

ФГБОУ ВО «БРЯНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Экономический факультет

Кафедра менеджмента

А.В. Раевская, Н.А. Каширина

# **Анализ рядов динамики**

Учебно-методическое пособие для  
студентов экономического факультета

Брянская область  
2015

УДК311.1(075.8)  
ББК 60.6я73

Раевская А.В., Каширина Н.А. Анализ рядов динамики: Учебно-методическое пособие (доп. и перераб.). – Брянск: БГАУ, 2015. – 18 с.

Рецензент: к.э.н., доцент кафедры  
коммерции и экономического анализа  
**Иванюга Т.В.**

Учебно-методическое пособие предназначено для оказания помощи студентам в изучении темы «Ряды динамики», выполнении индивидуального задания (типового расчета) по указанной теме и написании курсовой работы по статистике.

Пособие предназначено для студентов направлений подготовки 38.03.01 Экономика и 09.03.03 Прикладная информатика.

Рекомендовано к переизданию учебно-методическим советом экономического факультета (протокол № 9 от 29 июня 2015 г.).

© Раевская А.В., Каширина Н.А., 2015  
© Брянский ГАУ, 2015

## ВВЕДЕНИЕ

Анализ динамических (временных) рядов представляет самостоятельную, весьма обширную и одну из наиболее интенсивно развивающихся областей статистики.

Важнейшей классической задачей при исследовании экономических временных рядов является выявление и статистическая оценка основной тенденции развития изучаемого процесса и отклонений от нее.

Основные этапы анализа динамических (временных) рядов:

- графическое представление и описание поведения динамического ряда;
- выделение и удаление закономерных (неслучайных) составляющих временного ряда (тренда, сезонных и циклических составляющих);
- исследование случайной составляющей временного ряда, построение и проверка адекватности математической модели для ее описания;
- прогнозирование развития изучаемого процесса на основе имеющегося динамического ряда;
- исследование взаимосвязи между различными временными рядами.

Изучение данной темы и практическое решение задач позволяет студентам направления подготовки 38.03.01 Экономика освоить следующие компетенции:

ОК-1: владеет культурой мышления, способен к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения.

ОК-4: способен анализировать социально-значимые проблемы и процессы, происходящие в обществе, и прогнозировать возможное их развитие в будущем.

ПК-4: способен осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.

ПК-5: способен выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

ПК-6: способен на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.

ПК-10: способен использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические средства и информационные технологии.

Изучение данной темы и практическое решение задач позволяет студентам направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика овладеть следующими компетенциями:

ОК-3: способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности.

ОК-5: способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия.

ПК-3: способностью проектировать ИС в соответствии с профилем подготовки по видам обеспечения.

## 1. Ряд динамики в его виды

Явления общественной жизни, изучаемые социально-экономической статистикой, находятся в непрерывном изменении и развитии. С течением времени – от месяца к месяцу, от года к году – изменяются численность населения и его состав, объем производимой продукции, уровень производительности труда и т. д., поэтому одной из важнейших задач статистики является изучение изменения общественных явлений во времени – процесса их развития, их динамики. Эту задачу статистика решает путем построения и анализа рядов динамики (временных рядов).

**Ряд динамики** (хронологический, динамический, временной ряд) – это последовательность упорядоченных во времени числовых показателей, характеризующих уровень развития изучаемого явления. Ряд включает два обязательных элемента: время и конкретное значение показателя (уровень ряда).

Каждое числовое значение показателя, характеризующее величину, размер явления, называется **уровнем ряда**. Кроме уровней каждый ряд динамики содержит указания о тех моментах либо периодах времени, к которым относятся уровни.

Ряд, в котором время задано в виде конкретных дат (моментов времени), называется **моментным динамическим рядом**.

В качестве примера рассмотрим данные о численности населения Брянской области, полученные по результатам переписей населения.

