta_р .$$

Температурное расширение – это свойство жидкостей изменять объем при изменении температуры, которое характеризуется *температурным коэффициентом объемного расширения* β_t (°C^{-1}), представляющим относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на 1 °C и при постоянном давлении:

$$B_t = \Delta V / V \cdot \Delta t,$$

где

Δt – изменение температуры, °C.

Для большинства жидкостей коэффициент B_t с увеличением давления уменьшается. Для воды с увеличением давления при температуре до 50 °C B_t растет, а при температуре выше 50 °C уменьшается. Ниже представлены значения B_t для воды при нормальном атмосферном давлении и различных температурах:

t, °C	1…10	10…20	40…50	60…70	90…100
B_t, °C^{-1}	0,000014	0,00015	0,000422	0,000556	0,000719

Вязкость жидкости – способность жидкости оказывать сопротивление относительному сдвигу ее слоев. Вязкость проявляется в том, что при относительном перемещении слоев жидкости на поверхностях их соприкосновения возникают силы сопротивления сдвигу, называемые *силами внутреннего трения* или *силами вязкости*. Благодаря этим силам слой жидкости, движущийся медленнее, "тормозит" соседний слой, движущийся быстрее и наоборот. Силы внутреннего трения появляются вследствие наличия межмолекулярных связей между движущимися слоями.

Вязкость характеризуется коэффициентом кинематической ν (м^2/с) и динамической вязкости μ (Па·с), которые связаны соотношением:

$$\nu = \mu / \rho.$$

Вязкость жидкости измеряют приборами, которые называются *вискозиметрами*. Она зависит от температуры. С увеличением температуры вязкость капельной жидкости уменьшается, а вязкость газов, наоборот, возрастает. Ниже приводятся значения кинематической вязкости для воды при разной температуре:

t, °C	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
ν, 10^{-8} м^2/с	179	131	101	80	66	56	48	41	37	33	28

Поверхностным натяжением называется свойство жидкости образовывать поверхностный слой взаимно притягивающихся молекул. Характеризуется *коэффициентом поверхностного натяжения* σ (Н/м), равным силе F на единице длины контура свободной поверхности L:

$$\sigma = F / L.$$

1.2. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

1.1. При нормальных условиях (t_1 = 0 °С, B = 760 мм рт. ст.) плотность кислорода ρ_1 = 0,1457 кгс·с^2/м^4. Определить плотность кислорода при t_2 = -60 °С, считая процесс изобарным (p = *const*). Ответ представить в единицах измерения кг/м^3.

Исходные данные для решения задачи № 1.1

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
t_2, °С	25	-41	34	82	-28	15	-16	-52	64	12

Решение

Воспользуемся уравнением состояния для идеальных газов (уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$pv = RT \text{ или } p = \rho RT \Longrightarrow \rho = p/RT$$

В данном выражении p – абсолютное давление, которое для рассматриваемых условий равно атмосферному (барометрическому), т.е. $p = B$.

Запишем уравнения состояния отдельно для каждого случая, т.е. для температур t_1 = 0 °С и t_2 = -60 °С. При этом $p_1 = p_2 = B$.

$$\left.\begin{array}{l} \rho_1 = B/RT_1 \Longrightarrow R = B/\rho_1 T_1 \\ \rho_2 = B/RT_2 \Longrightarrow R = B/\rho_2 T_2 \end{array}\right| \ \rho_1 T_1 = \rho_2 T_2 \Longrightarrow \rho_2 = \rho_1 (T_1/T_2)$$

$$\rho_2 = 0{,}1457 \text{ кгс·с}^2/\text{м}^4 \cdot (273 \text{ К} / 213 \text{ К}) = 0{,}187 \text{ кгс·с}^2/\text{м}^4.$$

Приведем полученное значение плотности в соответствие СИ:

$$\rho_2 = 0{,}187 \text{ кгс·с}^2/\text{м}^4 = 0{,}187 \cdot 9{,}81 \text{ Н·с}^2/\text{м}^4 = 1{,}835 \text{ (кг·м/с}^2\text{)·с}^2/\text{м}^4 = 1{,}835 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: ρ_2 = 1,835 кг/м^3.

1.2. В автоклав объемом V_2 = 50 л под давлением закачано V_1 = 50,5 л эфира. Определить, пренебрегая деформацией стенок, повышение давления в автоклаве Δp, если коэффициент объемного сжатия эфира при t = 20 °C β_p = $1{,}95 \cdot 10^{-9}$ м^2/Н. Ответ представить в единицах измерения кгс/см^2 и Па. Во сколько раз увеличилось давление, если изначально эфир находился под атмосферным давлением B = 750 мм рт.ст.

Исходные данные для решения задачи № 1.2

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
V_1, м^3	46,3	55	38,3	62	58,7	42,2	53	49	67,2	61,4
V_2, м^3	44	53	38	61	57	41	50	48	65	60

Решение

Представим процесс следующим образом: имелся начальный объем эфира V_1 = 50,5 л при атмосферном давлении ➔ в результате повышения давления на величину Δp произошло сжатие эфира до объема V_2 = 50 л. При этом, поскольку мы имеем дело с процессом сжатия, изменение объема составляет $\Delta V = V_1 - V_2$.

Для вычисления изменения давления Δp воспользуемся формулой:

$$\beta_p = \Delta V / V \cdot \Delta p \implies \Delta p = \Delta V / V \cdot \beta_p, \text{ где}$$

V – начальный объем эфира до сжатия, м^3 ($V = V_1 = 50{,}5 \cdot 10^{-3}$ м^3);

ΔV – изменение объема, м^3.

$$\Delta p = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / (50{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 1{,}95 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Н}) =$$

$$= 5{,}1 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 = 5{,}1 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Учитывая, что 1 кгс/см^2 = $9{,}81 \cdot 10^4$ Па, получаем:

$$\Delta p = 5{,}1 \cdot 10^6 / 9{,}81 \cdot 10^4 = 52 \text{ кгс/см}^2.$$

Определим, во сколько раз увеличилось давление:

$$n = p_2 / p_1, \text{ где}$$

p_1 – начальное давление, Па ($p_1 = B = 750 \cdot 133{,}32$ Па $= 1 \cdot 10^5$ Па);

p_2 – конечное давление, Па ($p_2 = p_1 + \Delta p = 1 \cdot 10^5$ Па$+ 51 \cdot 10^5$ Па $= 52 \cdot 10^5$ Па).

$$n = 52 \cdot 10^5 \text{ Па} / 1 \cdot 10^5 \text{ Па} = 52.$$

Ответ: $\Delta p = 5{,}1 \cdot 10^6$ Па = 52 кгс/см^2. Давление увеличилось в 52 раза.

1.3. На какую величину переместится шток гидроцилиндра диаметром $D = 45$ мм с находящимся в нем при атмосферном давлении объемом минерального масла V = 18 л, если на шток приложить усилие F = $3{\cdot}10^4$ Н. Коэффициент сжимаемости масла $\beta_\text{р}$ = $6{,}6{\cdot}10^{-10}$ м^2/Н. Деформацией стенок гидроцилиндра пренебречь.

Исходные данные для решения задачи № 1.3

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
D, мм	35	38	41	47	55	62	70	85	95	110
F, 10^4 Н	4,5	5	6	7,5	9,5	12	15	19,5	21	24

Решение

В результате приложения дополнительной силы F на шток гидроцилиндра действующее на минеральное масло давление увеличиться на величину Δp. При этом поршень переместиться на расстояние Δl, а объем масла в результате сжатия уменьшится на величину ΔV, которую определим по формуле:

$$\Delta V = \Delta l{\cdot}S = \Delta l{\cdot}(\pi{\cdot}D^2 / 4) \implies \Delta l = 4{\cdot}\Delta V / \pi{\cdot}D^2. \qquad (1)$$

Для вычисления значения параметра ΔV воспользуемся формулой:

$$\beta_\text{р} = \Delta V / V{\cdot}\Delta p \implies \Delta V = \beta_\text{р}{\cdot}V{\cdot}\Delta p. \qquad (2)$$

С учетом формулы (2) выражение (1) для вычисления Δl примет вид:

$$\Delta l = 4{\cdot}\beta_\text{р}{\cdot}V{\cdot}\Delta p / \pi{\cdot}D^2. \qquad (3)$$

Значение параметра Δp определим следующим образом. Поскольку давление – это сила, действующая на единицу площади, то $\Delta p = \Delta F / S$. Поскольку сила, действующая на шток гидроцилиндра, повысилась на величину F, получаем, что $\Delta F = F$. Тогда:

$$\Delta p = F / S = 4{\cdot}F / \pi{\cdot}D^2. \qquad (4)$$

Подставляя формулу (4) в формулу (3), получаем:

$$\Delta l = 16{\cdot}\beta_\text{р}{\cdot}V{\cdot}F / \pi^2{\cdot}D^4 =$$
$$= (16{\cdot}6{,}6{\cdot}10^{-10}\ \text{м}^2/\text{Н} \cdot 18{\cdot}10^{-3}\ \text{м}^3 \cdot 3{\cdot}10^4\ \text{Н}) / (3{,}14^2 \cdot (45{\cdot}10^{-3}\ \text{м})^4) = 0{,}14\ \text{м}. \qquad (5)$$

Ответ: Δl = 0,14 м.

1.4. Определить плотность масла при $t_1 = t_0 = 0$ °С, $t_2 = t_{40} = 40$ °С и $t_3 = t_{80} = 80$ °С. Значение коэффициента температурного расширения для всех случаев принять равным $\beta_t = 8{,}75 \cdot 10^{-4}$ °С$^{-1}$. Плотность масла при $t_{20} = 20$ °С равна $\rho_{20} = 890$ кг/м^3.