Таблица 1

Численность населения Брянской области

Годы	1970	1979	1989	1995	2000	2010
Тыс. чел. *	1581,9	1506,8	1474,8	1479,6	1442,9	1278,2

\* Данные приведены по наличному населению: за 1959 и 1970 гг. – по переписи на 15 января, за 1979 г. – по переписи на 17 января, за 1989 г. по переписи на 12 января, за 1940 и 2000 гг. – оценка на 1 января, за 2010 г. – на 14 октября.

Ряд, в котором время задано в виде промежутков – лет, месяцев, называется **интервальным динамическим рядом**. В качестве примера рассмотрим изменение валового сбора картофеля за ряд лет.

## Динамика валового сбора картофеля

Годы	2010	2011	2012	2013	2014
Тыс. т	145,6	302,9	243,9	225,3	302,3

## 2. Основные показатели рядов динамики

При изучении динамики используются различные показатели и методы анализа, как элементарные, более простые, так и более сложные, требующие соответственно применения более сложных разделов математики.

Простейшими показателями анализа, которые используются при решении ряда задач, в первую очередь при измерении скорости изменения уровня ряда динамики, являются абсолютный прирост, темпы роста и прироста, а также абсолютное значение (содержание) одного процента прироста. Расчет этих показателей основан на сравнении между собой уровней ряда динамики. При этом уровень, с которым производится сравнение, называется *базисным*, так как он является базой сравнения. Обычно за базу сравнения принимается либо предыдущий, либо какой-либо предшествующий уровень, например первый уровень ряда.

Если каждый уровень сравнивается с предыдущим, то полученные при этом показатели называются *цепными*, так как они представляются собой как бы звенья «цепи», связывающей между собой уровни ряда. Если же все уровни связываются с одним и тем же уровнем, выступающим как постоянная база сравнения, то полученные при этом показатели называются *базисными*.

Часто построение ряда динамики начинают с того уровня, который будет использован в качестве постоянной базы сравнения. Выбор этой базы должен быть обоснован историческими и социально-экономическими особенностями развития изучаемого явления. В качестве базисного целесообразно брать какой-либо характерный, типичный уровень, например конечный уровень предыдущего этапа развития (или средний его уровень, если на предыдущем этапе уровень то повышался, то понижался).

*Абсолютный прирост* ( $A$  или  $\Delta$ ) показывает, на сколько единиц увеличился (или уменьшился) уровень по сравнению с базисным, т. е. за тот или иной промежуток (период) времени. Абсолютный при-

рост равен разности между сравниваемыми уровнями и измеряется в тех же единицах, что и эти уровни:

цепной абсолютный прирост  $A = y_i - y_{i-1}$ ;

базисный абсолютный прирост  $A = y_i - y_0$ ;

где  $y_i$  – уровень  $i$  – го года;

$y_{i-1}$  – уровень предшествующего года;

$y_0$  – уровень базисного года.

Если уровень уменьшился по сравнению с базисным, то он характеризует абсолютное уменьшение уровня.

Абсолютный прирост за единицу времени (месяц, год) измеряет *абсолютную скорость роста (или снижения) уровня*. Цепные и базисные абсолютные приросты связаны между собой: сумма последовательных цепных приростов равна соответствующему базисному приросту, т. е. общему приросту за весь период.

Более полную характеристику роста можно получить только тогда, когда абсолютные величины дополняются относительными. Относительными показателями динамики являются темпы роста и темпы прироста, характеризующие *интенсивность процесса роста*.

*Темп роста* ( $Tr$ ) – статистический показатель, который отражает интенсивность изменения уровней ряда динамики и показывает, во сколько раз увеличился уровень по сравнению с базисным, а в случае уменьшения – какую часть базисного уровня составляет сравниваемый уровень; измеряется отношением текущего уровня к предыдущему или базисному:

цепной темп роста  $Tr = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%$  ;

базисный абсолютный прирост  $Tr = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\%$  .

Как и другие относительные величины, темп роста может быть выражен не только в форме коэффициента (простого отношения уровней), но и в процентах. Как и абсолютные приросты, темпы роста для любых рядов динамики сами по себе являются интервальными показателями, т. е. характеризуют тот или иной промежуток (интервал) времени.

Между цепными и базисными темпами роста, выраженными в форме коэффициентов, существует определенная взаимосвязь: произведение последовательных цепных темпов роста равно базисному темпу

роста за весь соответствующий период, например:  $\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} = \frac{y_3}{y_1}$ .

*Темп прироста* ( $T_{np}$ ) характеризует относительную величину прироста, т. е. представляет собой отношение абсолютного прироста к предыдущему или базисному уровню:

$$T_{np} = \frac{A}{y_{i-1}} \cdot 100\% = \left( \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \right) \cdot 100\% = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\% - 100\% = T_p - 100\% .$$

Темп прироста, выраженный в процентах, показывает, на сколько процентов увеличился (или уменьшился) уровень по сравнению с базисным, принятым за 100%.

При анализе темпов развития никогда не следует упускать из виду, какие абсолютные величины – уровни и абсолютные приросты – скрываются за темпами роста и прироста. Нужно, в частности, иметь в виду, что при снижении (замедлении) темпов роста и прироста абсолютный прирост может возрастать.

В связи с этим важно изучать еще один показатель динамики – *абсолютное значение (содержание) 1% прироста*, который определяется как результат деления абсолютного прироста на соответствующий темп прироста:

$\frac{A}{T_{np}}$ . Эта величина показывает, сколько в абсолютном выражении дает каждый процент прироста.

Таблица 3

Показатели анализа ряда динамики урожайности картофеля

Го- ды	Урожай- ность, ц/га	Абсолютный прирост, ц/га		Темп роста, %		Темп прирос- та, %		Абсо- лютное значение 1% при- роста
		цеп- ной	базис- ный	цеп- ной	базис- ный	цеп- ной	базис- ный	
2010	289	–	–	–	100,0	–	–	–
2011	321	32	32	111,1	111,1	11,1	11,1	2,9
2012	346	25	57	107,8	119,7	7,8	19,7	3,2
2013	372	26	83	107,5	128,7	7,5	28,7	3,5
2014	407	35	<b>118</b>	109,4	140,8	9,4	<b>40,8</b>	3,7

Как показывают расчеты, за рассматриваемый период урожайность картофеля возросла на 118 ц/га или на 40,8%. Наибольший прирост урожайности на 35 ц/га (9,4%) отмечался в 2014 г. по сравнению с

предыдущим годом.

Для обобщающей характеристики динамики исследуемого явления определяются *средние показатели*.

Наиболее просто вычисляется средний уровень интервального ряда динамики абсолютных величин с равностоящими уровнями. Расчет производится по формуле простой средней арифметической:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{y_0 + y_1 + \dots + y_n}{n},$$

где  $n$  – число фактических уровней за последовательные равные отрезки времени.

*Средний абсолютный прирост* показывает, на сколько единиц увеличивался или уменьшался уровень по сравнению с предыдущим периодом в среднем за единицу времени (в среднем ежемесячно, ежегодно и т.д.). Средний абсолютный прирост характеризует среднюю абсолютную скорость роста (или снижения) уровня и всегда является интервальным показателем. Он вычисляется путем деления общего прироста за весь период на длину этого периода в тех или иных единицах времени:  $\bar{A} = \frac{y_n - y_0}{n - 1}$ .

*Средний темп роста* рассчитывается по формуле:  $\bar{Tr} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}$ .

Средний темп роста, выраженный в форме коэффициента, показывает, во сколько раз увеличивается уровень по сравнению с предыдущим периодом в среднем за единицу времени (в среднем ежегодно, ежемесячно и т.п.).

Для средних темпов роста и прироста сохраняет силу та же взаимосвязь, которая имеет место между обычными темпами роста и прироста:  $\bar{Tr} = \bar{A} + 100\%$ .

Средний темп прироста (или снижения), выраженный в процентах, показывает, на сколько процентов увеличивался (или снижался) уровень по сравнению с предыдущим периодом в среднем за единицу времени (в среднем ежегодно, ежемесячно и т.п.). Средний темп прироста характеризует среднюю интенсивность роста, т.е. среднюю относительную скорость изменения уровня.