Исходные данные для решения задачи № 1.4

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
t_1, °С	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5
t_2, °С	-34	-33	-32	-31	-30	-29	-28	-27	-26	-25
t_3, °С	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

Решение

Запишем уравнение для определения параметра β_t:

$$\beta_t = \Delta V / V_{20} \cdot \Delta t \implies \Delta V = \beta_t \cdot V_{20} \cdot \Delta t, \qquad (1)$$

где V_{20} – начальный объем масла при температуре $t_{20} = 20$ °С.

В данном выражении имеем две неизвестных переменных – ΔV и V_{20}. Поскольку при изменении температуры меняется плотность масла, а масса остается неизменной (т.е. $m_{20} = m_0 = m$), запишем уравнение для вычисления параметра V_{20}: $V_{20} = m / \rho_{20}$. Тогда выражение (1) примет вид:

$$\Delta V = \beta_t \cdot m \cdot \Delta t / \rho_{20}. \qquad (2)$$

Решим задачу по определению плотности масла при изменении его температуры от 20 до 0 °С (решение для двух других случаев будет аналогичным). В результате этого перепада температуры объем масла изменится на величину ΔV_0 и составит $V_0 = V_{20} + \Delta V_0$.

Также учитывая, что $V_{20} = m / \rho_{20}$, и подставив соответствующие индексы в формулу (2), составим систему уравнений:

$$\begin{array}{l} \rho_0 = m / (V_{20} + \Delta V_0) \\ \Delta V_0 = \beta_t \cdot m \cdot \Delta t / \rho_{20} \qquad \implies \rho_0 = m / (m/\rho_{20} + \beta_t \cdot m \cdot (t_0 - t_{20}) / \rho_{20}). \\ V_{20} = m / \rho_{20} \end{array}$$

$$\rho_0 = \rho_{20} / (1 + \beta_t \cdot (t_0 - t_{20})) \qquad (3)$$

$$\rho_0 = 890 \text{ кг/м}^3 / (1 + 8{,}75 \cdot 10^{-4}\ °\text{C}^{-1} \cdot (0\text{-}20)\ °\text{C}) = 906 \text{ кг/м}^3.$$

Подставляя в формулу (3) вместо значения t_0 значения параметров t_{40} и t_{80}, соответственно вычислим плотности ρ_{40} и ρ_{80}.

Ответ: ρ_0 = 890 кг/м^3, ρ_{40} = 875 кг/м^3, ρ_{80} = 846 кг/м^3.

1.5. Определить объем расширительного сосуда $V_{р.с.}$, который необходимо установить в системе водяного отопления с объемом воды V_0, если известно, что максимальная разность температур воды в подающем и обратном трубопроводах Δt =25 °С. Запас по объему расширительного сосуда принять трехкратным. Температурный коэффициент объемного расширения воды $\beta_t = 6 \cdot 10^{-4}$ °С$^{-1}$.

Исходные данные для решения задачи № 1.5

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Δt, °С	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
V_0, м^3	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9

Решение

При изменении температуры воды в системе отопления в пределах от 0 до 25 °С максимальное изменение объема воды за счет температурного расширения составит ΔV, которое будет компенсироваться расширительным сосудом, имеющим 3-кратный запас по объему, т.е. $V_{р.с.} = 3 \cdot \Delta V$.

Определим изменение объема воды ΔV при изменении ее температуры на максимально возможное значение Δt =25 °С.

$$\beta_t = \Delta V / V \cdot \Delta t \implies \Delta V = \beta_t \cdot V \cdot \Delta t,$$

где V – начальный объем воды в системе отопления до повышения ее температуры на Δt = 25 °С (т.е. $V = V_0$).

Учитывая, что $V_{р.с.} = 3 \cdot \Delta V$, получаем:

$$V_{р.с.} = 3 \cdot \beta_t \cdot V_0 \cdot \Delta t.$$

Поскольку в условии не приводится точного значения объема воды V_0, получим выражение зависимости объема расширительного сосуда $V_{р.с.}$ от объема V_0:

$$V_{р.с.} = 3 \cdot 6 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1} \cdot V_0 \cdot 25\ °C = 0{,}045 \cdot V_0;$$

$$V_{р.с.} = V_0 / 22{,}2.$$

Таким образом, зная объем воды в системе отопления, по полученной формуле можно вычислить соответствующий необходимый объем расширительного сосуда.

Ответ: $V_{р.с.} = V_0 / 22{,}2$.

1.3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1.6. Плотность морской воды ρ = 104,8 кгс·с^2/м^4. Определить ее удельный вес γ. Ответ представить в единицах измерения Н/м^3.

Исходные данные для решения задачи № 1.6

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
ρ, кгс·с^2/м^4	102	102,4	102,8	103,2	103,6	104	104,8	105,2	105,6	106

Решение

Переведем единицы измерения плотности в соответствие СИ. Учитывая, что 1 кгс = 9,81 Н = 9,81 кг·м/с^2, получаем:

$$\rho = 104{,}8 \text{ кгс·с}^2/\text{м}^4 = 104{,}8·9{,}81 \text{ (кг·м/с}^2\text{)·с}^2/\text{м}^4 = 1028{,}1 \text{ кг/м}^3.$$

Воспользуемся формулой для вычисления удельного веса:

$$\gamma = \rho·g = 1028{,}1 \text{ кг/м}^3 \cdot 9{,}81 \text{ м/с}^2 = 10085{,}5 \text{ кг/(м}^2\text{·с}^2\text{)}.$$

Для того, чтобы получить ответ в единицах измерения Н/м^3, запишем:

$$\text{Н/м}^3 = \text{(кг·м/с}^2\text{)/м}^3 = \text{кг/(м}^2\text{·с}^2\text{)}.$$

Получаем: γ = 10085,5 кг/(м^2·с^2) = 10085,5 Н/м^3.

Ответ: γ = 10085,5 Н/м^3.

1.7. Нефть, имеющая удельный вес $\gamma = 9·10^3$ Н/м^3, обладает при температуре t = 50 °С вязкостью $\mu = 6·10^{-4}$ кгс·с/м^2. Определить ее кинематическую вязкость ν. Ответ представить в единицах измерения м^2/с и см^2/с.

Исходные данные для решения задачи № 1.7

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
γ, 10^3 Н/м^3	8,5	8,55	8,6	8,65	8,7	8,75	8,8	8,85	8,9	8,95

Решение

Для вычисления кинематической вязкости воспользуемся формулой:

$$\nu = \mu / \rho.$$

Плотность определим по формуле:

$$\rho = \gamma / g.$$

Получаем:

$$\nu = \mu \cdot g/\gamma = 6 \cdot 10^{-4}\ \text{кгс} \cdot \text{с/м}^2 \cdot 9{,}81\ \text{м/с}^2\ /\ 9 \cdot 10^3\ \text{Н/м}^3 =$$
$$= 6{,}54 \cdot 10^{-7} \cdot 9{,}81\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{Н} \cdot \text{с} = 6{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с} = 6{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{см}^2/\text{с}.$$

Ответ: $\nu = 6{,}4 \cdot 10^{-6}$ м²/с $= 6{,}4 \cdot 10^{-2}$ см²/с.

1.8. При температуре $t_1 = t_{20} = 20$ °С масло занимает объем $V_{20} = 20$ л. Определить объем, который оно будет занимать при температуре $t_2 = t_{-40} = -40$ °С и $t_3 = t_{80} = 80$ °С, если температурный коэффициент объемного расширения масла $\beta_t = 8{,}75 \cdot 10^{-4}$ °С$^{-1}$.

Исходные данные для решения задачи № 1.8

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
t_2, °С	-34	-33	-32	-31	-30	-29	-28	-27	-26	-25
t_3, °С	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

Решение

Чтобы определить объем, который будет занимать масло при изменении его температуры, вычислим изменение объема по формуле:

$$\beta_t = \Delta V / V \cdot \Delta t \implies \Delta V = \beta_t \cdot V \cdot \Delta t.$$

Тогда при изменении температуры масла от 20 °С до -40 и до 80 °С изменение объема составит соответственно:

$$\Delta V_{-40} = \beta_t \cdot V \cdot \Delta t = 8{,}75 \cdot 10^{-4}\ °\text{С}^{-1} \cdot 20 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 \cdot (-40-20)\ °\text{С} = -1{,}05 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 = -1{,}05\ \text{л}.$$

$$\Delta V_{80} = \beta_t \cdot V \cdot \Delta t = 8{,}75 \cdot 10^{-4}\ °\text{С}^{-1} \cdot 20 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 \cdot (80-20)\ °\text{С} = 1{,}05 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 = 1{,}05\ \text{л}.$$

Вычислим соответствующий объем, который при этом займет масло:

$$V_{-40} = V_{20} + \Delta V_{-40} = (20 - 1{,}05)\ \text{л} = 18{,}95\ \text{л}.$$

$$V_{80} = V_{20} + \Delta V_{80} = (20 + 1{,}05)\ \text{л} = 21{,}05\ \text{л}.$$

Ответ: V_{-40} = 18,95 л, V_{80} = 21,05 л.

1.9. Стальной барабан подвергается гидравлическому испытанию под избыточном давлением $p_{изб}$ = 2 МПа. Определить, какое количество воды дополнительно к первоначальному объему при атмосферном давлении необходимо подать насосом в барабан, если его геометрическая емкость равна V_2 = 10 м^3. Деформацией барабана пренебречь. Коэффициент сжимаемости воды $\beta_р = 0{,}5 \cdot 10^{-9}$ Па$^{-1}$. Ответ представить в единицах изменения м^3 и л.