### 3. Выявление и характеристика основной тенденции развития

Одной из задач, возникающих при анализе рядов динамики, является установление *закономерности изменения уровней изучаемого показателя во времени*. Для этого необходимо выделить такие периоды (этапы) развития, которые достаточно однородны в отношении взаимосвязи данного явления с другими и условий его развития.

Выделение *этапов развития* – это задача, находящаяся на стыке науки, изучающей данное явление (экономики, социологии и т. п.), и статистики. Решение этой задачи осуществляется не только и даже не столько с помощью статистических методов (хотя и они могут принести определенную пользу), сколько на базе содержательного анализа сущности, природы явления и общих законов его развития.

Для каждого этапа развития нужно выявить и численно охарактеризовать основную тенденцию изменения уровня явления. Под *тенденцией* понимается общее направление к росту, снижению или стабилизации уровня явления с течением времени. Если уровень непрерывно растет или непрерывно снижается, то тенденция к росту или снижению наблюдается отчетливо: она легко обнаруживается визуально по графику временного ряда. Следует, однако, иметь в виду, что и рост, и снижение уровня могут происходить по-разному: либо равномерно, либо ускоренно, либо замедленно. Под *равномерным ростом* (или снижением) понимается рост (или снижение) с постоянной абсолютной скоростью, когда цепные абсолютные приросты ( $i$ ) одинаковы. При *ускоренном росте* или снижении цепные приросты систематически увеличиваются по абсолютной величине, а при *замедленном росте* или снижении – уменьшаются (тоже по модулю). Практически уровни ряда динамики очень редко растут (или снижаются) строго равномерно. Нечасто встречается и систематическое, без единого отклонения, увеличение или снижение цепных приростов.

Такие отклонения объясняются либо изменением с течением времени всего комплекса основных причин и факторов, от которых зависит уровень явления, либо изменением направления и силы действия второстепенных, в том числе случайных, обстоятельств и факторов, поэтому при анализе динамики идет речь не просто о тенденции развития, а об основной тенденции, достаточно стабильной (устойчивой) на протяжении данного этапа развития. В некоторых случаях эта закономерность, общая тенденция развития объекта вполне четко ото-

бражаются уровнями динамического ряда.

Основной *тенденцией (трендом)* называется достаточно плавное и устойчивое изменение уровня явления во времени, более или менее свободное от случайных колебаний. Основную тенденцию можно представить либо аналитически – в виде уравнения (модели) тренда, либо графически. Выявление основной тенденции развития (тренда) называется в статистике также *выравниваем временного ряда*, а методы выявления основной тенденции – *методами выравнивания*.

Одними из самых распространенных способов выявления основных тенденций (тренда) ряда динамики являются методы:

- укрупнения интервалов;
- скользящей средней (суть метода состоит в замене абсолютных данных средними арифметическими за определенные периоды). Расчет средних ведется способом скользящего, т.е. постепенным исключением из принятого периода первого уровня и включением следующего;

- аналитического выравнивания. При этом уровни ряда динамики выражаются в виде функций времени:

1)  $F(t) = a + bt$  – линейная зависимость;

2)  $F(t) = a + bt + ct^2$  – параболическая зависимость.

Способ *укрупнения интервалов* и их характеристики средними уровнями заключается в переходе от интервалов менее продолжительных к более продолжительным, например, от суток – к неделям или декадам, от декад – к месяцам, от месяцев – к кварталам или годам, от годовых интервалов – к многолетним. Если уровни ряда динамики колеблются с более или менее определенной периодичностью (волнообразно), то укрупненный интервал целесообразно взять равным периоду колебаний (длине «волны» цикла). Если же такая периодичность отсутствует, то укрупнение производят постепенно от малых интервалов к все более крупным, пока общее направление тренда не станет достаточно отчетливым.

Если ряд динамики является моментным, а также в тех случаях, когда уровень ряда является относительной или средней величиной, суммирование уровней не имеет смысла, и следует охарактеризовать укрупненные периоды средними уровнями.

При укрупнении интервалов число членов динамического ряда сильно сокращается, в результате чего движение уровня внутри укрупненного интервала выпадает из поля зрения. В связи с этим для

выявления основной тенденции и более детальной ее характеристики используется сглаживание ряда с помощью скользящей средней.