Исходные данные для решения задачи № 1.9

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$p_{изб}$, МПа	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4
V_2, м^3	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5

Решение

Представим данный процесс в следующем виде: имелся объем воды V_1 при атмосферном давлении ➔ в результате повышения давления на величину Δp = 2 МПа произошло сжатие данного объема до значения V_2 = 10 м^3. Изменение объема $\Delta V = V_1 - V_2$ – это искомое количество воды, которое необходимо дополнительно подать насосом.

Запишем систему уравнений:

$$\left.\begin{array}{c} \beta_р = \Delta V / V_1 \cdot \Delta p \\ \Delta V = V_1 - V_2 \end{array}\right| \implies V_1 - V_2 = \beta_р \cdot V_1 \cdot \Delta p$$

Выразим из полученной формулы объем V_1:

$$V_1 \cdot (1 - \beta_р \cdot \Delta p) = V_2 \implies V_1 = V_2 / (1 - \beta_р \cdot \Delta p).$$

Учитывая, что $\Delta V = V_1 - V_2$, получаем:

$$\Delta V = V_2 / (1 - \beta_р \cdot \Delta p) - V_2 = V_2 \cdot (1 / (1 - \beta_р \cdot \Delta p) - 1) =$$
$$= 10 \text{ м}^3 \cdot (1 / (1 - 0{,}5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1} \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ Па}) - 1) = 0{,}01 \text{ м}^3 = 10 \text{ л.}$$

Ответ: $\Delta V = 0{,}01$ м^3 = 10 л.

1.10. По условиям гидравлического испытания водопровода (длина l = 1000 м, наружный диаметр $d_н$ = 200 мм, толщина стенок δ = 10 мм) давление должно быть поднято от атмосферного до 2 МПа по показаниям манометра. Определить объем воды, который потребуется дополнительно подать в водопровод. Деформацией труб пренебречь. Коэффициент сжимаемости воды $\beta_р = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

Исходные данные для решения задачи № 1.10

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
l, м	800	850	900	950	1050	1100	1150	1200	1250	1300
$d_н$, мм	150	160	170	180	190	210	220	230	240	250
δ, мм	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$p_{ман}$, МПа	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4

Решение

Представим данный процесс следующим образом: имелся определенный объем воды V_0 при атмосферном давлении ➔ затем вследствие увеличения давления на величину Δp = 2 МПа произошло сжатие воды, при этом ее объем уменьшился на ΔV и стал равным $V_{вп}$, т.е. $\Delta V = V_0 - V_{вп}$, где $V_{вп}$ – объем воды, находящейся в водопроводе. Таким образом, ΔV – это объем воды, который необходимо дополнительно подать в водопровод.

Определим ΔV по формуле:

$$\beta_р = \Delta V / V_0 \cdot \Delta p \implies \Delta V = \beta_р \cdot V_0 \cdot \Delta p. \quad (1)$$

Учитывая, что $\Delta V = V_0 - V_{вп}$, получаем:

$$V_0 - V_{вп} = \beta_р \cdot V_0 \cdot \Delta p \implies V_0 = V_{вп} / (1 - \beta_р \cdot \Delta p). \quad (2)$$

Определим объем воды $V_{вп}$, находящейся в водопроводе. Поскольку внутренний диаметр водопровода $d_{вн} = d_н - 2\delta$, получаем:

$$V_{вп} = l \cdot \pi \cdot d_{вн}^2 / 4 = l \cdot \pi \cdot (d_н - 2\delta)^2 / 4. \quad (3)$$

$$V_{вп} = 1000 \text{ м} \cdot 3{,}14 \cdot 180^2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / 4 = 25{,}434 \text{ м}^3.$$

С учетом формулы (2) выражение $\Delta V = V_0 - V_{вп}$ примет вид:

$$\Delta V = V_{вп} / (1 - \beta_р \cdot \Delta p) - V_{вп}. \quad (4)$$

$$\Delta V = 25{,}434 \text{ м}^3 / (1 - 5 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1} \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ Па}) - 25{,}434 \text{ м}^3 = 0{,}025 \text{ м}^3 = 25 \text{ л}.$$

Таким образом, чтобы повысить давление в водопроводе на 2 МПа, к уже имеющемуся объему воды $V_{вп} = 25434$ л необходимо подать насосом дополнительно 25 л воды, т.е. сжать 25434 + 25 л воды до объема 25434 л.

Ответ: $\Delta V = 25$ л.

РАЗДЕЛ 2. ГИДРОСТАТИКА

2.1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Гидростатика изучает законы равновесия жидкостей и воздействие покоящихся жидкостей на погруженные в них тела и поверхности. Важным параметром является давление. Давление p представляет собой силу, приходящуюся на единицу площади поверхности и направленную по нормали к этой поверхности. В жидкостях и газах давление проявляется как результат совокупного действия молекул, совершающих тепловое движение, и в любой точке пространства, заполненного жидкостью или газом, действует одинаково во всех направлениях.

Основной единицей измерения давления в СИ является паскаль – Па (Н/м^2). На практике также пользуются единицами измерения, которые приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Основные единицы измерения давления

Название	**Обозначение**	**Размерность**	**Значение в Па**
паскаль	Па	Н/м^2	1
килопаскаль	кПа	кН/м^2	10^3
мегапаскаль	МПа	МН/м^2	10^6
бар	бар	0,1 МН/м^2	10^5
*килограмм-сила на квадратный метр	кгс/м^2	9,81 Н/м^2	9,80665
миллиметр водного столба	мм вод.ст.	мм	9,80665
миллиметр ртутного столба	мм рт.ст.	мм	133,322
техническая атмосфера	ат	кгс/см^2	98066,5
физическая атмосфера	атм	760 мм рт.ст.	101325
фунт-сила на квадратный дюйм	psi (lbs)	lbf/in^2	6894,76

* Под килограммом-силы понимают силу, которая сообщает покоящейся массе в 1 килограмм ускорение, равное нормальному ускорению свободного падения (9,80665 м/с^2). Иными словами – это сила (вес), с которой объект массой в 1 кг действует на поверхность, т.е. 1 кгс = mg = 1 кг · 9,80665 м/с^2 = 9,80665 Н.

Абсолютным давлением $p_{абс}$ называется давление, отсчитанное от нуля.

Гидростатическим давлением p (Па) называется сила, действующая в покоящейся жидкости на единицу площади поверхности по нормали к этой поверхности. Гидростатическое давление складывается из давления, действующего на свободную поверхность жидкости p_0 (Па), и давления $\rho g h$ (Па), создаваемого столбом этой жидкости. Гидростатическое давление является *абсолютным давлением*:

$$p_{абс} = p_0 + \rho g h\,,$$

где

p_0 – давление, действующее на свободную поверхность жидкости, Па;

ρ – плотность жидкости, кг/м^3;

g – ускорение свободного падения, м/с^2;

h – высота столба жидкости, м.

Если на свободную поверхность жидкости действует атмосферное давление (т.е. $p_0 = B$, где B – атмосферное давление, Па), то величина $\rho g h$ является *избыточным давлением* $p_{изб}$, Па. В этом случае гидростатическое давление определяется по формуле:

$$p_{абс} = p_0 + \rho g h = B + \rho g h\,.$$

Если на свободную поверхность жидкости действует давление выше атмосферного (т.е. $p_0 = B + p_i$, где p_i – избыточное давление, действующее на свободную поверхность жидкости), то *избыточное давление* $p_{изб}$ будет равно сумме $p_i + \rho g h$. В этом случае гидростатическое давление определяется по формуле:

$$p_{абс} = p_0 + \rho g h = B + p_i + \rho g h\,.$$

Приборы для измерения давления выше атмосферного называют манометрами. Они указывают величину избыточного (манометрического) давления по отношению к атмосферному, т.е. по их показаниям мы судим о том, на сколько действующее давление превышает атмосферное. При вычислении гидростатического давления по показаниям манометра пользуются формулой:

$$p_{абс} = B + p_{изб} ,$$

где

$p_{изб}$ – избыточное давление по показаниям манометра, Па.

Абсолютное давление меньше атмосферного называют разрежением или вакуумом. Приборы для измерения давления ниже атмосферного называют вакуумметрами. Они указывают величину разрежения – недостаток давления по отношению к атмосферному, т.е. по их показаниям мы судим, на сколько действующее давление меньше атмосферного. При вычислении гидростатического давления по показаниям вакуумметра пользуются формулой:

$$p_{абс} = B - p_{вак} ,$$

где

$p_{вак}$ – вакуумметрическое давление по показаниям вакуумметра, Па.

Величина избыточного (вакуумметрического) давления по показаниям жидкостного манометра (вакуумметра) может быть найдена по формуле:

$$p_{изб}\ (p_{вак}) = \rho g h ,$$

где

ρ – плотность рабочей жидкости, кг/м^3;

g – ускорение свободного падения, м/с^2;

h – высота столба жидкости, м.

Атмосферное давление измеряется приборами, которые называются барометрами, и поэтому может также называться барометрическим.

Полная сила, действующая на плоскую стенку, P (Н) – это произведение площади S (м^2) смоченной стенки высотой h на гидростатическое давление в ее центре тяжести:

$$P = (p_0 + \rho g h_{\text{цт}})\cdot S,$$

где

$h_{\text{цт}}$ – глубина погружения центра тяжести жидкости, м.

Полная сила, действующая на цилиндрическую поверхность:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2},$$

где

P_x – горизонтальная составляющая, равная силе давления жидкости на вертикальную проекцию цилиндрической поверхности $F_{\text{верт}}$;

P_y – вертикальная составляющая силы давления P, равная силе тяжести, действующей в объеме тела V:

$$P_x = \rho g h_{\text{цт}} F_{\text{верт}}.$$

$$P_y = \rho g V.$$

Направление полной силы давления P определяется по формуле:

$$\text{tg}\,\alpha = P_y / P_x.$$

Архимедова сила $P_{\text{А}}$ (Н) – это сила давления покоящейся жидкости (газа) на погруженное в нее тело, которая равна весу жидкости (газа) в объеме, вытесненном телом, направлена по вертикали вверх и приложена в центре тяжести этого объема (*закон Архимеда*):

$$P_{\text{А}} = \rho g V,$$

где

ρ – плотность жидкости (газа), в которую погружено тело, кг/м^3;

g – ускорение свободного падения, м/с^2;

V – объем погруженной в жидкость части тела, м^3.

Объем вытесненной телом жидкости V называют *объемным водоизмещением*, м^3, величину $\rho g V$ – *водоизмещением*, Н.

При полном погружении тела объем V равен всему объему тела $V_т$, при неполном погружении $V < V_т$.

Тело плавает, если вес тела $G_т$ равен архимедовой силе. Если вес тела больше архимедовой силы, то тело тонет, если меньше – всплывает.

При надводном плавании *осадкой* плавающего тела называют глубину погружения самой низшей точки смоченной поверхности тела.

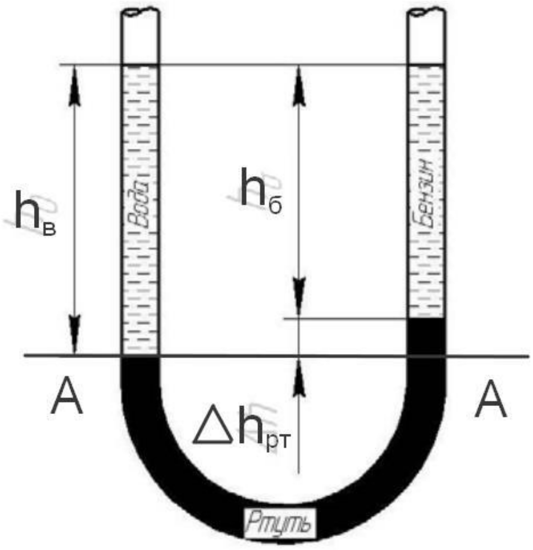
Линию пересечения свободной поверхности жидкости с поверхностью плавающего тела называют *ватерлинией*.

2.2. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

2.1. В U-образную трубку с находящейся в ней ртутью в одно колено налили воду, а в другое – бензин. При совпадении верхних уровней воды и бензина высота столба воды составила $h_в$ = 43 см. Определить разность уровней ртути. Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, плотность ртути $\rho_{рт}$ = 13600 кг/м^3, плотность бензина $\rho_б$ = 700 кг/м^3.

Исходные данные для решения задачи № 2.1

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$h_в$, см	25	41	34	82	28	15	16	52	64	12



Решение

Поскольку уровни жидкостей в левом и правом колене U-образной трубки находятся в равновесии, создаваемые этими жидкостями давления равны. В противном случае произошло бы движение (перетекание) жидкостей из области действия высокого давления в область действия низкого.

Проведем условную линию *А-А* и запишем составляющие давлений, действующих в точках пересечения линии *А-А* с коленами U-образной трубки. В данном случае действие атмосферного давления не рассматривается, поскольку оно действует одинаково в обоих коленах манометра.

В левом колене давление создается столбом жидкости (воды) высотой $h_в$ и численно равно произведению $\rho_в{\cdot}g{\cdot}h_в$.

В правом колене давление создается двумя столбами жидкостей (ртути и бензина) и численно равно сумме произведений $\rho_б \cdot g \cdot h_б$ и $\rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт}$.

Из условия равенства этих давлений получаем:

$$\rho_в \cdot g \cdot h_в = \rho_б \cdot g \cdot h_б + \rho_{рт} \cdot g \cdot \Delta h_{рт} .$$

Сократив обе части выражения на величину g и подставив вместо $h_б$ разность $h_в - \Delta h_{рт}$, получим:

$$\rho_в \cdot h_в = \rho_б \cdot h_в - \rho_б \cdot \Delta h_{рт} + \rho_{рт} \cdot \Delta h_{рт} .$$

Выразим $\Delta h_{рт}$:

$$\rho_в \cdot h_в - \rho_б \cdot h_в = \Delta h_{рт} \cdot (\rho_{рт} - \rho_б) \implies \Delta h_{рт} = h_в \cdot (\rho_в - \rho_б) / (\rho_{рт} - \rho_б) .$$

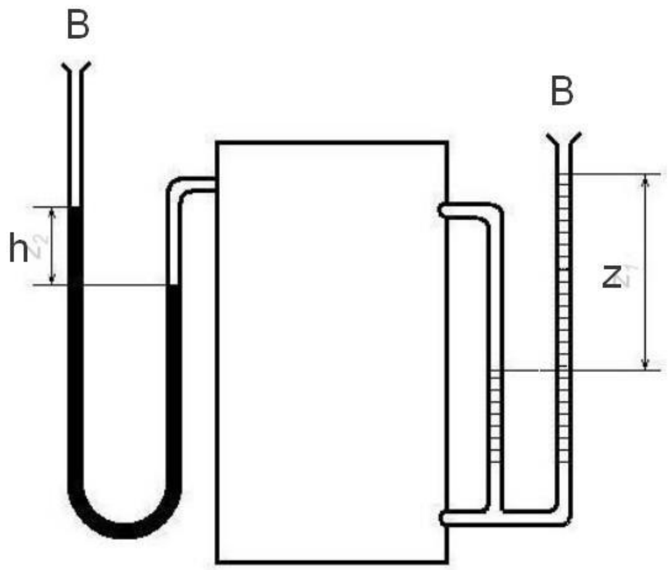
$$\Delta h_{рт} = 0{,}43 \cdot (1000\text{-}700) / (13600\text{-}700) = 129 / 12900 = 0{,}01 \text{ м.}$$

Ответ: $\Delta h_{рт} = 0{,}01$ м.

2.2. Определить абсолютное и избыточное давление в котле с водой и пьезометрическую высоту z, если разница уровней ртути в коленах U-образного манометра h = 50 мм. Атмосферное давление B = 756 мм рт.ст. Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, плотность ртути $\rho_{рт}$ = 13600 кг/м^3. Ответ представить в единицах измерения кгс/см^2.

Исходные данные для решения задачи № 2.2

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
B, мм рт.ст.	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754
h, мм	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100



Решение

Представим, что в котле действует давление, равное атмосферному, т.е. $p_{абс}$ = B. В этом случае из-за отсутствия перепада давлений по закону сообщающихся сосудов уровни жидкостей займут одинаковое положение, т.е. значения параметров h и z окажутся равными нулю.

По условию задач имеется перепад высот уровней жидкостей, т.е. действующее в котле давление $p_{абс}$ "пересиливает" действующее на жидкость с другой стороны атмосферное давление B. Это говорит о наличии в котле избыточного давления. Оно определяется по показаниям жидкостного манометра:

$$p_{изб} = \rho_{рт} \cdot g \cdot h \, .$$

$$p_{изб} = 13600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}05 \text{ Па} = 6671 \text{ Па} = 0{,}068 \text{ кгс/см}^2 \, .$$

Действующее в котле абсолютное давление определим по формуле:

$$p_{абс} = B + p_{изб} \, .$$

$$p_{абс} = 756 \cdot 133{,}32 \text{ Па} + 6671 \text{ Па} = 107461 \text{ Па} = 1{,}095 \text{ кгс/см}^2 \, .$$

Определим значение пьезометрической высоты z. Отличие пьезометра от жидкостного манометра заключается в том, что величина действующего избыточного давления в системе (в данном примере в котле) определяется по разности уровней жидкости в котле и в пьезометре (в данном примере это величина z). Поскольку подключенные к котлу манометр и пьезометр измеряют одинаковое давление, их показания должны совпадать. Тогда:

$$\rho_{рт} \cdot g \cdot h = \rho_в \cdot g \cdot z \implies z = h \cdot \rho_{рт} / \rho_в .$$

$$z = (0{,}05 \cdot 13600 / 1000)\ м = 0{,}68\ м.$$

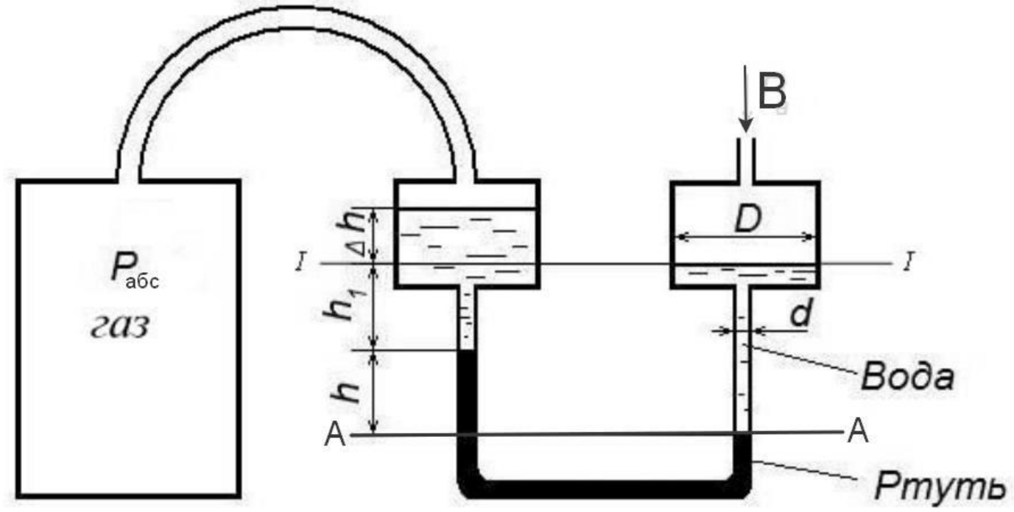
На основании полученных данных можно сделать вывод о том, столб воды высотой z = 0,68 м создает такое же давление, что и столб ртути высотой h = 0,05 м. При этом отношение z / h = 0,68 / 0,05 = 13,6, отношение $\rho_{рт} / \rho_в$ = 13600 / 1000 = 13,6.