*Сглаживание ряда динамики с помощью скользящей средней* заключается в том, что вычисляется средний уровень из определенного числа первых по порядку уровней ряда, затем – средний уровень из такого же числа уровней, начиная со второго, далее, начиная с третьего и т.д. Таким образом, при расчетах среднего уровня как бы «скользят» по временному ряду от его начала к концу, каждый раз отбрасывая один уровень в начале и добавляя один следующий. Отсюда название – скользящая средняя.

Каждое звено скользящей средней – это средний уровень за соответствующий период. При графическом изображении и при некоторых расчетах каждое звено принято условно относить к центральному интервалу того периода, за который сделан расчет (для моментального ряда – к центральной дате).

Вопрос о том, за какой период следует вычислять звенья скользящей средней, решается в зависимости от конкретных особенностей динамики. Как и при укрупнении интервалов, если в колебаниях уровня есть определенная периодичность, то период сглаживания целесообразно принять равным периоду колебаний или кратной его величине. Так, при наличии квартальных уровней, испытывающих ежегодно сезонные спады и повышения, целесообразно применять четырех– или восьмиквартальную среднюю и т. п. Если же колебания уровней являются беспорядочными, то целесообразно постепенно укрупнять интервал сглаживания, пока не выявится отчетливая картина тренда.

*Аналитическое выравнивание ряда динамики* позволяет получить аналитическую модель тренда. Оно производится следующим образом.

1. На основе содержательного анализа выделяется этап развития и устанавливается характер динамики на этом этапе.

2. Исходя из предположения о той или иной закономерности роста и из характера динамики выбирается форма аналитического выражения тренда, вид аппроксимирующей функции, которой графически соответствует определенная линия: прямая, парабола, показательная кривая и т.п. Эта линия (функция) выражает предполагаемую закономерность плавного изменения уровня во времени, т. е. основную тенденцию. При этом каждый уровень ряда динамики условно рассматривается как сумма двух составляющих (компонент):  $y_t = F(t) + \varepsilon$

. Одна из них ( $y_t = F(t)$ ), выражающая тренд, характеризует влияние постоянно действующих, основных факторов и называется *систематической регулярной компонентой*. Другая составляющая ( $\varepsilon$ ) отражает влияние случайных факторов и обстоятельств и называется *случайной компонентой*. Эту компоненту называют также *остаточной* (или просто остатком), так как она равна отклонению фактического уровня от тренда. Таким образом, допускается (условно предполагается), что основная тенденция (тренд) формируется под влиянием постоянно действующих главных факторов, а второстепенные, случайные факторы вызывают отклонение уровня от тренда.

Выбор формы кривой во многом определяет результаты экстраполяции тренда. Основанием для выбора вида кривой может использоваться содержательный анализ сущности развития данного явления. Можно опираться также на результаты предыдущих исследований в данной области. Наиболее простой эмпирический прием – визуальный: выбор формы тренда на основе графического изображения ряда – ломаной линии. На практике линейная зависимость используется чаще, чем параболическая, в силу ее простоты.

#### **4. Аналитическое выравнивание ряда динамики**

Аналитическое выравнивание рядов динамики считается наиболее усовершенствованным способом обработки ряда с целью установления тенденции развития явления. Задача такого выравнивания состоит в нахождении простой математической формулы (аппроксимирующей функции), которая бы отражала общую тенденцию ряда динамики. Уровни ряда здесь рассматриваются как функция времени, а задача (выравнивание) сводится к определению вида функции, ее параметров по эмпирическим данным и расчета теоретических уровней по найденной формуле.

Суть такого выравнивания заключается в следующем:

а) на основании экономического анализа выделяют определенный этап развития явления и проявляют характер динамики в течение этого этапа;

б) исходя из характера динамики избираются тот или иной математическое выражение закономерности, то есть аналитическое уравнение, которому на графике соответствует определенная линия – прямая, парабола, гипербола, экспонента, логарифмическая кривая и т.д.