Ответ: $p_{абс}$ = 1,095 кгс/см^2 ; $p_{изб}$ = 0,068 кгс/см^2 ; z = 0,68 м.

2.3. Для измерения давления газа в баллоне применен двухжидкостный чашечный манометр, диаметры чашечек которого одинаковы и равны D, а диаметр трубок – d. Манометр заполнен ртутью ($\rho_{рт}$ = 13600 кг/м^3) и водой ($\rho_в$ = 1000 кг/м^3), объем которой одинаков в левой и правой частях манометра. Определить абсолютное давление газа в баллоне и величину вакуумметрического давления, если разность уровней ртути h = 20 см, отношение d / D = 0,1, атмосферное давление B = 750 мм рт.ст. Ответ представить в единицах измерения кПа.

Исходные данные для решения задачи № 2.3

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
d / D	0,85	0,9	0,95	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35
h, мм	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
B, мм рт.ст.	745	746	747	748	749	751	752	753	754	755



Решение

Представим, что давление газа в сосуде будет равно атмосферному, тогда столбы жидкостей в левой и правой частях манометра займут одинаковые положения, т.е. уровни ртути и воды в правой и левой частях манометра будут совпадать.

Поскольку в условиях задачи в левой части манометра уровень жидкости выше, чем в правой, получается, что атмосферное (барометрическое) давление *B* "перевешивает" давление $p_{абс}$, действующее со стороны сосуда, т.е. в сосуде создается разряжение (давление ниже атмосферного). При этом в данных условиях представленный прибор можно считать вакуумметром, а по его показаниям мы определяем величину вакуумметрического давления. В том случае, если бы давление $p_{абс}$, действующее в сосуде, превышало атмосферное, то данный прибор работал бы как манометр, т.е. показывал избыточное (манометрическое) давление.

Для вычисления вакуумметрического давления воспользуемся формулой:

$$p_{абс} = \mathrm{B} - p_{вак} \implies p_{вак} = B - p_{абс}. \qquad (1)$$

Для того, чтобы вычислить значение $p_{абс}$, проведем условную линию *A-A*. Поскольку система находится в равновесии, давление в точках пересечения левой и правой частей вакуумметра с линией *A-A* будет одинаковым. Обозначим его p_A. Столбы ртути, расположенные ниже линии *A-A*, не рассматриваются, поскольку они уравновешивают друг друга, и при записи в математическом виде создаваемые ими давления взаимно сокращаются.

Запишем, из чего складывается давление $p_А$ для левой и для правой частей соответственно:

$$p_А = p_{абс} + \rho_в \cdot g \cdot (h_1 + \Delta h) + \rho_{рт} \cdot g \cdot h.$$

$$p_А = B + \rho_в \cdot g \cdot (h_1 + h).$$

Приравняем правые стороны этих выражений:

$$p_{абс} + \rho_в \cdot g \cdot (h_1 + \Delta h) + \rho_{рт} \cdot g \cdot h = B + \rho_в \cdot g \cdot (h_1 + h).$$

Раскроем скобки, сократим обе части выражения на $\rho_в \cdot g \cdot h_1$ и выразим $p_{абс}$:

$$p_{абс} = B + \rho_в \cdot g \cdot h – \rho_в \cdot g \cdot \Delta h + \rho_{рт} \cdot g \cdot h. \quad (2)$$

Величину Δh определим из условия равенства объемов воды в левой и правой частях вакуумметра. При этом объем столба ртути высотой h равен объему воды высотой Δh:

$$h \cdot (\pi \cdot d^2/4) = \Delta h \cdot (\pi \cdot D^2/4) \implies \Delta h = h \cdot (d/D)^2.$$

$$\Delta h = 0{,}2 \text{ м} \cdot 0{,}1^2 = 0{,}002 \text{ м}.$$

Подставляя это значение в формулу (2), получаем:

$$p_{абс} = 750 \cdot 133{,}32 \text{ Па} + 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}2 \text{ Па} - 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}002 \text{ Па} - 13600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}2 \text{ Па}.$$

$$p_{абс} = 75249 \text{ Па} = 75{,}3 \text{ кПа}.$$

Величину вакуумметрического давления определим по формуле (1):

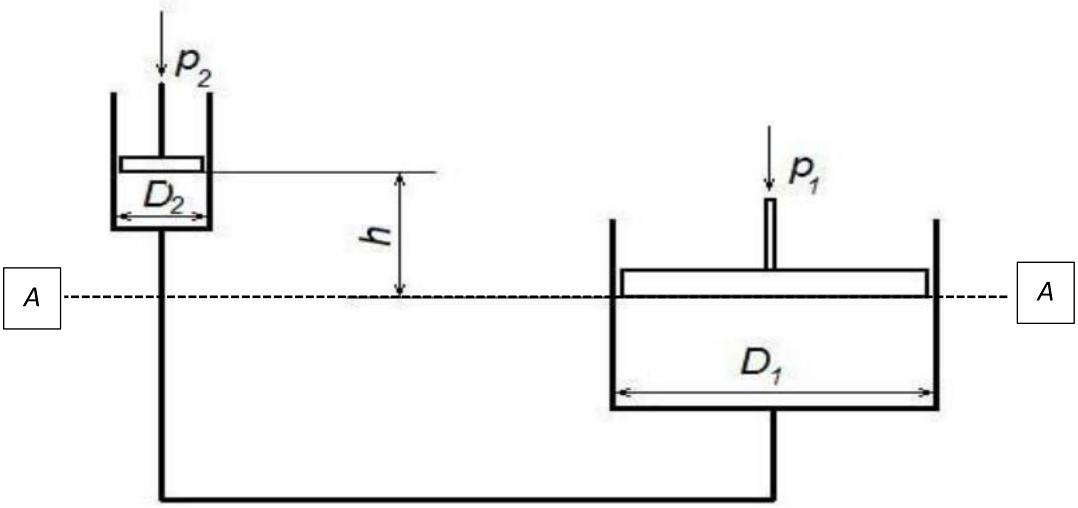
$$p_{вак} = 750 \cdot 133{,}32 \text{ Па} – 75249 \text{ Па} = 24741 \text{ Па} = 24{,}7 \text{ кПа}.$$

Ответ: $p_{абс} = 75{,}3$ кПа, $p_{вак} = 24{,}7$ кПа.

2.4. Два цилиндра соединены трубкой по схеме, изображенной на рисунке. Диаметр первого цилиндра $d_1 = 50$ см, второго – $d_2 = 20$ см. Цилиндр меньшего диаметра расположен выше цилиндра большего диаметра на высоту $h = 0{,}5$ м. Определить, какое усилие F_1 необходимо приложить к большому поршню, чтобы система пришла в равновесие, если на поршень малого цилиндра действует сила F_2 = 500 Н.

Исходные данные для решения задачи № 2.4

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
d_1 , см	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
d_2 , см	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
h, м	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
F_2 , Н	400	410	420	430	440	450	460	470	480	490



Решение

Проведем условную линию *А*-*А*. В любой точке на пересечениях этой линии с рисунком давление будет постоянным, что вытекает из условия равновесия системы. Запишем, из чего создается это давление в левой и правой частях системы. Действие атмосферного давления при этом не учитывается, поскольку оно действует в обеих частях системы и взаимно компенсируется. Разность высот поршней при этом не оказывает влияния ввиду малой плотности воздуха: при средней плотности воздуха на поверхности земли $\rho_{возд}$ = 1,29 кг/м^3 атмосферное давление, действующее на правый поршень, будет больше атмосферного давления, действующего на левый поршень, на величину $\rho_{возд} \cdot g \cdot h$ = 6,3 Па.

Тогда избыточное давление $p_а$, создаваемое в левой части системы, будет определяться как сумма двух давлений: давления, создаваемого силой F_2 , и давления, создаваемого столбом жидкости высотой h, т.е.:

$$p_а = F_2 / S_2 + \rho \cdot g \cdot h.$$

В правой стороне системы давление $p_а$ создается в результате действия силы F_1 на поршень площадью S_1 :

$$p_а = F_1 / S_1 .$$

Приравняв правые части этих выражений, выразим F_1 :

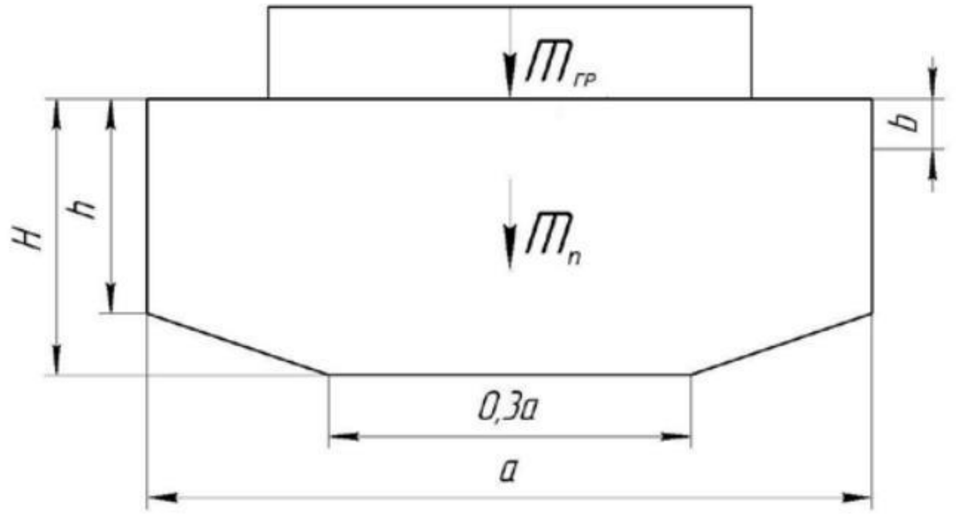
$$F_1 = S_1 \cdot (F_2 / S_2 + \rho \cdot g \cdot h) = \pi \cdot r_1^2 \cdot (F_2 / \pi \cdot r_2^2 + \rho \cdot g \cdot h).$$

$$F_1 = 3{,}14 \cdot 0{,}25^2 \text{ м}^2 \cdot (500 \text{ Н} / 3{,}14 \cdot 0{,}1^2 \text{ м}^2 + 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5 \text{ Па}) =$$

$$= 4088 \text{ м}^2 \cdot (\text{Н/м}^2 + \text{Па}) = 4088 \text{ Н}.$$

Ответ: F_1 = 4088 Н.

2.5. Понтонный мост длиной L = 10 м и массой $m_п$ = 6,2 т имеет трапецеидальное поперечное сечение. Определить максимальную грузоподъемность $m_{гр}$ понтонного моста, если расстояние от палубы до ватерлинии b = 0,23 м. Значения параметров H = 4,7 м, h = 3,3 м, a = 9,4 м.



Исходные данные для решения задачи № 2.5

Вар. №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m_п$, т	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5
H, м	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7
h, м	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3
a, м	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	11	12

Решение

Поскольку понтонный мост с грузом находится в плавучем состоянии, сила тяжести компенсируется архимедовой силой, т.е.:

$$P_а = (m_п + m_{гр})\cdot g. \qquad (1)$$

Определим значение силы $P_а$:

$$P_а = \rho_в\cdot g\cdot V_в\,. \qquad (2)$$

В приведенном уравнении $V_в$ – это объем погруженной в воду части понтонного моста. Данный объем можно определить по формуле:

$$V_в = S_в\cdot L. \qquad (3)$$

Площадь поперечного сечения погруженной в воду части моста $S_в$ складывается из двух площадей – площади трапеции с основаниями "a" и "0,3·a" и площади прямоугольника длиной "a" и высотой "h – b". С учетом этого формула (3) примет вид:

$$V_в = (a\cdot(h - b) + 0{,}5\cdot(a + 0{,}3\cdot a)\cdot(H - h))\cdot L. \qquad (4)$$

$$V_в = (9{,}4\cdot(3{,}3 - 0{,}23) + 0{,}5\cdot(9{,}4 + 0{,}3\cdot 9{,}4)\cdot(4{,}7 - 3{,}3)\cdot 10 = 374{,}12\ м^3.$$

Определим по формуле (2) значение силы $P_а$:

$$P_а = 1000\ кг/м^3 \cdot 9{,}81\ м/с^2 \cdot 374{,}12\ м^3 = 3\,670\,117\ кг\cdot м/с^2\,.$$

$$P_а = 3670\cdot 10^3\ Н.$$

Массу груза вычислим по формуле (1):

$$m_{гр}\cdot g = P_а - m_п\cdot g \ \ ==> \ \ m_{гр} = P_а / g - m_п.$$

$$m_{гр} = 3670\cdot 10^3\ Н / 9{,}81\ м/с^2 - 6{,}2\cdot 10^3\ кг = 368\cdot 10^3\ кг = 368\ т.$$

Ответ: $m_{гр} = 368$ т.

2.3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

2.6. Определить силу F, с которой вода действует на дно сосуда площадью S = 0,25 м^2. Уровень воды расположен на высоте h = 2 м от дна. Ответ представить в единицах измерения Н и кгс.

Исходные данные для решения задачи № 2.6

Вар. №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S, м^2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2
h, м	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Решение

Поскольку давление – это сила, действующая на единицу площади, запишем формулу:

$$p = F / S \implies F = p{\cdot}S.$$

Давление p, которое создает столб воды высотой 2 м, определим по формуле:

$$p = \rho{\cdot}g{\cdot}h.$$

Тогда:

$$F = (\rho{\cdot}g{\cdot}h){\cdot}S = (1000{\cdot}9{,}81{\cdot}2)\ \text{Па} \cdot 0{,}25\ \text{м}^2 = 4905\ \text{Па}{\cdot}\text{м}^2\ .$$

Учитывая, что 1 Па = 1 Н/м^2, 1 кгс = 9,81 Н, получаем:

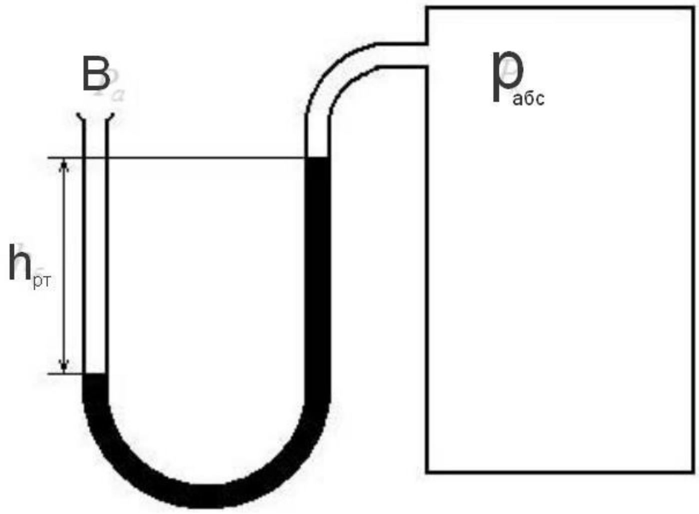
$$F = 4905\ \text{Н} = 500\ \text{кгс}.$$

Ответ: F = 4905 Н = 500 кгс.

2.7. В ртутном вакуумметре, подключенном к камере конденсатора паровой машины, столб ртути в правом колене выше, чем в левом на 600 мм. Атмосферное давление по показаниям барометра B = 755 мм рт.ст. Определить величину разрежения и абсолютное давление в конденсаторе. Ответ представить в единицах измерения кПа, бар и МПа.

Исходные данные для решения задачи № 2.7

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$h_{рт}$, м	500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
B , м	748	749	750	751	752	753	754	756	757	758



Решение

По положению ртути в трубках (коленах) вакуумметра можно сделать вывод о том, что в конденсаторе действует пониженное давление (разряжение), т.е. атмосферное давление B "пересиливает" действующее в конденсаторе давление $p_{абс}$.

Величину разряжения (вакуумметрическое давление) на основании показаний вакуумметра определим по формуле:

$$p_{вак} = \rho_{рт} \cdot g \cdot h_{рт} = 13600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}6 \text{ Па} = 80050 \text{ Па}.$$

$$p_{вак} = 80050 \text{ Па} = 80{,}05 \text{ кПа} = 0{,}8 \text{ бар} = 0{,}08 \text{ МПа}.$$

Определим действующее в конденсаторе абсолютное давление:

$$p_{абс} = B - p_{вак} = 755 - 600 \text{ мм рт.ст.} = 155 \cdot 133{,}32 \text{ Па} = 20665 \text{ Па}.$$

$$p_{абс} = 20665 \text{ Па} = 20{,}67 \text{ кПа} = 0{,}21 \text{ бар} = 0{,}02 \text{ МПа}.$$

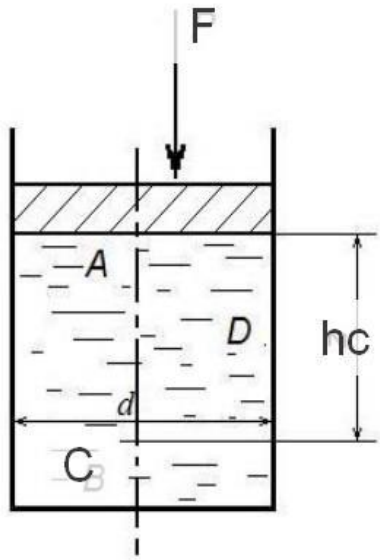
Ответ: $p_{абс} = 20{,}67$ кПа = 0,21 бар = 0,02 МПа;

$p_{вак} = 80{,}05$ кПа = 0,8 бар = 0,08 МПа.

2.8. Определить величину гидростатического (абсолютного) и избыточного давления в точке A под поршнем и в точке C на глубине $h_с$ = 2 м от поршня, если на поршень диаметром d = 200 мм действует сила F = 314 кгс. Атмосферное давление B = 748 мм рт.ст. Пространство под поршнем заполнено водой. Ответ представить в единицах измерения кгс/см^2 и кПа.