Подбор эмпирической формулы, с помощью которой производится выравнивание, происходит в два этапа: 1) выбор вида функции, которая дает лучшее приближение, 2) определение параметров выбранной функции

Как подобрать нужный вид функции, которая бы давала наилучшее приближение теоретической линии к эмпирическим данным?

1) Если динамика характеризуется более или менее стабильным абсолютным приростом, т.е. когда уровни ряда изменяются примерно в арифметической прогрессии, используется уравнение прямой линии вида  $\tilde{y}_t = a + bt$ , где  $\tilde{y}_t$  – теоретический уровень, выровненный по уравнению прямой;  $t$  – время.

2) В случаях, когда абсолютные приросты равномерно увеличивается и при сглаживании кривая имеет один изгиб, приближенным математическим выражением этой тенденции можно выбрать парабола второго порядка:  $\tilde{y}_t = a + bt + ct^2$ .

3) Если коэффициенты роста, рассчитанные по отношению к предыдущему периоду, более или менее постоянные, есть ряд динамики отражает развитие в геометрической прогрессии, рассчитывают показательную функцию  $\tilde{y}_t = 10^{a+bt}$  или логарифмическую функцию  $\tilde{y}_t = a + b \ln t$ .

Выровненные уровни ряда ( $\tilde{y}_t$ ) рассчитывают на основании аналогичного уравнения искомой прямой или кривой. На графике они расположены на прямой или кривой линии соответствующего типа.

Таким образом, если рассматривать техническую сторону выравнивания, то он сводится к замене фактических уровней ряда теоретическими уровнями, которые в среднем минимально отклонились бы от фактических уровней, но имели бы определенное аналитическое выражение.

Хотя способ выравнивания ряда динамики содержит в себе определенные условности, в ряде случаев он является весьма полезным техническим приемом, который облегчает выявление общей тенденции и изучение характера ряда динамики.

Линейный тренд хорошо отражает тенденцию изменений при действии множества разнообразных факторов, изменяющихся различным образом по разным закономерностям. Равнодействующая этих факторов при взаимопогашении особенностей отдельных факторов (ускорение, замедление, нелинейность) часто выражается в примерно

постоянной абсолютной скорости изменения, т.е. в прямолинейном тренде. Таковы, например, тенденции динамики урожайности.

Параболическая форма тренда выражает ускоренное или замедленное изменение уровней ряда с постоянным ускорением. Такой характер развития можно ожидать при наличии важных факторов прогрессивного развития (поступление новых производственных фондов, увеличение среднесуточного прироста живого веса свиней с возрастом и т.п.). Ускоренное возрастание может происходить в распределении доходов населения, в уровне оплаты труда, при повышении цен реализации на продукцию (особенно в период после снятия каких-то сдерживающих развитие этих процессов ограничений),

Показательная функция – гибкая, пригодная для отображения изменений с разной мерой пропорциональности изменений признака во времени. Однако эта форма тренда сложна для вычисления параметров и интерпретации, поэтому она крайне редко применяется.

Логарифмический тренд пригоден для отображения тенденции замедляющегося роста уровней при отсутствии предельного возможного значения, Замедление роста становится все меньше и меньше, и при достаточно большом  $t$  логарифмическая кривая мало отличается от прямой линии. Этот вид тренд пригоден для отображения роста производительности труда, повышения продуктивности скота и т.д.

Гиперболическая форма тренда выражает тенденцию замедляющегося снижения уровня и наиболее подходит для отображения тенденции явления, ограниченного предельным значением уровня (предельный коэффициент полезного действия, себестоимость продукции и т.д.).

## **5. Выбор линии тренда с помощью программы STRAZ**

Подбор выравнивающей линии (тренда) можно проводить на ЭВМ с помощью прикладных статистических программ. Проведем аналитическое выравнивание динамического ряда урожайности озимых зерновых с помощью прикладной программы STRAZ.

На первом этапе анализа полученной распечатки дается интерпретация средних показателей ряда динамики. Представленные значения средних показателей ряда динамики полностью совпадают со значениями, рассчитанными по формулам.

Средняя урожайность овощей за период составила 273,2 ц/га. За анализируемый период ежегодно в среднем урожайность снизилась на 3,8 ц/га или на 1 %.

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ

ФОРМЫ ТРЕНДОВ

1. ЛИНЕЙНАЯ :  
 $Y = A_0 + A_1 * T$
2. ПАРАБОЛИЧЕСКАЯ :  
 $Y = A_0 + A_1 * T + A_2 * T **2$
3. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ С ЛИНЕЙНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ СТЕПЕНИ :  
 $Y = 10 ** (A_0 + A_1 * T)$
4. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ (LN) :  
 $Y = A_0 + A_1 * LN ( T )$
5. ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ :  
 $Y = A_0 + A_1 / T$

Ряд # 1

Среднее значение = 273.167  
 Средний абсолютный прирост = -3.800  
 Средний коэффициент роста = .990

Результаты расчета по уравнению							
Номер наблюдения	Фактич. значение	Прямой	Параболы	Показат.	Логарифм.	Гиперболы	
дения	признака		2-о поряд.	с осн.10	(LN)		
1	313.00	274.42	351.98	263.76	282.83	298.76	
2	282.00	273.92	283.79	265.90	276.72	277.13	
3	189.00	273.42	249.44	268.05	273.15	269.92	
4	246.00	272.92	248.94	270.23	270.61	266.32	
5	315.00	272.42	282.29	272.42	268.65	264.15	
6	294.00	271.92	349.48	274.62	267.04	262.71	
Характеристики результатов выравнивания							
ср. квадрат.							
откл(ост)	44.104	44.170	39.439	44.176	43.780	42.332	
коэф.							
тренда							
A0		274.917	454.019	2.418	282.830	255.500	
A1		-5.000	-118.962	.004	-8.813	43.264	
A2			16.923				
Отклонения расчетных значений ст фактических							
1		38.58	-38.98	49.24	30.17	14.24	
2		8.08	-1.79	16.10	5.28	4.87	
3		-84.42	-60.44	-79.05	-84.15	-80.92	
4		-26.92	-2.94	-24.23	-24.61	-20.32	
5		42.58	32.71	42.58	46.35	50.85	
6		22.08	-55.48	19.38	26.96	31.29	
Пр о г н о з							
1		271.42	450.52	276.85	265.68	261.68	
2		270.92	585.40	279.09	264.50	260.91	

Далее в распечатке представлены фактические значения изучаемого признака и значения, рассчитанные по основным видам уравнений тренда. Подбор наиболее подходящей выравнивающей линии проводится по значению остаточного среднего квадратического отклонения. Линия, имеющее наименьшее среднее квадратическое отклонение, и является наиболее подходящим трендом для изучаемого динамического ряда.

В нашем примере, наименьшее среднее квадратическое отклонение ( $\sigma = 39,439$ ) имеет парабола второго порядка. Следовательно, она и является трендом для данного динамического ряда.

Общий вид уравнений трендов представлен вначале распечатки, а конкретное уравнение выравнивающей линии составляется исходя из коэффициентов тренда.

$$\text{Уравнение тренда имеет вид: } \tilde{y}_t = 454,0 - 119,07t + 16,9t^2$$

В среднем ежегодно урожайность овощей снижалась на 119,0 ц/га с ежегодным ускорением роста на 16,9 ц/га.

Построим график динамики урожайности овощей. Так как уровень урожайности в разные годы растет и снижается, то график будет выглядеть следующим образом.