Исходные данные для решения задачи № 2.8

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$h_с$, м	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
d , мм	150	160	170	180	190	210	220	230	240	250
F, кгс	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550



Решение

Определим величину гидростатического давления $p_{абс(а)}$ в точке A, находящейся под поршнем (на поверхности жидкости).

$$p_{абс(а)} = p_0 + \rho \cdot g \cdot h_а \,. \tag{1}$$

Поскольку глубина погружения точки A равна нулю (т.е. $h_а$ = 0), давление $p_{абс(а)} = p_0$. Давление p_0, действующее на свободную поверхность жидкости, будет определяться как сумма атмосферного давления B и давления, создаваемого поршнем за счет приложенного к нему усилия F (т.е. $p_0 = B + F/S$, где $S = \pi \cdot r^2$ – площадь поршня). С учетом вышеизложенного формула (1) примет вид:

$$p_{абс(а)} = B + F/\pi \cdot r^2 . \qquad (2)$$

$$p_{абс(а)} = 748 \cdot 133{,}32 \text{ Па} + 314 \cdot 9{,}81 \text{ Н} / (3{,}14 \cdot 100^2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2) =$$

$$= 99723 \text{ Па} + 98100 \text{ Па} = 197823 \text{ Па} = 197{,}8 \text{ кПа};$$

$$p_{абс(а)} = (197823 / 98100) \text{ кгс/см}^2 = 2{,}02 \text{ кгс/см}^2.$$

В данном выражении второе слагаемое $F/\pi \cdot r^2$ является избыточным давлением в точке A, тогда:

$$p_{изб(а)} = 98100 \text{ Па} = 98{,}1 \text{ кПа} = 1 \text{ кгс/см}^2 .$$

Определим гидростатическое давление, действующее в точке C:

$$p_{абс(с)} = p_0 + \rho \cdot g \cdot h_с . \qquad (3)$$

Согласно закону Паскаля, давление, приложенное к внешней поверхности жидкости, передается всем точкам этой жидкости одинаково по всем направлениям. Следовательно, давления p_0 для вычисления $p_{абс(а)}$ и $p_{абс(с)}$ равны. Тогда формула (3) примет вид:

$$p_{абс(с)} = B + F/\pi \cdot r^2 + \rho \cdot g \cdot h_с .$$

$$p_{абс(с)} = 197823 \text{ Па} + 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \text{ Па} = (197823 + 19620) \text{ Па} = 217443 \text{ Па}.$$

$$p_{абс(с)} = 217{,}4 \text{ кПа} = 2{,}22 \text{ кгс/см}^2 .$$

В данном выражении сумма $F/\pi \cdot r^2 + \rho \cdot g \cdot h_с$ является избыточным давлением, действующим в точке C. Тогда:

$$p_{изб(с)} = (98100 + 19620) \text{ Па} = 117720 \text{ Па} = 117{,}7 \text{ кПа} = 1{,}2 \text{ кгс/см}^2 .$$

Ответ: $p_{абс(а)} = 197{,}8$ кПа $= 2{,}02$ кгс/см^2 ; $p_{изб(а)} = 98{,}1$ кПа $= 1$ кгс/см^2 .
$p_{абс(с)} = 217{,}4$ кПа $= 2{,}22$ кгс/см^2 ; $p_{изб(с)} = 117{,}7$ кПа $= 1{,}2$ кгс/см^2 .

2.9. В воде плотностью $\rho_ж = 1000$ кг/м^3 плавает деревянный брусок объемом $V_д$. Определить погруженную часть его объема $V_в$, если плотность дерева $\rho_д = 800$ кг/м^3.

Исходные данные для решения задачи № 2.9

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
$V_д$, м^3	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55
$\rho_д$, кг/м^3	750	760	770	780	790	810	820	830	840	850
$\rho_ж$, кг/м^3	900	910	920	930	940	950	960	970	980	990

Решение

Согласно закону Архимеда, на любое тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, численно равная весу жидкости в объеме, вытесненном телом (объем погруженной в жидкость части тела):

$$P_а = \rho_в \cdot g \cdot V_в .$$

Поскольку брусок находится в состоянии равновесия (не всплывает и не погружается), действующая на него Архимедова сила $P_а$ уравновешивается силой тяжести $m_д \cdot g$, т.е.:

$$P_а = m_д \cdot g \implies \rho_в \cdot g \cdot V_в = (\rho_д \cdot V_д) \cdot g;$$

$$\rho_в \cdot V_в = \rho_д \cdot V_д .$$

Полученное уравнение говорит о том, что масса вытесненной плавающим предметом воды ($m_в = \rho_в \cdot V_в$) равна массе самого предмета ($m_д = \rho_д \cdot V_д$).

Так, например, корабль водоизмещением 20 тыс. тонн имеет массу 20 тыс. тонн и вытесняет 20 тыс. тонн воды, т.е. объем его погруженной в воду части равен объему воды массой 20 тыс. тонн.

Определим связь между объемами $V_в$ и $V_д$:

$$V_в = V_д \cdot (\rho_д / \rho_в) = 0{,}8 \cdot V_д .$$

Таким образом, при любом значении объема деревянного бруска плотностью 800 кг/м^3 объем его погруженной в воду части будет составлять 80 % от общего объема независимо от геометрической формы.

Ответ: $V_в = 0{,}8 \cdot V_д$.

2.10. Человек в обыкновенных условиях поднимает стальную гирю массой m_1 = 32 кг. Гиря какой массы m_2 может быть поднята им под водой? Плотность стали $\rho_{ст}$ = 7,9 г/см^3.

Исходные данные для решения задачи № 2.10

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
m_1, кг	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55
$\rho_{ст}$, г/см^3	7,5	7,6	7,7	7,8	8,0	8,1	8,2	8,3	8,4	8,5

Решение

Определим, какое максимальное усилие способен развить человек в условиях данной задачи. Чтобы поднять гирю массой m_1, приложенная к ней вертикально вверх сила F_1 должна быть больше силы тяжести m_1g, т.е. $F_1 > m_1g$. Для упрощения расчетов сделаем допущение о том, что для поднятия гири достаточно приложить усилие $F_1 = m_1g$ (в реальности при таком условии гиря будет находится в состоянии равновесия, а любое увеличение силы F_1 приведет к движению гири вверх).

Таким образом, в данном примере человек способен развить максимальную силу $F_1 = m_1g$.

Под водой дополнительно к силе F_1 дополняется действие архимедовой силы $P_а$, действующей на гирю массой m_1 и объемом V_2, следовательно:

$$F_1 + P_а = m_2 \cdot g \implies m_1g + \rho_в \cdot g \cdot V_2 = m_2 \cdot g.$$

Принимая во внимание, что $V_2 = m_2 / \rho_{ст}$, и сократив обе части выражения на величину g, получим:

$$m_1 + m_2 \cdot \rho_в / \rho_{ст} = m_2 .$$

Преобразуем данное выражение и выразим m_2:

$$m_2 \cdot (1 - \rho_в / \rho_{ст}) = m_1 \implies m_2 = m_1 / (1 - \rho_в / \rho_{ст}).$$

Преобразуем единицы измерения плотности г/см^3 в кг/м^3:

$$\rho_{ст} = 7{,}9 \text{ г/см}^3 = 7{,}9 \text{ (кг/1000) / (м/100)}^3 = 7900 \text{ кг/м}^3.$$

Получаем:

$$m_2 = 32 \text{ кг} / (1 - 1000/ 7900) = 36{,}6 \text{ кг}.$$

Таким образом, благодаря выталкивающему действию воды (действию архимедовой силы) человек при приложении одного и того же усилия в воде способен поднять груз на 4,6 кг больше, чем в воздухе.

Ответ: m_2 = 36,6 кг.

2.11. Определить, содержится ли примесь породы в самородке золота, если установлено, что вес самородка в воздухе G = 9,65 Н, а в воде $G_в$ = 9,15 Н. Плотность чистого золота $\rho_з = 19{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Решение

Поскольку значения веса самородка в воздухе и в воде отличаются, на него действует архимедова сила, численно равная:

$$P_а = \rho_в \cdot g \cdot V_с = G - G_в = 0{,}5 \text{ Н}. \quad (1)$$

Определим по формуле (1) объем самородка $V_с$:

$$V_с = P_а / \rho_в \cdot g; \quad (2)$$

$$V_с = 0{,}5 \text{ кг·м/с}^2 / (1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 9{,}81 \text{ м/с}^2) = 5{,}1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Объем чистого золота весом G = 9,65 Н определим по формуле:

$$V_з = m_з / \rho_з; \quad (3)$$

Учитывая, что вес золота $G = m_з \cdot g$, формула (3) примет вид:

$$V_з = G / (g \cdot \rho_з); \quad (4)$$

$$V_з = 9{,}65 \text{ Н} / (9{,}81 \text{ м/с}^2 \cdot 1000 \text{ кг/м}^3) = 5{,}1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Равенство объемов $V_с$ и $V_з$ свидетельствует о том, что самородок выполнен из чистого золота. В том случае, если бы в нем содержались примеси, имеющие меньшую плотность, чем у золота, самородок при таком же весе 9,65 Н занял бы больший объем. Следовательно, увеличилось бы и значение архимедовой силы, а вес самородка в воде оказался бы меньше 9,15 Н.

Ответ: самородок выполнен из чистого золота без содержания примесей.

РАЗДЕЛ 3. ДИНАМИКА ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

3.1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В гидродинамике под *идеальной жидкостью* понимается невязкая и несжимаемая жидкость, т.е. жидкость, характеризуемая абсолютной текучестью и постоянством объема при изменении внешних условий (в частности, при изменении давления и температуры).

Основным объектом изучения гидродинамики является *поток жидкости*. Различают *объемный* Q ($м^3/с$) и *массовый* G (кг/с) расход жидкости, которые связаны соотношением:

$$G = \rho \cdot Q\,,$$

где

ρ – плотность жидкости, $кг/м^3$.

Скорость потока u (м/с) представляет собой путь, проходимый потоком через единицу площади поперечного сечения в единицу времени:

$$u = Q \,/\, S,$$

где

S – площадь поперечного сечения потока жидкости, $м^2$.

Согласно *уравнению неразрывности потока* при установившемся движении через любое поперечное сечение потока в единицу времени проходит одно и то же количество жидкости:

$$Q_1 = Q_2 = Q = const \;\; \text{или} \;\; u_1 \cdot S_1 = u_2 \cdot S_2 = u \cdot S = const.$$

Основным уравнением гидравлики, определяющим связь между давлением и скоростью жидкости при установившемся режиме движения потока является *уравнение Бернулли*, которое является частным случаем закона сохранения энергии. Для *идеальной жидкости уравнение Бернулли* имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}.$$

В данном выражении:

z – геометрическая высота (напор), т.е. превышение центра тяжести рассматриваемого поперечного сечения потока над плоскостью сравнения *0-0*, выбираемой в произвольном положении по горизонтали;

$p / \rho g$ – пьезометрическая высота (напор), т.е. высота подъема жидкости в пьезометре, подключенном к центру тяжести рассматриваемого сечения потока, отвечающая гидродинамическому давлению p в этой точке;

$u^2 / 2g$ – скоростная высота (напор), соответствующая местной скорости u в центре тяжести сечения;

$z + p / \rho g$ – гидростатический напор, представляющий собой полный запас удельной потенциальной энергии (энергии, приходящейся на единицу массы жидкости);

$z + p / \rho g + u^2 / 2g$ – полный напор в рассматриваемом сечении потока

Таким образом, при установившемся движении потока идеальной жидкости для любого сечения справедливо соотношение:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = const.$$

Из приведенного уравнения следует, что при уменьшении скорости потока (кинетической энергии) на участке должно возрасти давление (потенциальная энергия) и наоборот.

3.2. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

3.1. По трубопроводу диаметром d = 156 мм перекачивают мазут плотностью ρ = 900 кг/м^3. Определить объемный расход Q (л/с) и среднюю скорость $u_{ср}$ (м/с), если массовый расход G = 50 т/ч.

Исходные данные для решения задачи № 3.1

Вар. №	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
d, мм	112	118	124	130	136	142	148	154	160	166
ρ, кг/м^3	865	870	875	880	885	890	895	905	910	915
G, кг/с	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Решение

Объемный расход мазута вычислим по формуле:

$$G = \rho \cdot Q \ \ ==> \ \ Q = G / \rho.$$

$$Q = \frac{50\ \text{т/ч}}{900\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = \frac{50 \cdot 1000\ \text{кг}}{3600\ \text{с} \cdot 900\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0{,}0154\ \frac{\text{м}^3}{\text{с}} = 15{,}4\ \frac{\text{л}}{\text{с}}.$$

Определим среднюю скорость потока:

$$u_{\text{ср}} = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi r^2}.$$

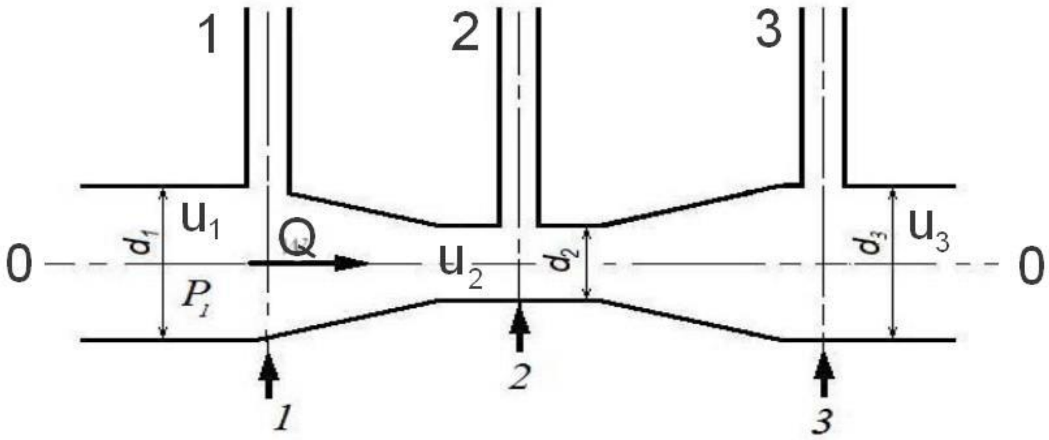
$$u_{\text{ср}} = \frac{0{,}0154\ \frac{\text{м}^3}{\text{с}}}{3{,}14 \cdot (78 \cdot 10^{-3}\ \text{м})^2} = \frac{0{,}0154\ \frac{\text{м}^3}{\text{с}}}{3{,}14 \cdot 78^2 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2} = 0{,}81\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: Q = 15,4 л/с, $u_{ср}$ = 0,81 м/с.

3.2. По горизонтальной трубе переменного сечения протекает идеальная жидкость плотностью ρ = 950 кг/м^3 в количестве Q = 10 л/с. Определить пьезометрические высоты в пьезометрах 1, 2 и 3, если $d_1 = d_3$ = 100 мм, d_2 = 25 мм, p_1 = 3 ат.

Исходные данные для решения задачи № 3.2

Вар. №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ρ, кг/м^3	865	870	875	880	885	890	895	905	910	915
Q, л/с	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5
d_1, мм	90	94	98	102	106	110	114	118	122	126
d_3, мм	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
p_1, ат	2	2,3	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,4	4,7



Решение

Определим среднюю скорость потока идеальной жидкости, проходящей через сечения трубопровода диаметрами d_1, d_2 и d_3. Согласно условию неразрывности потока количество жидкости, проходящей через сечения *1*, *2* и *3* в единицу времени, будет постоянным, т.е. $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$. Тогда:

$$u_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{Q}{\pi r_1^2} = \frac{10 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{м}^3}{\text{с}}}{3{,}14 \cdot 50^2 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2} = 1{,}27\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$u_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{Q}{\pi r_2^2} = \frac{10 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{м}^3}{\text{с}}}{3{,}14 \cdot 12{,}5^2 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2} = 20{,}38\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$u_3 = \frac{Q}{S_3} = \frac{Q}{\pi r_3^2} = \frac{Q}{\pi r_1^2} = u_1 = 1{,}27\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Высоту уровня жидкости в пьезометре (пьезометрическую высоту) можно определить по величине давления, действующего на участке трубопровода с соответствующей площадью поперечного сечения.

В данной задаче делается допущение о том, что давление имеет постоянное значение по всему рассматриваемому сечению (на самом деле при любом сечении давление в верхней части трубопровода будет меньше давления в нижней части трубопровода на величину $\rho g d$, где d – диаметр трубопровода в рассматриваемом сечении).

Определим высоту уровня жидкости в пьезометре 1:

$$p_1 = \rho g h_1 \implies h_1 = \frac{p_1}{\rho g}. \tag{1}$$

$$h_1 = \frac{3 \cdot 98100 \text{ Па}}{950 \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9{,}81 \ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 31{,}6 \text{ м}.$$

Чтобы определить высоту уровня жидкости в пьезометре 2, необходимо вычислить значение давления p_2 , действующего на участке трубопровода диаметром d_2 = 25 мм.

Запишем уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости применительно к сечениям *1* и *2*:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}. \tag{2}$$

Поскольку ось сравнения *0-0* проходит через центр тяжести трубопровода, $z_1 = z_2 = z_3 = 0$. Преобразуем данное выражение (2) и выразим давление p_2:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} \implies p_2 = \rho \cdot \left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}\right);$$

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho \cdot (u_1^2 - u_2^2)}{2}; \tag{3}$$

$$p_2 = 3 \cdot 98100 \text{ Па} + \frac{950 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot (1{,}27^2 - 20{,}38^2) \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2} =$$

$$= 294300 \text{ Па} - 196522 \ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{\text{м}^2} = 97778 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 97778 \text{ Па}.$$

Тогда высота жидкости в пьезометре 2 будет равна:

$$h_2 = \frac{p_2}{\rho g}. \tag{4}$$

$$h_2 = \frac{97778 \text{ Па}}{950 \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9{,}81 \ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 10{,}5 \text{ м}.$$

Значение давления p_3 определим аналогично значению p_2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \frac{u_3^2}{2g}. \qquad (5)$$

Учитывая, что $z_1 = z_3 = 0$, $u_1 = u_2$, выражение 5 примет вид:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g}. \qquad (6)$$

Очевидно, что $p_3 = p_1$ и, следовательно, $h_3 = h_1 = 31{,}6$ м.

Таким образом, по результатам расчетов можно сделать вывод о том, что чем выше скорость движения потока жидкости на участке трубопровода, тем меньше давление на этом участке, и наоборот – чем меньше скорость потока, тем выше давление.

Ответ: $h_1 = h_3 = 31{,}6$ м, $h_2 = 10{,}5$ м.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Давидсон В.Е. Основы гидрогазодинамики в примерах и задачах: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. М.: Издательский центр «Академия», 2008. 320 с.

2. Исаев А.П., Сергеев Б.И., Дидур В.А. Гидравлика и гидромеханизация сельскохозяйственных процессов. М.: Агропромиздат, 1990. 400 с.

3. Чащинов В.И. Практикум по теплотехнике: учеб. пособие для студентов агроинженерных специальностей. Брянск: Изд-во Брянская ГСХА, 2009. 86 с.

4. Штеренлихт Д.В. Гидравлика: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: КолосС, 2004. 656 с.

Учебное издание

Купреенко Алексей Иванович,

Исаев Хафиз Мубариз - оглы,
Михайличенко Станислав Михайлович

Г И Д Р О Г А З О Д И Н А М И К А

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Методические указания по выполнению практических и самостоятельных работ по дисциплине «Гидрогазодинамика»

Редактор Осипова Е.Н.

Подписано к печати 19.11.2020 г. Формат 60х84 1/16.
Бумага офсетная. Усл. п. л. 2,79. Тираж 25 экз. Изд. № 6743.

Издательство Брянского государственного аграрного университета
243365 Брянская обл., Выгоничский район, с. Кокино, Брянский ГАУ