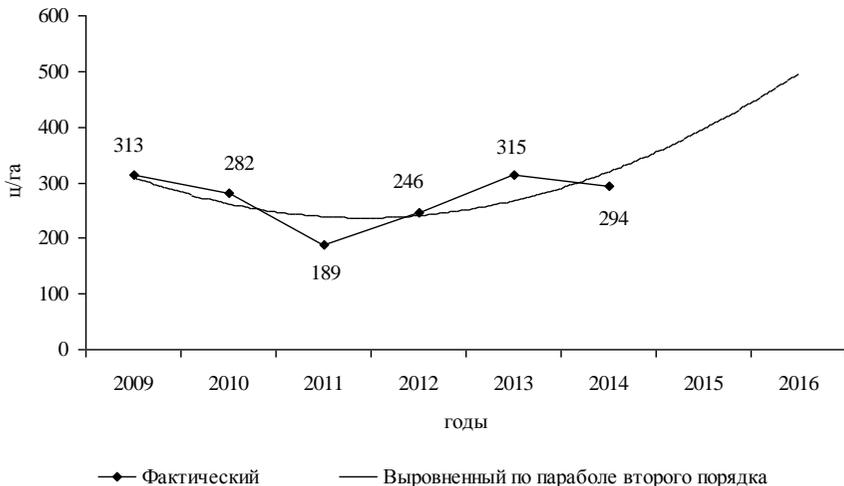


Рис. 1. Динамика урожайности овощей

Как видно из графика, динамический ряд сочетает в себе и тенденцию роста и тенденцию снижения показателя, но поскольку пока-

затель 2014 г. ниже показателя 2009 г. можно сделать вывод о том, что динамический ряд урожайности овощей имеет тенденцию к снижению с внутренними колебаниями.

Однако не всегда минимальное значение среднеквадратического отклонения может являться критерием для выбора уравнения тренда.

Прогнозирование экономических показателей на основе трендовых моделей, как и большинство других методов экономического прогнозирования, основано на идее экстраполяции. *Экстраполяция* – это прогнозирование неизвестных значений путем продолжения функций за границы области известных значений.

Экстраполяция данного вида тренда показывает, что в 2016 г. при сохранении существующей тенденции урожайность овощей будет равна 585,4 ц/га, т.е. слишком высокий рост изучаемого показателя. Поэтому выбранный тренд не имеет экономического смысла. Следовательно, для данного динамического ряда необходимо подобрать другой тренд.

В данном случае лучше всего в качестве линии тренда выбрать прямую линию. Тогда уравнение тренда будет выглядеть следующим образом:

$$\tilde{y}_t = 274,9 - 0,5t .$$

В среднем ежегодно урожайность овощей снижалась на 0,5 ц/га.

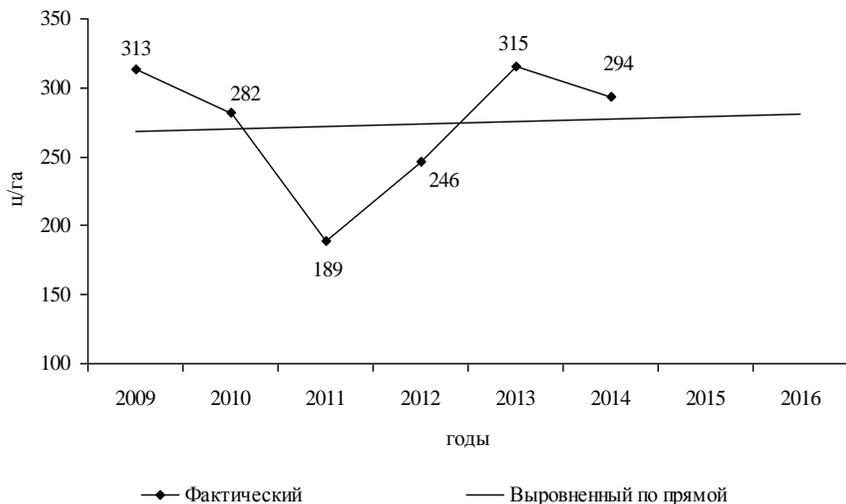


Рис. 2. Динамика урожайности овощей

По прогнозу в 2015 г. урожайность овощей может составить 271,42 ц/га, а в 2016 г. – 270,92 ц/га.

## **Учебное издание**

Анна Васильевна Раевская

Надежда Алексеевна Каширина

Учебно-методическое пособие для  
студентов экономического факультета

Редактор Павлютина И.П.

---

Подписано к печати 12.09.2015 г. Формат 60x84 Бумага печатная  
Усл. п.л. 1,13 Тираж 50 экз. Издат. № 4794.

---

Издательство Брянского государственного аграрного университета  
243365 Брянская обл., Выгоничский район, с. Кокино, Брянский ГАУ